# 无人机地面运动的动力学建模及仿真

关永亮<sup>1</sup>,侯玉秀<sup>1</sup>,贾宏光<sup>2</sup>,刘波<sup>2</sup>,马伍元<sup>2</sup>

(1. 长春理工大学 机电工程学院, 吉林 长春 130022;

2. 中国科学院长春光学精密机械与物理研究所,吉林长春 130033)

摘要:采用弹性轮胎理论,建立了前三点式无人机地面运动的动力学模型。该模型考虑地面运动过程中无人机所要承受的来自地面、空气以及自身的作用力,描述了无人机的地面运动过程。 采用某一型号无人机的参数进行仿真,在仿真结果中提取无人机地面运动过程中前轮侧向力、主轮 侧向合力和左、右主轮地面支持力4个关键数据,通过对这些数据进行分析,提出无人机地面运动 动力学模型的约束条件,并得到了无人机地面运动的可行域。

关键词: 航空、航天科学技术基础学科; 无人机; 轮胎; 地面运动; 仿真 中图分类号: V214.1 文献标志码: A 文章编号: 1000-1093(2014)07-1021-06 DOI: 10.3969/j.issn.1000-1093.2014.07.013

# Dynamic Modeling and Simulation of UAV Ground Maneuvers

GUAN Yong-liang<sup>1</sup>, HOU Yu-xiu<sup>1</sup>, JIA Hong-guang<sup>2</sup>, LIU Bo<sup>2</sup>, MA Wu-yuan<sup>2</sup>

(1. College of Mechanical and Electric Engineering, Changchun University of Science and Technology,

Changchun 130022, Jilin, China;

2. Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, Changchun 130033, Jilin, China)

Abstract: A dynamic model of tricycle-undercarriage-UAV ground maneuvers is established using elastic tire theory. With full consideration of loads applied to UAV, the model can describe the process of the UAV ground maneuvers exactly. The simulation is based on a series of parameters of a real UAV. The constraints are put forward by analyzing some data from simulation, which affect the ground maneuvers of UAV. At last, the available range of UAV ground maneuvers is given.

Key words: basic disciplines of aerospace and technology; UAV; tire; ground maneuver; simulation

## 0 引言

无人机以其体积小,造价低,使用方便,对使用 环境要求低等特点,已经成为目前航空领域的一个 热门研究对象。对无人机的研究一般都着重于对其 飞行特性的研究,而随着现代无人机对地面运动特 性的要求日益增高,对无人机地面运动特性的研究 变得越来越重要<sup>[1-3]</sup>。 无人机地面运动特性通常是指,在地面运动过 程中,无人机及其相关系统的几何学、运动学和动力 学特性<sup>[4-5]</sup>。无人机在地面运动时,在各种作用力 的作用下,无人机和轮胎的受力以及工作状况都会 出现复杂的变化,这就要求对各种运动情况下的无 人机及轮胎的受力情况都应有清晰的了解和准确的 把握<sup>[6]</sup>。

国内外对无人机地面运动模型已经进行了广泛

作者简介:关永亮(1988—), 男, 硕士研究生。E-mail: gyl2007fly@ yeah. net;

收稿日期: 2013-09-28

基金项目:中国科学院知识创新工程国防科技创新重要方向项目(YYYJ-1122)

侯玉秀(1971—), 女, 副教授、硕士生导师。 E-mail: houyuxiu@ cust. edu. cn

的研究,但目前的模型还存在以下4个方面不足:

1)模型不能同时考虑无人机的6个自由度,因 此对无人机地面运动的考察不全面<sup>[7-8]</sup>;

2) 模型的未知数大于方程的个数<sup>[9-10]</sup>;

3) 没有考虑轮胎的弹性特性[1];

4) 没有考虑空气动力对无人机地面运动的影响<sup>[1]</sup>。

地面运动稳定性是衡量无人机地面运动特性的 重要指标,无人机翻倒和轮胎滑动是无人机地面运 动过程中的多发事故。本文采用弹性轮胎理论,建 立了无人机的地面运动模型,用于了解和把握地面 运动过程中无人机及轮胎的受力情况,保证无人机 在无翻倒和无轮胎滑动的情况下进行稳定的地面运 动,提高无人机地面运动的稳定性。

### 1 无人机动力学模型

#### 1.1 坐标系定义与基本假设

1.1.1 坐标系定义

1) 地面坐标系(Oxyz);

- 2) 轮胎坐标系( $O_t x_t y_t z_t$ );
- 3) 机体坐标系( $O_{\mathbf{w}}x_{\mathbf{w}}y_{\mathbf{w}}z_{\mathbf{w}}$ ).
- 1.1.2 基本假设

1) 无人机模型为刚性模型,且质量为常数;

 2) 假设地面参考系为惯性参考系,即假设地面 坐标系为惯性坐标系;

3) 忽略地球曲率,即假设地球为平面;

4) 假设机体  $x_w$ 轴和  $y_w$ 轴处于无人机对称面内。

## 1.2 轮胎模型

1.2.1 轮胎受力分析

在无人机地面运动过程中,轮胎要承受来自地 面的多种作用力的作用,这些作用力具体包括:

1) 地面支持力与滚动摩擦力

在地面运动过程中,无人机在重力作用下,轮胎与路面的接地印迹区域产生法向的相互作用力,即地面支持力 *F*<sub>g</sub>,使轮胎发生变形<sup>[11]</sup>。由于轮胎变形时材料的内摩擦产生弹性迟滞损失,使轮胎变形时所作的功不能完全收回,部分转化为热能损失在大气中;同时轮胎在接地印迹区域有摩擦损失,以及轮胎滚动对外部空气有搅动损失,这些能量损失都是产生滚动摩擦力 *F*<sub>4</sub>的原因。滚动摩擦力 *F*<sub>4</sub>与地面支持力 *F*<sub>6</sub>具有如下的关系式:

$$F_{t} = \mu \cdot F_{g}$$
, (1  
式中: $\mu$  为轮胎的滚动摩擦系数。

)

2) 侧向力与回正力矩

无人机在地面运动过程中,由于地面的凹凸不 平对无人机产生颠簸,在操纵无人机进行转弯时,由 于轮胎内压不平衡以及侧风的作用等原因,使得轮 胎和地面之间产生侧向作用力 *F*<sub>1</sub><sup>[11]</sup>.轮胎在侧向 力 *F*<sub>1</sub>的作用下会发生侧向变形。轮胎速度方向将 不再沿着坐标系 *x*<sub>1</sub>轴方向,而是与坐标系 *x*<sub>1</sub>轴方向 产生夹角 θ<sup>[11]</sup>, θ 称为轮胎的侧偏角。

侧向变形随着侧向力 *F*<sub>1</sub>的增加而增加,使得侧 偏角 θ 也增加,侧向力和侧偏角的之间具有如图 1 所示的曲线。从图 1 中可以看出,在一定范围内,侧 向力 *F*<sub>1</sub>与侧偏角 θ 具有正比关系<sup>[11]</sup>,具体可以表示 为

$$F_1 = c \cdot \theta, \qquad (2)$$

式中:c为轮胎的侧偏刚度。



侧偏角的存在表明轮胎的侧向变形量并不均 匀。假设侧向力的大小与侧向变形量呈正比,那么 侧向变形大的区域将会产生较大的侧向力,侧向变 形小的区域将会产生较小的侧向力。侧向力的合力 如图 2 所示,其作用点与轮胎接地印迹区域的中心 偏离了一定的距离 n,该距离被称为轮胎拖距。由 于轮胎拖距的存在,侧向力就会对轮胎接地印迹区



域的法线产生一个回正力矩  $M^{[11]}$ .  $M 与 F_1$ 具有如下的关系式.

$$M = n \cdot F_1, \tag{3}$$

式中:n 为轮胎拖距。

综上所述,在无人机地面运动过程中,以无人机 为研究对象,轮胎将受到地面支持力 $F_{g}$ ,滚动摩擦 力 $F_{I}$ ,侧向力 $F_{I}$ 和回正力矩M的作用。轮胎具有如 图 3 所示的受力图。



图 3 轮胎受力图 Fig. 3 Force diagram of tire

1.2.2 轮胎侧向摩擦系数

轮胎和地面是一种附着连接,随时都有可能出 现相对滑动,所能传递作用力的大小是有限的。作 用力的大小由侧向摩擦系数衡量,侧向摩擦系数是 与速度有关的变量,它们具有如图4所示的关系曲 线。当最大侧向摩擦系数所能提供的最大作用力不 能满足无人机地面运动的要求时,轮胎和地面之间 就会出现相对滑动<sup>[12]</sup>。



图 4 侧向摩擦系数与速度关系图

Fig. 4 Lateral friction coefficient vs. velocity

#### 1.3 无人机模型

 1.3.1 无人机受力分析 在地面运动过程中,无人机不仅要承受上述地 面作用于轮胎的作用力,还要受到自身重力、发动机 推力、空气作用力和惯性力等作用力的作用。无人 机的受力情况如图 5 所示,无人机地面运动的几何 关系如图 6 所示。



图 6 无人机地面运动几何关系图



图 5 所示的地面运动过程中,无人机所受到的 作用力具体包括:

1) 自身重力 G,发动机推力  $F_{e}$ ;

2) 空气升力  $F_{\gamma}$ ,空气阻力  $F_{a}$ ,空气力矩  $M_{a}$ ;

3) 地面作用于前轮、主左轮、主右轮轮胎的支持力 $F_{gf}$ 、 $F_{gml}$ 、 $F_{gmr}$ ,滚动摩擦力 $F_{tf}$ 、 $F_{tml}$ 、 $F_{tmr}$ ,侧向力 $F_{lf}$ 、 $F_{lml}$ 、 $F_{lmr}$ 和回正力矩 $M_{f}$ 、 $M_{ml}$ 、 $M_{mr}$ . 它们之间满足:

$$F_{\rm tf} = \mu_{\rm f} \cdot F_{\rm gf}, \qquad (4)$$

$$F_{\rm tml} = \mu_{\rm ml} \cdot F_{\rm gml} \,, \tag{5}$$

$$F_{\rm tmr} = \mu_{\rm mr} \cdot F_{\rm gmr} \,, \tag{6}$$

式中:µ<sub>f</sub>为前轮轮胎的滚动摩擦系数;µ<sub>ml</sub>为左主轮 轮胎的滚动摩擦系数;µ<sub>mr</sub>为右主轮轮胎的滚动摩擦 系数。

$$F_{\rm lf} = c_{\rm f} \cdot \theta_{\rm f} \,, \tag{7}$$

$$F_{\rm lml} = c_{\rm ml} \cdot \theta_{\rm ml} \,, \tag{8}$$

$$F_{\rm lmr} = c_{\rm mr} \cdot \theta_{\rm mr} \,, \tag{9}$$

式中: $c_{f}$ 为前轮轮胎的侧偏刚度; $c_{ml}$ 为左主轮轮胎的 侧偏刚度; $c_{mr}$ 为右主轮轮胎的侧偏刚度; $\theta_{f}$ 为前轮轮 胎的侧偏角; $\theta_{ml}$ 为左主轮轮胎的侧偏角; $\theta_{mr}$ 为右主 轮轮胎的侧偏角。

$$M_{\rm f} = n_{\rm f} \cdot F_{\rm lf} \,, \tag{10}$$

$$M_{\rm ml} = n_{\rm ml} \cdot F_{\rm lml} \,, \tag{11}$$

$$M_{\rm mr} = n_{\rm mr} \cdot F_{\rm lmr} \,, \tag{12}$$

式中:n<sub>f</sub>为前轮轮胎的轮胎拖距;n<sub>ml</sub>为左主轮轮胎的 轮胎拖距;n<sub>m</sub>为右主轮轮胎的轮胎拖距。

4)切向惯性力 *F*<sub>1</sub>、法向惯性力 *F*<sub>n</sub>和惯性力矩
 *M*<sub>i</sub>. 它们之间满足如下关系:

$$F_{t} = m \cdot \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}, \qquad (13)$$

式中:m为无人机的质量;v为无人机重心的速度。

$$F_{n} = m \cdot v \cdot \frac{\mathrm{d}(\gamma + \beta)}{\mathrm{d}t}, \qquad (14)$$

式中: $\gamma$ 为无人机机体坐标系  $x_w$ 轴相对于地面坐标系 x 轴的转角; $\beta$  为机体坐标系  $x_w$ 轴与无人机速度 方向的夹角。

$$M_{\rm i} = J \cdot \frac{{\rm d}^2 \gamma}{{\rm d}t^2} , \qquad (15)$$

式中:J为无人机相对于机体坐标系  $y_w$ 轴的转动惯量。

1.3.2 基本动力学方程

无人机能够进行 6 个自由度的地面运动,其运 动过程应该用 6 个自由度方程来描述。为了能够完 全描述无人机在 6 个自由度的运动状态,根据图 5 所示的无人机受力情况与图 6 所示的无人机运动几 何关系情况,分别建立 3 个沿机体坐标轴 x<sub>w</sub>、y<sub>w</sub>和 z<sub>w</sub> 的平动方程,和 3 个绕机体坐标轴 x<sub>w</sub>、y<sub>w</sub>和 z<sub>w</sub>的转动 方程。 1)沿机体坐标轴 x<sub>w</sub>轴方向:

$$F_{e} + F_{n} \cdot \sin \beta - (F_{tml} + F_{tmr}) - F_{lf} \cdot \sin \alpha - F_{tf} \cdot \cos \alpha - (F_{a} + F_{t}) \cdot \cos \beta = 0;$$
  
2) 沿机体坐标轴 y<sub>w</sub>轴方向:  
 $F_{gml} + F_{gmr} + F_{gf} + F_{y} - G = 0;$ 

3) 沿机体坐标轴 
$$z_w$$
轴方向:  
 $(F_{lml} + F_{lmr}) + F_{lf} \cdot \sin \alpha - F_{tf} \cdot \cos \alpha - F_n \cdot \cos \beta - (F_a + F_t) \cdot \sin \beta = 0;$   
4) 绕机体坐标轴  $r$  轴.

$$(F_{gml} - F_{gmr}) \cdot \frac{B}{2} - F_{gf} \cdot e \cdot \sin \alpha + F_{tf} \cdot H \cdot \sin \alpha + (F_{lml} + F_{lmr}) \cdot H - F_{lf} \cdot H \cdot \cos \alpha = 0;$$
  
5) 绕机体坐标轴 z<sub>w</sub>轴:

$$(F_{gml} + F_{gmr}) \cdot b - F_{gf} \cdot (a - e \cdot \cos \alpha) + F_{lf} \cdot H \cdot \sin \alpha + F_{tf} \cdot H \cdot \cos \alpha + (F_{tml} + F_{tmr}) \cdot H - M_{a} = 0;$$
  
6) 绕机体坐标轴 y<sub>w</sub>轴:

$$-(F_{\rm lml} + F_{\rm lmr}) \cdot b + (F_{\rm tml} - F_{\rm tmr}) \cdot \frac{B}{2} + F_{\rm lf} \cdot (a \cdot \cos \alpha - e) - F_{\rm tf} \cdot a \cdot \sin \alpha - M_{\rm ml} - M_{\rm mr} - M_{\rm f} - M_{\rm i} = 0.$$

1.3.3 几何方程

ta

r

根据图 6 所示的无人机地面运动的几何关系 图,可以建立如下 4 个几何关系方程:

$$n \varepsilon = \frac{\frac{B}{2} - e \cdot \sin \alpha}{a + b - e \cdot \cos \alpha}, \qquad (16)$$

$$r = \frac{a \cdot \cos(\alpha - \theta_{\rm f}) - e \cdot \cos \theta_{\rm f}}{\sin (\alpha - \beta - \theta_{\rm f})}, \qquad (17)$$

$$=\frac{b+\frac{B}{2}\cdot\tan\theta_{\rm ml}}{\sin\beta+\cos\beta\cdot\tan\theta_{\rm ml}},\qquad(18)$$

$$r = \frac{b - \frac{B}{2} \cdot \tan \theta_{\rm mr}}{\sin \beta + \cos \beta \cdot \tan \theta_{\rm mr}},$$
 (19)

式中:r为无人机的转弯半径;a为前轮转角。

#### 2 仿真分析

以某型号无人机的参数,对其地面运动过程中 最容易发生事故的操纵前轮转弯过程在 Matlab 软 件中进行仿真。在仿真结果中提取影响无人机地面 运动的4个关键参数:前轮侧向力、主轮侧向合力和 左、右主轮地面支持力。它们与前轮转角和无人机 速度的关系分别如图7~图10所示。

从图 7 和图 8 中可以看出,随着前轮转角和无 人机速度的增加,前轮、主轮侧向力也增加,当前轮 转角和无人机速度增加到某一值时,前轮、主轮侧向



图 7 前轮侧向力与前轮极限侧向力

Fig. 7 Lateral and limit lateral forces of front wheel



图 8 主轮侧向合力与主轮极限侧向力 Fig. 8 Lateral and limit lateral forces of main wheel



Fig. 9 Vertical force of left main wheel

力就会达到极限值。若前轮转角或无人机速度继续 增加,前轮、主轮侧向力就会超过极限值,此时最大 侧向摩擦系数所能提供的最大作用力不能满足无人 机地面运动的要求,前轮、主轮与地面之间就会发生 相对滑动。

从图 9 和图 10 中可以看出,随着前轮转角和无 人机速度的增加,左主轮的支持力会减小,右主轮的 支持力会增加,当前轮转角和无人机速度增加到某 一值时,左主轮的支持力就会等于 0,而右主轮的支 持力仍然大于 0. 左主轮支持力等于 0,表明此时左 主轮已经不承受载荷,若前轮转角或无人机速度继





续增加,无人机将沿前轮和右主轮连线(即图6所 示侧翻轴线)翻倒。

## 3 约束条件及可行域

### 3.1 约束条件

鉴于在地面运动过程中,无人机可能会出现前 轮、主轮滑动和无人机沿侧翻轴线翻倒的情况,必须 对某些影响无人机地面运动的参数加以限制。

3.1.1 限制前轮滑动

在无人机地面运动过程中,当最大侧向摩擦系 数所能提供的最大作用力不能满足无人机地面运动 的要求时,轮胎与地面之间就会出现相对滑动。为 了防止前轮滑动,无人机地面运动过程中所需要的 前轮侧向力应满足以下关系式:

$$F_{\rm lf} \leq \left[ F_{\rm lf,l} \right], \tag{20}$$

式中:[F<sub>II,1</sub>]为前轮极限侧向力。

3.1.2 限制主轮滑动

与前轮相同,为了防止主轮滑动,无人机地面运 动过程中所需要的主轮侧向合力应足以下关系式:

$$F_{\rm lm} = F_{\rm lml} + F_{\rm lmr} \le [F_{\rm lm,l}],$$
 (21)

式中:  $[F_{lm,l}]$ 为主轮极限侧向力。

3.1.3 限制无人机翻倒

在无人机地面运动过程中,最严重的事故是沿侧翻轴线翻倒。地面支持力F<sub>g</sub>的值是判定无人机 是否会翻倒的关键,当一侧主轮的地面支持力为0, 即一侧主轮已经不承受载荷,另一侧主轮的地面支 持力仍然大于0时,则认定无人机有翻倒的趋势,此 种情况要坚决避免,所以地面支持力F<sub>g</sub>必须满足:

$$F_{\rm g} \ge 0. \tag{22}$$

### 3.2 可行域

以同一型号无人机的参数在 Matlab 软件中进 行仿真,在约束条件下得到无人机地面运动过程中, 不同速度下前轮转角和转弯半径的可行域,分别如 图 11、图 12 所示。图 11 中,曲线下方为不同速度 下前轮转角的可行域;图 12 中,曲线上方为不同速 度下转弯半径的可行域。



图 11 前轮转角可行域

Fig. 11 Feasible region of turning angle of front wheel



Fig. 12 Feasible region of turning radius

#### 4 结论

本文通过分析地面运动过程中无人机的受力情况,采用弹性轮胎理论,建立了无人机地面运动的动 力学模型。该模型考虑无人机地面运动过程中所要 承受的来自地面、空气以及自身的作用力,描述了无 人机的地面运动过程。应用某一型号无人机的参数 在 Matlab 软件中进行仿真,通过对仿真结果的分 析,发现在无人机地面运动过程中,若对某些参数不 加以约束,无人机会出现侧翻和轮胎滑动事故。因 此,引入无人机地面运动模型的约束条件,重新进行 仿真,得到了不同速度下前轮转角和转弯半径的可 行域。

#### 参考文献(References)

[1] 顾宏斌.飞机地面运行的动力学模型[J]. 航空学报,2001,

22(2):163-167.

GU Hong-bin. Dynamic model of aircraft handing[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica,2001,22(2):163 - 167. (in Chinese)

[2] 傅莉,王晓光.无人机近距离空战微分对策建模研究[J]. 兵工 学报,2012,33(10):1210-1216.

FU Li, WANG Xiao-guang. Research on close air combat modeling of differential gams for unmanned combat air vehicles[J]. Acta Armamentrii, 2012, 33(10):1210 – 1216. (in Chinese)

[3] 傅阳光,周成平,胡汉平.无人飞行器海上航迹规划差分进化 算法研究[J]. 兵工学报,2012,33(3):295-300.

FU Yang-guang, ZHOU Cheng-ping, HU Han-ping. Research on differential evolution for path planning for unmanned aerial vehicle in ocean environment[J]. Acta Armamentrii, 2012, 33(3):295 – 300. (in Chinese)

[4] 钱小妹.飞机操纵前轮转弯特性仿真研究[D].南京:南京航 空航天大学,2008.

QIAN Xiao-mei. Research on steering nose wheel aircraft by dynamic simulation [D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2008. (in Chinese)

- [5] Duprez J, Mora-Camino F, Villaume F. Control of the aircraft-onground lateral motion during low speed roll and manoeuvers[C]// IEEE Aerospace Conference Proceedings. Washington: IEEE, 2004:2656 - 2666.
- [6] 张明.飞机地面动力学若干关键技术研究[D].南京:南京航空航天大学,2009.

ZHANG Ming. Research on some key technologies of aircraft ground dynamics [D]. Nanjing; Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2009. (in Chinese)

- [7] Goldthorpe S H, Dangaran R D, Dwyer J P, et al. Guidance and control design for high-speed roll out and turn off (ROTO), NASA-CR-201602 [R]. Washington: NASA, 1996:33 - 75.
- [8] Yu S H, Moskwa J J. A global approach to vehicle control: coordination of four wheel steering and wheel torques [J]. Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, 1994, 116(4): 659-667.
- [9] Allen R W, Rosenthal T J, Szostak H T. Steady state and transient analysis of ground vehicle handling, SAE Paper 870495 [ R ]. Washington: SAE, 1987:49 - 78.
- [10] Allen R W, Szostak H T, Rosenthal T J, et al. Characteristics influencing ground vehicle lateral/ directional dynamic stability, SAE Paper 910234[R]. Washington:SAE,1991:56-89.
- [11] Mitschke M, Wallentowitz H. Dynamik der kraftfahrzeuge [M].
  4th ed. New York: Springer-Verlag Berlin and Heidelberg GmbH & Co. K,2004:5 - 135.
- [12] 王超.汽车轮胎/路面摩擦系数的估算方法研究[D].长春: 吉林大学,2007.

WANG Chao. Study on the estimation method of vehicle tire/road friction [D]. Changchun; Jilin University, 2007. (in Chinese)