非平稳非高斯测量噪声条件下改进 差分粒子滤波算法研究

王宏健,徐金龙,李娟,张爱华

(哈尔滨工程大学自动化学院,黑龙江哈尔滨150001)

摘要:针对非平稳非高斯测量噪声(NSNGN)条件下差分粒子滤波(DDPF)算法状态估计精度 低、易发散的问题,提出了一种改进 DDPF(IDDPF)算法. IDDPF 算法采用高斯混合密度函数近似 估计测量噪声,替代传统算法中测量噪声的高斯密度函数近似估计,采用似然函数的对数最大化法 求解高斯混合密度函数模型参数,并将该模型应用于粒子权值计算,避免了高斯密度函数近似估计 噪声模型所易于导致的粒子退化问题;通过建立水下目标纯方位角跟踪系统模型,将 IDDPF 算法 应用于闪烁测量噪声条件下水下目标纯方位角跟踪问题的求解。50 次 Monte Carlo 对比仿真实验 结果表明:在 NSNCN 条件下 IDDPF 算法具有跟踪响应快、估计精度高、鲁棒性较好等优点。

关键词:控制科学与技术;非平稳非高斯噪声;差分粒子滤波;高斯混合密度函数;水下目标 纯方位角跟踪

中图分类号: TB566 文献标志码: A 文章编号: 1000-1093(2014)07-1032-08 DOI: 10.3969/j.issn.1000-1093.2014.07.015

Research on Improved Divided Difference Particle Filter under Non-stationary Non-Gaussian Noise Background

WANG Hong-jian, XU Jin-long, LI Juan, ZHANG Ai-hua

(College of Automation, Harbin Engineering University, Harbin 150001, Heilongjiang, China)

Abstract: An improved divided difference particle filter (IDDPF) is proposed to improve the low accuracy of state estimation and divergent tend problem which may be caused by divided difference particle filter (DDPF) in the condition of the non-stationary non-Gaussian measurement noise (NSNGN). The IDDPF algorithm adopts Gaussian mixture density function to approximately estimate the measurement noise, instead of the Gaussian density function usually adopted in DDPF. The noise parameters are estimated by maximizing the log likelihood function of the measurement noise model. The model is then used to calculate the particle weight, which avoids the particle degeneracy problem. The IDDPF algorithm is tested by establishing bearing-only tracking of underwater target under the glint measurement noise background. The results of 50 Monte-Carlo simulation experiments show that the IDDPF algorithm has the advantages of fast tracking response, high estimated precision and robustness, etc. under NSNGN background.

Key words: control science and technology; non-stationary non-Gaussian noise; divided difference parti-

收稿日期: 2013-08-06

基金项目:国家自然科学基金项目(E091002/50979017);教育部高等学校博士学科点专项科研基金项目(20092304110008);中央高校基本科研业务费专项(HEUCFZ 1026);哈尔滨市科技创新人才(优秀学科带头人)研究专项(2012RFXXG083);教育部新世纪优秀人才支持计划项目(NCET-10-0053)

作者简介: 王宏健(1971—), 女, 教授, 博士生导师。E-mail: cctime99@163. com

cle filter; Gaussian mixture density function; underwater target bearing-only tracking

0 引言

非线性系统状态最优估计在目标跟踪、导航制导、信号处理等多种领域都具有重要的应用^[1]。对于线性系统,Kalman 滤波是解决估计问题的最优方案^[2]。而对于非线性系统,并没有一个完全最优的状态估计方案。为此,人们提出了很多次优的近似方法,其中主要由扩展 Kalman 滤波(EKF)、Sigma 点 Kalman 滤波、粒子滤波(PF)及上述方法的改进型构成。

EKF 及其改进型(如强跟踪 EKF^[3]、迭代 EKF (IEKF)^[4])的主要缺点是面对强非线性系统时,估 计精度可能严重降低甚至发散。Sigma 点 Kalman 滤波算法主要分为无迹 Kalman 滤波(UKF)^[5]及差 分滤波(DDF)^[6]。文献[7-8]针对噪声相关条件 下 UKF 滤波失效的问题,提出了一种非线性离散系 统的 UKF 设计方法,扩展了 UKF 的应用范围。文 献[9]提出了 UKF 的新滤波算法,很好地解决了量 测噪声有色情况下滤波器失效的问题。虽然 UKF 的相关文献取得了很多有意义的成果,但是文献 [10-12]指出 UKF 的滤波精度要低于 DDF 且计算 复杂度要略高于 DDF. 文献 [13] 在文献 [6] 的基础 上提出了符合加性噪声的 DDF. 文献 [14] 提出一种 迭代差分滤波(IDDF)算法,且仿真验证了在强非线 性系统情况下, IDDF 比 IEKF 精度高的优点。文献 [15]提出基于极大似然的迭代差分滤波器 (MLIDDF),解决了非线性系统状态估计因初始估 计误差较大且测量方程具有强非线性所导致的滤波 精度低的问题。文献[16]提出了一种具有鲁棒性 的自适应差分滤波算法(ADDF)来处理具有建模误 差的非线性系统。

PF 是由 Hammersley 等于 20 世纪 50 年代末首 先提出基于贝叶斯采样估计的顺序重要采样(SIS) 滤波思想,并由 Gordon 等于 1993 年提出新的基于 SIS 的 Bootstrap 非线性滤波算法^[17-19]。文献[20 -21]提出采用 DDF 算法来产生粒子建议分布的新算 法,即差分粒子滤波(DDPF)算法,改善了 PF 算法 的估计精度。文献[22 - 26]中将 PF 及其各种改进 算法分别应用于目标跟踪、定位及机器人导航等领 域,并通过仿真实验表明 PF 及其改进算法具有较 好的鲁棒性及准确性。

针对 PF 算法的各种改进方法尚不能完全有效

地解决粒子的退化及贫化问题,在处理含有非平稳 非高斯噪声(NSNGN)系统时,上述滤波方法的精度 不高甚至可能发散。其根本原因在于计算粒子权值 时所用的似然函数无法得到准确描述。文献[27] 中实验结果证明了似然函数对 PF 算法估计精度的 影响,但未给出似然函数模型建模的详细过程。

为此,本文基于 DDPF 算法原理^[20-21],提出 NSNGN 测量噪声条件下改进 DDPF(IDDPF)算法, 针对 NSNGN 条件下 DDPF 算法存在似然函数计算 不正确从而导致粒子退化及贫化较为严重,使得状 态精度不高甚至发散问题,改进设计了似然函数近 似计算方法,有效降低了粒子的退化现象,通过 Monte Carlo 仿真实验对比验证该滤波算法的估计 精度和鲁棒性。

1 IDDPF 方法设计

本节首先给出 DDPF 算法,并给出该算法存在的问题,尤其是在处理 NSNGN 噪声时的问题,进而 提出 IDDPF 算法。

1.1 DDPF 算法原理

考虑下面的非线性随机系统:

$$\boldsymbol{x}_{k+1} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}_k) + \boldsymbol{\omega}_k, \qquad (1)$$

$$\boldsymbol{y}_k = \boldsymbol{h}(\boldsymbol{x}_k) + \boldsymbol{\nu}_k, \qquad (2)$$

式中: $x_k \in \mathbb{R}^n$, 为 $n \times 1$ 的状态向量; $y_k \in \mathbb{R}^m$, 为 $m \times 1$ 的观测向量; $f(x_k)$ 及 $h(x_k)$ 均为非线性函数; ω_k 和 ν_k 为互不相关的非高斯噪声随机向量。

按初始化(I)、状态预测及更新(P)两个阶段设计 DDPF 算法,如下所示:

- I. 初始化阶段:k=0.
- I1. 生成粒子 $\mathbf{x}_{0}^{(i)} \sim p(\mathbf{x}_{0}), i = 1, 2, \dots N.$

I2. 粒子先验信息 $\hat{\boldsymbol{x}}_{0}^{(i)}$ 及协方差矩阵 $\boldsymbol{P}_{0}^{(i)}$ 计算

$$\hat{\boldsymbol{x}}_{0}^{(i)} = \boldsymbol{E} \{ \boldsymbol{x}_{0}^{(i)} \} , \qquad (3)$$

$$\mathbf{P}_{0}^{(i)} = \mathbf{E} \left\{ \left(\mathbf{x}_{0}^{(i)} - \hat{\mathbf{x}}_{0}^{(i)} \right) \left(\mathbf{x}_{0}^{(i)} - \hat{\mathbf{x}}_{0}^{(i)} \right)^{\mathrm{T}} \right\}, \qquad (4)$$
$$\mathbf{P}_{0}^{(i)} = \mathbf{S}^{(i)} \left(\mathbf{S}^{(i)} \right)^{\mathrm{T}}. \qquad (5)$$

$$\mathbf{P}_{0}^{(i)} = \mathbf{S}_{x}^{(i)} \left(\mathbf{S}_{x}^{(i)} \right)^{\mathrm{T}},$$
 (5)

式中: $S_x^{(i)}$ 为 Cholesky 因式分解因子(下同)。

P. 状态预测及更新阶段:k≥1.

P1. 预测:

$$\hat{x}_{k+1/k}^{(i)} = f(\hat{x}_{k}^{(i)}), \qquad (6)$$

$$\hat{\boldsymbol{y}}_{k+1/k}^{(i)} = \boldsymbol{h}(\hat{\boldsymbol{x}}_{k}^{(i)}), \qquad (7)$$

$$S_{x\hat{x}}^{(i)} = \frac{1}{2h} \{ f(\hat{x}_{k}^{(i)} + hs_{x,j}^{(i)}) - f(\hat{x}_{k}^{(i)} - hs_{x,j}^{(i)}) \}, (8)$$
$$P_{k+1/k}^{(i)} = S_{x\hat{x}}^{(i)} (S_{x\hat{x}}^{(i)})^{\mathrm{T}} + Q_{k}, (9)$$

$$\mathbf{P}_{k+1/k}^{(i)} = \mathbf{S}_{x}^{-,(i)} \left(\mathbf{S}_{x}^{-,(i)} \right)^{\mathrm{T}}, \qquad (10)$$

式中: $\hat{x}_{k+1/k}^{(i)}$, $\hat{y}_{k+1/k}^{(i)}$, $P_{k+1/k}^{(i)}$ 分别表示第i个粒子的状态向量预测值、观测向量预测值及状态向量预测值 的协方差矩阵; $s_{x,j}^{(i)}$,j = 1,…n表示矩阵 $S_x^{(i)}$ 的第j列;h表示差值步长; Q_k 表示过程噪声协方差矩阵。

P2. 更新:

$$S_{y\hat{x}}^{(i)} = \frac{1}{2h} \{ h(\hat{x}_{k+1/k}^{(i)} + hs_{x}^{-,(i)}) - h(\hat{x}_{k+1/k}^{(i)} - hs_{x}^{-,(i)}) \},\$$

$$\boldsymbol{P}_{\nu\nu,k+1/k}^{(\nu)} = \boldsymbol{S}_{\boldsymbol{y}\hat{\boldsymbol{x}}}^{(\nu)} \left(\boldsymbol{S}_{\boldsymbol{y}\hat{\boldsymbol{x}}}^{(\nu)} \right)^{\mathrm{T}}, \qquad (12)$$

$$\boldsymbol{P}_{xy,k+1/k}^{(i)} = \boldsymbol{S}_{x}^{-,(i)} \left(\boldsymbol{S}_{y\hat{x}}^{(i)} \right)^{\mathrm{T}}, \qquad (13)$$

$$\boldsymbol{K}_{k+1} = \boldsymbol{P}_{xy,k+1/k}^{(i)} (\boldsymbol{P}_{\nu\nu,k+1/k}^{(i)})^{-1}, \qquad (14)$$

$$\hat{\boldsymbol{x}}_{k+1}^{(i)} = \hat{\boldsymbol{x}}_{k+1/k}^{(i)} + \boldsymbol{K}_{k+1}(\boldsymbol{y}_k - \boldsymbol{h}(\hat{\boldsymbol{x}}_{k+1/k}^{(i)})), \quad (15)$$

$$\hat{\boldsymbol{P}}_{k+1}^{(i)} = \hat{\boldsymbol{P}}_{k+1/k}^{(i)} - \boldsymbol{K}_{k+1}^{(i)} \boldsymbol{P}_{\nu\nu,k+1/k}^{(i)} (\boldsymbol{K}_{k+1}^{(i)})^{\mathrm{T}}, \quad (16)$$

式中: $P_{w,k+1/k}^{(i)}$ 为一步预测协方差矩阵; $P_{xy,k+1/k}^{(i)}$ 为交 互式协方差矩阵; K_{k+1} 为滤波增益矩阵; $\hat{x}_{k+1}^{(i)}$ 为粒子 状态估计值; $\hat{P}_{k+1}^{(i)}$ 为粒子估计协方差矩阵。

P3. 抽样粒子:

$$\boldsymbol{x}_{k}^{(i)} \sim N(\boldsymbol{x}_{k}^{(i)}; \hat{\boldsymbol{x}}_{k}^{(i)}; \hat{\boldsymbol{P}}_{k}^{(i)}).$$
(17)

P4. 计算粒子权值
$$\boldsymbol{\omega}_{k}^{(i)}$$
 及归一化权值 $\boldsymbol{\omega}_{k}^{(i)}$:

$$\boldsymbol{\omega}_{k}^{(i)} = p(\boldsymbol{y}_{k} | \boldsymbol{x}_{k}^{(i)}) \overline{\boldsymbol{\omega}}_{k-1}^{(i)}, \qquad (18)$$

$$\overline{\boldsymbol{\omega}}_{k}^{(i)} = \boldsymbol{\omega}_{k}^{(i)} / \sum_{j=1}^{n} \boldsymbol{\omega}_{k}^{(j)}.$$
(19)

P5. 残差重采样。如果 $(N_{\text{eff}} < N_{\text{th}})$,将权值重 新设置为 $\overline{\omega}_{k}^{(i)} = \frac{1}{N}$,得到相等权值样本集 $\{\mathbf{x}_{k}^{(i)}, \overline{\omega}_{k}^{(i)}\}$,则滤波分布的后验概率 $\hat{p}(\mathbf{x}_{k}/\mathbf{y}_{k})$ 、系统状态 估计 $\hat{\mathbf{x}}_{k}$ 及估计协方差矩阵 $\hat{\mathbf{P}}_{k}$ 分别为

$$\hat{p}(\boldsymbol{x}_{k}/\boldsymbol{y}_{k}) = \sum_{i=1}^{N} \overline{\boldsymbol{\omega}}_{k}^{(i)} \delta(\boldsymbol{x}_{k} - \boldsymbol{x}_{k}^{(i)}), \quad (20)$$

$$\hat{\boldsymbol{x}}_{k} = \sum_{i=1}^{N} \overline{\boldsymbol{\omega}}_{k}^{(i)} \boldsymbol{x}_{k}^{(i)}, \qquad (21)$$

$$\hat{\boldsymbol{P}}_{k} = \sum_{i=1}^{N} \overline{\boldsymbol{\omega}}_{k}^{(i)} (\hat{\boldsymbol{x}}_{k} - \boldsymbol{x}_{k}^{(i)}) (\hat{\boldsymbol{x}}_{k} - \boldsymbol{x}_{k}^{(i)})^{\mathrm{T}}.$$
 (22)

为了明确指出上述 DDPF 算法所存在的问题, 现根据文献[28], 给出如下条件概率密度函数定义:

定义 对于两个互不相关的随机向量 $X \setminus Y \in \mathbf{R}^{n}$,向量 Z 为二者之和:Z = X + Y,则条件概率密度 函数 $p_{Z/X}(Z/X)$ 定义为

$$p_{\mathbf{Z}/\mathbf{X}}(\mathbf{Z}/\mathbf{X}) = p_{\mathbf{Y}}(\mathbf{Z} - \mathbf{X}).$$
(23)

根据定义,每个粒子似然函数 $p(\mathbf{y}_k | \mathbf{x}_k^{(i)})$ 的数 学表达式为

$$p(\boldsymbol{y}_k | \boldsymbol{x}_k^{(i)}) = p(\boldsymbol{y}_k - \boldsymbol{h}(\boldsymbol{x}_k^{(i)})) = p(\boldsymbol{\nu}_k^{(i)}). \quad (24)$$

在 DDPF 算法中,由(17)式、(18)式可知, $p(\mathbf{y}_{k}|\mathbf{x}_{k}^{(i)}) \sim p(\mathbf{y}_{k};\mathbf{h}(\mathbf{x}_{k}),\mathbf{R}_{k})$,即假设测量噪声 $\boldsymbol{\nu}_{k}$ 服从均值为0、协方差为 \mathbf{R}_{k} 的高斯白噪声,而实际 上测量噪声 $\boldsymbol{\nu}_{k}$ 为 NSNGN,这种测量噪声假设极易 导致 DDPF 算法中粒子权值严重退化,从而使得状态估计过程中出现较大误差而造成滤波算法发散。

对于测量噪声为 NSNGN,其密度函数 $p(\mathbf{v}_{k}^{(i)})$ 无法用精确的数学函数来表达,只能用近似方法求解。下面首先给出 NSNGN 测量噪声的参数近似估计方法,再基于该参数近似估计方法,提出 IDDPF 算法。

1.2 NSNGN 噪声参数估计

假设噪声 α_k 为 NSNGN 噪声序列,并采用高斯 混合密度函数加以近似表达,如(25)式所示,式中 各相关参数在每一时刻通过 N 次测量数据的似然 函数对数最大化方法求得。

$$f(\alpha_k) = \sum_{i=0}^{m} p_{i,k} f_i(\alpha_k) =$$
$$\sum_{i=0}^{m} \frac{p_{i,k}}{\sqrt{2\pi\sigma_{i,k}}} \exp\left[-\frac{(\alpha_k - \mu_{i,k})^2}{\sigma_{i,k}^2}\right], \quad (25)$$

式中: $f_i(\alpha_k)$ 为第 i 个高斯组件的概率密度; $p_{i,k}, \mu_{i,k}$ 及 $\sigma_{i,k}$ 分别表示第 i 个高斯组件的权重、均值及协方差。

 $p_{i,k}$ 满足下列条件:

$$\sum_{i=1}^{m} p_{i,k} = 1, p_{i,k} > 0.$$
(26)

由于第*i*个高斯组件*k*时刻为符合均值 $\mu_{i,k}$ 、协 方差 $\sigma_{i,k}$ 的正态分布,利用概率知识,将该分布记为 事件 $A_{i,k}$,*i*=1,…*m*,且 $A_{i,k}$ 为互斥事件,则有(27)式 成立:

$$A_{i,k} = [\alpha_k \sim N(\mu_{i,k}, \sigma_{i,k}^2)].$$
 (27)
事件 $A_{i,k}$ 发生的概率为

$$p(A_{i,k}) = p_{i,k}.$$
 (28)

根据贝叶斯准则,基于信号 α_k^l 的第 i 个高斯组件的后验概率密度,如(29)式所示:

$$p\{f_{i}(\alpha_{k}^{l}) \mid \alpha_{k}^{l}\} = \frac{p\{\alpha_{k}^{l} \mid f_{i}(\alpha_{k}^{l}) \} p\{f_{i}(\alpha_{k}^{l})\}}{\sum_{j=1}^{n} p\{\alpha_{k}^{l} \mid f_{i}(\alpha_{k}^{l}) \} p\{f_{i}(\alpha_{k}^{l})\}},$$
(29)

式中: α_k^l 表示 k 时刻数据集合中(假设数据集合中 共有 N 个数据)的第l 个数据。

由(27)式可知, α_k^l 的第*i*个高斯组件(表示为 $f_i(\alpha_k^l)$)与事件 $A_{i,k}$ 相关。由(28)式可得(30)式成 立:

$$p(A_{i,k}) = p\{f_i(\alpha_k^l)\} = p_{i,k}.$$
 (30)

同理 $p\{\alpha_k^l | f_i(\alpha_k^l)\}$ 及 $p\{f_i(\alpha_k^l) | \alpha_k^l\}$ 可分别记为 如下形式:

$$p\{\alpha_k^l|f_i(\alpha_k^l)\} = f_i\{\alpha_k^l|\boldsymbol{\mu}_{i,k}, \boldsymbol{\sigma}_{i,k}\}, \quad (31)$$

$$p\{f_{i}(\alpha_{k}^{l}) | \alpha_{k}^{l}\} = \frac{p_{i,k}f_{i}\{\alpha_{k}^{l} | \mu_{i,k}, \sigma_{i,k}\}}{\sum_{j=1}^{n} p_{i,k}f_{i}\{\alpha_{k}^{l} | \mu_{i,k}, \sigma_{i,k}\}}.$$
 (32)

由(26)式可得(33)式成立:

$$\sum_{i=1}^{m} p \{ \alpha_{k}^{l} | f_{i}(\alpha_{k}^{l}) \} = 1.$$
 (33)

k 时刻的参数 $p_{i,k}$, $\mu_{i,k}$ 及 $\sigma_{i,k}$ 通过似然函数的对数最大化方法来求得。这里之所以采用似然函数的对数最大化而不直接采用似然函数的最大化,主要是因为似然函数的对数最大化方法不改变似然函数的本身固有单调属性,而表达形式更加简单。由文献[29]可知似然函数的对数形式如(34)式所示:

$$\Omega_{k} = \sum_{l=1}^{n} \log_{e} \sum_{i=1}^{m} p_{i,k} f_{i} \{ \alpha_{k}^{l} | \mu_{i,k}, \sigma_{i,k} \} - n \left(\sum_{i=1}^{m} p_{i,k} - 1 \right).$$
(34)

根据函数求极大值原理,第i个高斯组件的权重 $p_{i,k}$ 可通过(35)式求得:

$$\frac{\partial \Omega_k}{\partial p_{i,k}} = 0. \tag{35}$$

$$(35) 式的求解过程如(36) 式所示:$$

$$\frac{\partial \Omega_k}{\partial p_{i,k}} = \sum_{l=1}^n \frac{f_i \{\alpha_k^l \mid \mu_{i,k}, \sigma_{i,k}\}}{\sum_{i=1}^m p_{i,k} f_i \{\alpha_k^l \mid \mu_{i,k}, \sigma_{i,k}\}} - n = 0.$$

(36)

将(32)式代入(36)式化简得

$$\sum_{l=1}^{n} \frac{p\{f_{i}(\alpha_{k}^{*}) \mid \alpha_{k}^{*}\}}{p_{i,k}} - n = 0.$$
(37)

展开(37)式可得 $p_{i,k}$ 的最终形式为

$$p_{i,k} = \frac{1}{n} \sum_{l=1}^{n} p\{f_i(\alpha_k^l) \mid \alpha_k^l\}.$$
 (38)

同理利用(39)式求µ_{i,k}.

$$\frac{\partial \Omega_k}{\partial \mu_{i,k}} = 0. \tag{39}$$

$$\frac{\partial \mathbf{Z}_{k}}{\partial \boldsymbol{\mu}_{i,k}} = \sum_{l=1}^{n} \frac{p_{i,k}}{\partial \boldsymbol{\mu}_{i,k}} \left[\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{i,k}^{2}}} \exp\left\{ -\frac{\left(\boldsymbol{\alpha}_{k}^{l} - \boldsymbol{\mu}_{i,k}\right)^{2}}{\sigma_{i,k}^{2}} \right\} \right]}{\sum_{i=1}^{m} p_{i,k} f_{i} \{ \boldsymbol{\alpha}_{k}^{l} \mid \boldsymbol{\mu}_{i,k}, \boldsymbol{\sigma}_{i,k} \}} =$$

$$\sum_{l=1}^{n} \frac{p_{i,k}f_{i} \{\alpha_{k}^{l} \mid \mu_{i,k}, \sigma_{i,k}\}}{\sum_{i=1}^{m} p_{i,k}f_{i} \{\alpha_{k}^{l} \mid \mu_{i,k}, \sigma_{i,k}\}} \frac{(\alpha_{k}^{l} - \mu_{i,k})}{\sigma_{i,k}} = 0.$$
(40)

(40)式最终化简得到µ_{i,k}如(41)式所示:

$$\mu_{i,k} = \frac{\sum_{l=1}^{n} p\{f_i(\alpha_k^l) + \alpha_k^l\} \alpha_k^l}{\sum_{l=1}^{n} p\{f_i(\alpha_k^l) + \alpha_k^l\}}.$$
 (41)

同理求解 $\sigma_{i,k}^2$,得到其最终形式如(42)式所示:

$$\sigma_{i,k}^{2} = \frac{\sum_{l=1}^{n} p\{f_{i}(\alpha_{k}^{l}) \mid \alpha_{k}^{l}\} \{\alpha_{k}^{l} - \mu_{i,k}\}^{2}}{\sum_{l=1}^{n} p\{f_{i}(\alpha_{k}^{l}) \mid \alpha_{k}^{l}\}}.$$
 (42)

1.3 IDDPF

IDDPF 算法的流程如下所示: 利用 DDPF 算法计算各粒子信息,即

$$\{x_{k}^{i}\}_{i=1}^{N} = DDF[\{x_{k-1}^{i}\}_{i=1}^{N}, y_{k}]; \quad (43)$$
for $i = 1:N;$

生成抽样粒子

$$\boldsymbol{x}_{k}^{(i)} \sim N(\boldsymbol{x}_{k}^{(i)}; \hat{\boldsymbol{x}}_{k}^{(i)}, \hat{\boldsymbol{P}}_{k}^{(i)});$$
 (44)
计質粒子权值

$$\boldsymbol{\omega}_{k}^{(i)} = p(\boldsymbol{y}_{k} | \boldsymbol{x}_{k}^{(i)}) \overline{\boldsymbol{\omega}}_{k-1}^{(i)} = p(\boldsymbol{v}_{k}^{(i)}) \overline{\boldsymbol{\omega}}_{k-1}^{(i)} = \sum_{l=1}^{m} \frac{p_{l,k}}{\sqrt{2\pi\sigma_{l,k}}} \exp\left[-\frac{(\boldsymbol{v}_{k}^{i} - \boldsymbol{\mu}_{l,k})^{2}}{\sigma_{l,k}^{2}}\right].$$
(45)

基于(38)式、(41)式、(42)式求解相关参数; end.

归一化粒子权重及粒子重采样过程如(17)式~(20)式所示。

在 IDDPF 算法中,计算粒子权值时所用到的噪 声密度函数 $p(\mathbf{v}_k^{(i)})$ 用高斯混合密度函数而不是高 斯函数来近似描述,能够更加真实地描述噪声特性, 从而一定程度上避免了粒子的退化。

2 仿真实验及结果分析

为了验证所提出 IDDPF 算法的有效性,本节针 对水下目标纯方位角跟踪这一典型的非线性系统进 行 Monte Carlo 仿真与分析,并将 IDDPF 与 DDPF 在 仿真初始条件相同情况下进行了性能对比。由于实 际应用中声纳进行目标跟踪时受到水下复杂环境的 影响,其测量噪声通常不能满足高斯噪声属性,而研 究中发现可以使用具有长尾部概率密度的闪烁噪声 来很好地近似表示水下声纳的测量噪声^[30]。

2.1 水下目标纯方位角跟踪系统模型

为了简化问题,本文考虑在直角坐标系下的水

下目标跟踪问题。目标跟踪系统的相对运动状态向 量记为 $\mathbf{x}_k = [x_k, y_k, \dot{x}_k, \dot{y}_k]^T$,其中 (x_k, y_k) 表示第k时刻目标与声纳的相对位置, (\dot{x}_k, \dot{y}_k) 表示第k时刻 二者的相对速度。

系统的相对运动状态方程为

$$\boldsymbol{x}_{k+1} = \boldsymbol{\Phi} \boldsymbol{x}_k + \boldsymbol{C} \boldsymbol{\omega}_k, \qquad (46)$$

式中: Φ 及C为状态转移矩阵; ω_k 为满足零均值的高斯白噪声。相关参数表示为如下形式:

$$\boldsymbol{\Phi} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & T & 0 \\ 0 & 1 & 0 & T \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{C} = \begin{bmatrix} \frac{T^2}{2} & 0 \\ \frac{T^2}{2} & 0 \\ 0 & T \\ 0 & T \end{bmatrix},$$
$$\boldsymbol{E} \{ \boldsymbol{w}_k \} = 0, \quad \boldsymbol{E} \{ \boldsymbol{\omega}_k \boldsymbol{\omega}_k^T \} = \boldsymbol{Q}_k = \begin{bmatrix} 0. & 01 & 0 \\ 0 & 0. & 01 \end{bmatrix},$$
(47)

式中:T为系统采样时间,设为T=1s.

由于跟踪系统仅将方位角作为观测量,所以将 观测系统方程表示为

$$\boldsymbol{y}_k = \arctan(y_k/x_k) + \boldsymbol{\nu}_k, \qquad (48)$$

式中:测量噪声 ν_k 为闪烁噪声。

根据文献[31]建立 $\boldsymbol{\nu}_k$ 的概率密度函数模型为 $p(\boldsymbol{\nu}_k) = (1 - \varepsilon)N(\boldsymbol{\nu}_k; 0, \boldsymbol{R}_k) + \varepsilon N(\boldsymbol{\nu}_k; 0, \kappa \boldsymbol{R}_k),$ (49)

式中: $\varepsilon = 0.1$; $\kappa = 1000$; 协方差 R_k 的变换范围从 ($0.1 \times \pi/180$)²到($0.2 \times \pi/180$)², 如图1所示。



Fig. 1 Characteristic curve of glint noise

2.2 Monte Carlo 仿真实验结果与分析

假设跟踪对象为匀速直线运动的水下目标, 声纳平台在观测过程中先做转向机动,再做匀速 直线运动,目标及声纳平台的运动状态如表1所 示。

Tab. 1 State settings of target and platform

	水下目标	声纳平台
初始位置/m	(500,3000)	(500,2000)
初始速度/kn	7	5
初始航向/(°)	135	30
机动策略	匀速直线运动	做360°转向运动

在滤波器的初值设定时,假定初始时刻目标与 观测平台的相对距离 r_0 已知,目标速度未知,初始 时刻声纳测得目标方位角为 y_0 ,令 $M = r_0^2$,则滤波器 状态初值 x_0 及协方差矩阵 P_0 分别如(50)式、 (51)式所示:

$$\boldsymbol{x}_{0} = \begin{bmatrix} r_{0} \times \sin \boldsymbol{y}_{0} \\ r_{0} \times \cos \boldsymbol{y}_{0} \\ -1.5 \times \sin(\pi/6) \\ -1.5 \times \cos(\pi/6) \end{bmatrix}, \quad (50)$$
$$\boldsymbol{P}_{0} = 0.01 \times \begin{bmatrix} M & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 100 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 100 \end{bmatrix}. \quad (51)$$

在上述初始条件下,将本文所提出的 IDDPF 与 DDPF 算法进行 50 次 Monte Carlo 仿真实验对比,仿 真时间为1000 s. 图 2 为 X-Y 平面坐标系下的位置 跟踪效果,图 3 为相对距离跟踪及误差效果曲线,图 4~图 7 分别给出了各方向上位置、速度及其误差曲 线。由图 4 及图 6 的位置误差曲线可以看出,DDPF 位置跟踪偏差较大,图 5 及图 7 中 DDPF 速度跟踪 未能收敛于目标的真实速度值,而 IDDPF 算法则能 够准确地跟踪目标,其位置及速度跟踪误差均较小。



为了深入对比两种滤波算法的性能,分别给出 X、Y方向上位置与速度的均方根误差(RMSE)仿真



图 3 相对距离跟踪及其误差曲线

Fig. 3 Relative distance and tracking error





曲线,分别如图 8、图 9 所示。明显看出,相同的初始仿真条件下,IDDPF 改进方法的 RMSE 误差更小、算法精度更高。而且,IDDPF 的 RMSE 曲线波动较小,说明其鲁棒性要好于 DDPF.

3 结论

本文提出了一种 IDDPF 算法。该算法基于高 斯混合密度函数对非平稳非高斯噪声建模,并基于 似然函数的对数最大化方法对模型参数进行求解, 避免了由于似然函数建模不正确所导致的粒子退化 问题。仿真实验中针对闪烁测量噪声背景条件下水 下目标纯方位角跟踪问题,将 IDDPF 算法与 DDPF 算法作对比,50 次 Monte Carlo 仿真实验结果表明,







IDDPF 算法具有更快的跟踪响应, RMSE 统计分析 同样验证了所提算法具有较高的估计精度及一定的 鲁棒性。

参考文献(References)

- Daum F. Nonlinear filters: beyond the Kalman filter [J]. IEEE AES Systems Magazine, 2005, 20(8): 57-69.
- [2] Bar-Shalom Y, Li X R, Kirubarajan T. Estimation with applications to tracking and navigation [M]. New York: Wiley & Sons, 2001:157-163.
- [3] 周东华,席裕庚,张钟俊. 一种带多重次优渐消因子的扩展卡 尔曼滤波器[J]. 自动化学报, 1991, 17(6):689-696.
 ZHOU Dong-hua, XI Yu-geng, ZHANG Zhong-jun. A suboptimal multiple fading extended Kalman filter[J]. Acta Automatica Sin-



图 7 Y轴速度跟踪及其误差曲线

Fig. 7 Velocity and tracking error along *Y*-axis







ca, 1991, 17(6):689-696. (in Chinese)

- [4] Gelb A. Applied optimal estimation [M]. Cambridge: the MIT Press, 1974:567 - 590.
- [5] Julier S J, Uhlmann J K, Durrant W H. A new approach for filtering nonlinearing systems [C] // Proceedings of the American Control Conference. Seattle, WA: IEEE, 1995: 1628 - 1632.
- [6] Norgaard M, Poulsen N K, Ravn O. New development in state estimation for nonlinear systems [J]. Automatica, 2000, 36(11): 1627 - 1638.
- [7] 王晓旭,赵琳,夏全喜.噪声相关条件下 Unscented 卡尔曼滤 波器设计[J].控制理论与应用,2010,27(10):1362-1369.
 WANG Xiao-xu, ZHAO Lin, XIA Quan-xi. Design of umscented Kalman filter with correlative noises[J]. Control Theory & Applications, 2010,27(10):1362-1369. (in Chinese)
- [8] 王晓旭,赵琳,潘泉. 基于最小均方根误差估计的噪声相关 UKF 设计[J]. 控制与决策, 2010, 25(9): 1393 - 1398.
 WANG Xiao-xu, ZHAO Lin, PAN Quan. Design of UKF with cor-





relative noises based on minimum mean square error estimation [J]. Control and Decision, 2010, 25(9): 1393 - 1398. (in Chinese)

- [9] 王晓旭,梁彦,潘泉. 带有色量测噪声的非线性系统 Unscented 卡尔曼滤波器[J]. 自动化学报, 2012, 38(6): 986-998.
 WANG Xiao-xu, LIANG Yan, PAN Quan. Unscented Kalman filter for nonlinear systems with colored measurement noise[J]. Acta Automatica Sinca, 2012, 38(6): 986-998. (in Chinese)
- [10] 范炜,李勇. Sigma 点卡尔曼滤波方法精度分析[C] //2009 Chinese Control and Decision Conference, 2009: 2883 – 2888.
 FAN Wei, LI Yong. Accuracy analysis of sigma-point Kalman filters[C] //2009 Chinese Control and Decision Conference. Guilin: IEEE, 2009: 2883 – 2888. (in Chinese)
- [11] Lefebvre T, Bruyninckx H, Schutter J. Kalman filter for nonlinear systems: a comparison of performance [J]. International Journal of Control, 2004, 77(7): 639-653.
- [12] Duník J, Simandl M, Straka O, et al. Performance analysis of derivative-free filters[C] // Proceedings of the 44th IEEE Conference on Decision and Control. Seville: IEEE, 2005: 1941 – 1946.
- [13] Lee D J. Nonlinear Bayesian filtering with applications to estimation and navigation [D]. Texas: Texas A&M University, 2005.
- [14] Shi Y, Chongzhao H, Liang Y. Improved divided difference filter based on Newton-Raphson method for target tracking [C] // 12th International Conference on Information Fusion. Seattle, WA: IEEE, 2009: 2068 - 2074.
- [15] Wang C Y, Zhang j, Mu J. Maximum likelihood-based iterated divided difference filter for nonlinear systems from discrete noisy measurement[J]. Sensors, 2012, 12(7): 8912-8929.
- [16] Subrahmanya N, Shin Y C. Adaptive divided difference filtering for simultaneous state and parameter estimation [J]. Automatica, 2009, 45(7): 1686-1693.
- [17] Miele A. Optimal trajectories and guidance trajectories for aircraft flight through wing shears [C] // Proceeding of 29th IEEE Con-

ference on Decision and Control. Phoenix: IEEE, 1990: 737-743.

- [18] Gondon N, Salmonod D. Novel approach to non-linear and non-Gaussian Bayesian state estimation [C] // Proceedings of Institute Electric Engineering. Michigan: IEEE, 1993, 140 (2): 107 113.
- [19] 朱志宇. 粒子滤波算法及其应用[M]. 北京:科学出版社, 2010:123-135.

ZHU Zhi-yu. Particle filter and applications [M]. Beijing: Science Press, 2010:123 - 135. (in Chinese)

- [20] 石勇, 韩崇昭. 二阶中心差分粒子滤波算法[J]. 西安交通 大学学报, 2008, 42(4): 409-413.
 SHI Yong, HAN Chong-zhao. Particle filter using second-order central difference [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2008, 42(4): 409-413. (in Chinese)
- [21] 熊剑,刘建业,赖际舟.基于二阶差值滤波的粒子滤波改进 算法研究[J].控制与决策,2009,24(6):907-910.
 XIONG Jian, LIU Jian-ye, LAI Ji-zhou. Improved particle filtering algorithm based on 2-order interpolation filtering[J]. Control and Decision, 2009, 24(6):907-910. (in Chinese)
- [22] 朱明清,王智灵,陈宗海.基于改进 Bhattacharyya 系数的粒子滤波视觉跟踪算法[J].控制与决策,2012,27(10):1579-1583.

ZHU Ming-qing, WANG Zhi-ling, CHEN Zong-hai. Modified Bhattacharyya coefficient for particle filter visual tracking [J]. Control and Decision, 2012, 27(10):1579 – 1583. (in Chinese)

- [23] 夏楠,邱天爽,李景春. 一种卡尔曼滤波与粒子滤波相结合的非线性滤波算法[J]. 电子学报, 2013, 41(1): 148-152.
 XIA Nan, QIU Tian-shuang, LI Jing-chun. A nonlinear filtering algorithm combining the Kalman filter and the particle filter[J]. Acta Electronica Sinica, 2013, 41(1): 148-152. (in Chinese)
- [24] 熊剑,刘建业,赖际舟. 基于结构分解的 GPS/INS 组合导航 粒子滤波技术[J]. 控制与决策, 2012, 27(6): 957-960.
 XIONG Jian, LIU Jian-ye, LAI Ji-zhou. GPS/INS integrated navigation particle filter based on structural decomposition[J].

Control and Decision, 2012, 27(6): 957-960. (in Chinese)

[25] 王欣,赵连义,薛龙.基于主成分分析的粒子滤波器目标跟踪算法[J].吉林大学学报:理学版,2012,50(6):1156-1162.
 WANG Xin, ZHAO Lian-yi, XUE Long. Particle filter algorithm

based on principal component analysis[J]. Journal of Jilin University: Science Edition, 2012: 50(6): 1156-1162. (in Chinese)

[26] 陈志敏,薄煜明,吴盘龙. 基于自适应粒子群优化的新型粒子滤波在目标跟踪中的应用[J]. 控制与决策, 2013, 28(2):193-200.
CHEN Zhi-min, BO Yu-ming, WU Pan-long. Novel particle filter algorithm based on adaptive particle swarm optimization and

ter algorithm based on adaptive particle swarm optimization and its application to radar target tracking[J]. Control and Decision, 2013, 28(2):193 – 200. (in Chinese) Lichtenauer J, Reinders M, Hendriks E. Influence of the obser-

- [27] Lichtenauer J, Reinders M, Hendriks E. Influence of the observation likelihood function on particle filtering performance in tracking applications[C] // Proceedings of 6th IEEE International Conference on Automatic Face and Gesture Recognition. Netherlands: IEEE, 2004: 767 772.
- [28] Mukherjee A, Sebgupta A. Parameter estimation of a signal along with non-stationary non-Gaussian noise [C] // the 33rd Annual Conference of the IEEE Industrial Electronica Society. Taipei: IEEE,2007: 2429 – 2433.
- [29] 盛骤,谢式千,潘承毅. 概率论与数理统计[M]. 北京:高等 教育出版社, 2001:157-163.
 SHENG Zhou, XIE Shi-qian, PAN Cheng-yi. Probability theory and mathematical statistics [M]. Beijing: Higher Education Press, 2001:157-163. (in Chinese)
- [30] Hewer G A, Martin R D. Robust preprocessing for Kalman filter of glint noise[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1987, 23(1):120 – 128.
- [31] 李建武. 非高斯噪声下基于 EM 改进算法的多用户检测研究
 [D]. 郑州:河南工业大学, 2011:53-60.
 LI Jian-wu. The research of multiuser detection based on EM accelerate algorithms under non-Gauss noise [D]. Zhengzhou: Henan University of Technology, 2011:53-60. (in Chinese)