# 恒定应力加速退化试验中避免伪寿命分布 误指定的一种建模方法

# 徐廷学1,王浩伟1,张磊2

(1. 海军航空工程学院 兵器科学与技术系,山东 烟台 264000; 2. 海军航空工程学院 科研部,山东 烟台 264000)

摘要:为了避免恒定应力加速退化试验(CSADT)中伪寿命分布类型误指定的发生,提出了基于退化轨迹参数折算的建模方法。区别于传统建模方法对寿命分布模型的参数进行加速建模的做法,提出的建模方法对退化轨迹函数的参数进行加速建模,以获取所有样品在工作应力下的伪寿命值从而可以准确辨识其分布类型。通过某型碳膜电阻 CSADT 数据对所提方法进行了实例应用,研究结果表明所提方法有效解决了伪寿命分布误指定问题。

关键词: 兵器科学与技术; 恒定应力加速退化试验; 伪寿命; 误指定; 加速系数 中图分类号: TB114.3 文献标志码: A 文章编号: 1000-1093(2014)12-2098-06 DOI: 10.3969/j.issn.1000-1093.2014.12.024

# A Reliability Modeling Approach to Avoiding Mis-specification of Pseudo Life Distribution in CSADT

XU Ting-xue<sup>1</sup>, WANG Hao-wei<sup>1</sup>, ZHANG Lei<sup>2</sup>

(1. Department of Ordnance Science and Technology, Naval Aeronautical and Astronautical University,

Yantai 264000, Shandong, China;

2. Department of Scientific Research, Naval Aeronautical and Astronautical University, Yantai 264000, Shandong, China)

Abstract: A reliability modeling approach based on parameter conversion is proposed to avoid the misspecification of pseudo-life distribution in constant stress accelerated degradation test (CSADT). The proposed method models the parameters of degradation path functions. It is different from the traditional method that models the parameters of distribution functions. The pseudo life of all samples under the working stress is evaluated, and the distribution type can be accurately identified. A application example with the CSADT data of carbon-film resistors is provided. The research results show that the proposed method can effectively resolve the problem of mis-specification of pseudo-life distribution.

Key words: ordnance science and technology; constant stress accelerated degradation test; pseudo life; mis-specification; acceleration factor

# 0 引言

加速寿命试验(ALT)和加速退化试验(ADT)可 为快速评估产品的可靠性提供有效、可行的手段,因 此成为了可靠性领域的重要研究方向<sup>[1-3]</sup>。通常情 况下,ADT 比 ALT 更为高效,因为样品在 ADT 中勿 需失效,可通过样品的退化规律预测出失效时间,预 测的失效时间被称为伪寿命。恒定应力加速退化试 验(CSADT)凭借其比较容易操控的试验过程和成 熟的数据统计方法,被广泛应用于产品的可靠性评

**基金项目:**国防预先研究基金项目(4010801020402)

收稿日期: 2014-03-13

作者简介:徐廷学(1962—),男,教授,博士生导师。E-mail: xtx-yt@163.com

估[4-7]。

在 CSADT 建模时,确定样品伪寿命的分布类型 是非常重要的环节,直接影响到产品寿命预测的准 确性。目前,对产品寿命分布类型的确定有 3 种途 径<sup>[8]</sup>:一是通过分析产品的失效机理确定;二是根 据工程经验或专家判断确定;三是通过对寿命数据 进行最优拟合检验确定。对一些新产品来说,由于 缺少工程经验和历史认识,失效机理又没被完全掌 握,第 3 种途径比较稳妥,本文针对第 3 种方法研究 避免分布类型误指定的问题。传统的基于伪寿命的 建模方法(以下简称传统方法)需要估计出各个应 力水平下的伪寿命值,根据 Pieruschka 假定<sup>[9]</sup>,产品 在各个应力水平下的伪寿命值应服从同一分布类 型。然而在实际应用中,各应力水平下寿命值的最 优拟合分布类型往往并不一致,难以判断产品寿命 的最优分布类型,容易造成分布类型误指定。

CSADT 中的传统方法源自恒定应力加速寿命 试验(CSALT),区别是增加了利用退化轨迹函数对 产品退化过程建模的步骤。针对此特点,本文提出 了基于退化轨迹函数参数折算的建模方法,利用加 速模型对退化轨迹函数的各参数与加速应力之间的 关系进行建模,而传统方法是利用加速模型对分布 函数的各参数与加速应力之间的关系进行建模。参 数折算的方法可获得所有样品在工作应力水平下的 伪寿命值,从而可以对所有伪寿命值统一进行最优 拟合检验,有效避免产品寿命分布误指定的发生。

# 1 退化建模与参数估计

假设  $t_{ijk}$ 为第 j 个样品在第 k 个加速应力下进行 第 i 次测量的时间点, $y(t_{ijk})$ 为相应的退化增量测量 值,有  $y(0) = 0, i = 1, 2, \dots, n_{jk}, j = 1, 2, \dots, m_k, k =$ 1,2,…,l,其中 l 表示加速应力的总数, $m_k$  表示第 k个加速应力下的样品数, $n_{jk}$ 表示第 j 个样品在第 k个加速应力下的测量次数。样品的退化轨迹函数可 由(1)式表示<sup>[10]</sup>:

$$y(t_{ijk}) = g(t_{ijk}; \boldsymbol{\theta}) + \boldsymbol{\varepsilon}_{ijk}, \qquad (1)$$

式中: $g(t_{ijk}; \theta)$ 表示样品的退化增量真值; $\theta$ 表示未 知参数向量; $\varepsilon_{ijk}$ 为测量误差,且 $\varepsilon_{ijk} \sim N(0, \sigma_{jk}^2)$ ;

样品的退化轨迹一般可分为直线型、指数型和 幂律型,指数型和幂律型可通过对数变化转换成直 线型。不失一般性,假设退化轨迹为幂律型,则

$$g(t_{ijk}; \boldsymbol{\theta}) = g(t_{ijk}; a, b) = at_{ijk}^{b}, \qquad (2)$$
式中:a,b 为未知参数; \boldsymbol{\theta} = (a, b).

对于 ADT 中的每一个样品,可通过其测量值

 $(y_{j_k}, t_{j_k})$ ,得到退化轨迹函数的参数估计值  $\hat{\theta}_{j_k}$ .由 (1)式可得 $[y_{ij_k} - g(t_{ij_k}, \theta)] \sim N(0, \sigma_{j_k}^2)$ ,则可对每 个样品建立如下的极大似然函数并估计出  $\hat{\theta}_{j_k}$ :

$$L(a_{jk}, b_{jk}, \sigma_{jk}) = \prod_{i=1}^{n_{jk}} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{jk}^2}} \exp\left[-\frac{(y_{ijk} - a_{jk} \cdot t_{ijk}^{b_{jk}})^2}{2\sigma_{jk}^2}\right].$$
 (3)

在传统方法中,由 $\hat{\theta}_{\mu}$ 和设定的失效阈值 D 可计 算出每个样品的伪寿命 $\xi_{\mu}$ .通过最优拟合检验可确 定每个应力水平下的伪寿命值 $\xi_{1k},\xi_{2k},\dots,\xi_{m,k}$ 所服 从的最优分布类型,然而每个应力水平下的最优分 布类型可能不相同,容易造成分布类型的误指定,从 而影响寿命预测的准确性。以下研究了通过参数值 折算在工作应力水平下进行伪寿命分布类型确定和 寿命预测的方法。

# 2 参数的加速模型

Pieruschka 在 1961 提出了 ALT 的第1个基本 假定:在不同的应力水平下,产品的寿命服从同族的 失效分布类型,即改变应力水平不改变失效分布族, 而仅仅改变分布参数。此后,关于 ALT 的所有假定 都在这一基本假定下展开。Pieruschka 假定在 ADT 中得到了扩展:在不同的应力水平下,产品的退化路 径应服从同一形式,改变应力水平不改变退化路径 的形式,而仅仅改变其中的参数。据此,可推断参数 *a* 应该随着应力变化而改变,参数 *b* 决定着产品退 化路径的形状,应该与应力无关。假设加速应力为 温度 *T*,选择 Arrhenius 方程作为加速模型,则可设

 $a(T) = \exp(\gamma_1 - \gamma_2/T), b(T) = b, \qquad (4)$ 式中: $\gamma_1, \gamma_2$ 为待定系数。

# 2.1 参数与加速应力关系的推导

Pieruschka 假定指出分布参数在加速应力下会发生改变,却没有说明会如何变化。周源泉等<sup>[11]</sup>提出了加速系数不变原则,并在此基础上给出了推导分布函数的各参数如何变化的方法。加速系数不变原则是指为了保证加速系数具有工程应用性,需要求加速系数为一个不随时间变化的常数,仅由加速应力水平所决定。文献[12]进一步指出产品的失效机理不变是保证加速系数不变的充要条件,有效的ALT 必须保证产品的失效机理不变,因此也应满足加速系数不变原则。

本文将加速系数不变原则引入到 ADT,用以推导退化轨迹函数的各参数在加速应力下应如何变化,验证(4)式中的关系式。加速系数的定义在

ADT 中与 ALT 中并不相同,但内涵一致。冯静 等<sup>[13]</sup>给出了 ADT 中加速系数较为规范的定义:当 产品在 ADT 不同的应力水平下具有相等的平均退 化量 *d* 时,将其退化时间的比值定义为应力水平之 间的加速系数

$$AF_{k,0} = t_{d,0} / t_{d,k}, \qquad (5)$$

式中: $AF_{k,0}$ 为加速应力水平  $T_k$ 相对于正常应力水平  $T_0$ 的加速系数; $t_{d,k}$ 、 $t_{d,0}$ 分别为产品在  $T_k$ 、 $T_0$ 下的平均退化量达到 d的时间。平均退化量可分别由  $g_k(t;a_k,b_k)$ 和  $g_0(t;a_0,b_0)$ 表示,当平均退化量都为 d时,则

$$d = a_k (t_{d,k})^{b_k} = a_0 (t_{d,0})^{b_0}.$$
 (6)  
将(6)式代入(5)式,则

$$AF_{k,0} = \left(\frac{d}{a_0}\right)^{\frac{1}{b_0}} / \left(\frac{d}{a_k}\right)^{\frac{1}{b_k}}.$$
 (7)

因为 d 为时间 t 的函数,如要保证  $AF_{k,0}$  为一个 不随时间 t 变化的常数,也就是要求(7)式中的  $AF_{k,0}$ 与 d 无关。据此可推导出  $b_k = b_0 = b$ ,此时  $a_k/a_0 = (AF_{k,0})^{1/b}$ .可知参数 b 与加速应力无关,而 参数 a 与加速应力相关,描述了产品在不同应力水 平下的退化速率,故参数 a,b 与温度 T 的关系可表 示为(4)式中的形式。

#### 2.2 额定应力下的参数值

由各样品的参数估计值  $\theta_{jk} = (a_{jk}, b_{jk}), 通过最$  $小二乘法可得到(4)式中待定系数的估计值 <math>\hat{\gamma}_1, \hat{\gamma}_2$ . 设加速应力  $T_k$ 下的  $a_{jk}, b_{jk}$ 在工作应力  $T_0$ 下的折算 值分别表示为  $a_{h0}, b_{h0}$  ( $h = 1, 2, \dots, N, N$  为样品总 数),则  $a_{h0}$ 可由(8)式解出:

$$B_{k,0} = \frac{a_{jk}}{a_{h0}} = \exp\left[-\hat{\gamma}_2\left(\frac{T_0}{T_k}\right)\right],\tag{8}$$

式中: $B_{k,0}$ 为折算系数。

因为参数 b 值与加速应力无关,在各应力水平下应保持不变,所有  $b_{h0}$ 取为  $b_{jk}$ 的平均值。由参数折算值  $\hat{\theta}_{h0} = (a_{h0}, b_{h0})$ 和失效阈值 D,可计算出各样品在工作应力  $T_0$ 下的伪寿命值  $\xi_{h0}$ .

#### 3 伪寿命参数估计

使用最优拟合检验的方法确定与伪寿命值拟合 最好的分布类型,因为指数分布、正态分布、对数正 态分布、威布尔分布、伽玛分布具有比较好的分布特 性并能涵盖绝大多数分布情况,故选择此5种分布 作为伪寿命值的备选分布类型。

Anderson-Darling 统计量具有良好的统计特性<sup>[14]</sup>,不但可用于最优拟合检验而且可以对特定分

布类型进行拟合优度的假设检验。Anderson-Darling 统计量可描述数据服从特定分布类型的程度,数据 与分布拟合得越好,统计量的 AD 值越小。AD 值的 计算公式如下:

$$AD = n \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\left[F_n(x) - F(x)\right]}{F(x)\left[1 - F(x)\right]} \mathrm{d}F(x). \tag{9}$$

式中: $F_n(x)$ 为经验分布函数;F(x)为累积分布函数;n为检验样本的个数。

当利用 Anderson-Darling 统计量进行假设检验时,设显著性水平为 0.05,如果得到统计量的 P 值大于 0.05,则可以得出伪寿命值服从指定分布类型的结论。假设伪寿命值  $\xi_{ho}$ 的最优拟合分布为伽玛分布,则产品在工作应力  $T_0$ 下的可靠度函数为

$$R(t;\hat{s}_{0},\hat{r}_{0}) = 1 - \frac{\hat{s}_{0}^{-\hat{r}_{0}}}{\Gamma(\hat{r}_{0})} \int_{0}^{t} x^{\hat{r}_{0}-1} \exp\left(-\frac{x}{\hat{s}_{0}}\right) \mathrm{d}x.$$
(10)

式中: $\Gamma(\cdot)$ 为伽玛函数; $\hat{s}_0$ 、 $\hat{r}_0$ 分别为尺度参数和形状参数的估计值。 $\hat{s}_0$ 、 $\hat{r}_0$ 可由 $\xi_{\mu 0}$ 通过极大似然估计得到:

$$L(s_0, r_0) = \prod_{h=1}^{N} \frac{s_0^{-r_0}}{\Gamma(r_0)} (\xi_{h0})^{r_0 - 1} \exp\left(-\frac{\xi_{h0}}{s_0}\right).$$
(11)

# 4 传统的基于伪寿命的建模方法

为了分析伪寿命分布误指定给寿命预测带来的 影响,文本亦给出了传统的基于伪寿命的建模方法, 其特点是利用加速模型对分布函数的各参数与加速 应力之间的关系进行建模。工程实践中,威布尔分 布、对数正态分布及伽玛分布之间比较容易发生误 指定。

1) 假设 $\xi_{\mu}$ 服从威布尔分布,由加速系数不变原则可推导出尺度参数与加速应力有关而形状参数与 应力无关。利用 Arrhenius 方程将  $T_k$ 下的尺度参数 表示为  $\eta_k = \exp(\alpha_1 + \alpha_2/T_k)$ ,设  $m_k = \alpha_3$ . 由威布尔 分布的概率密度函数建立融合所有  $\xi_{\mu}$ 的似然函数 如下:

$$L(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) = \prod_{k=1}^{l} \prod_{j=1}^{m_k} \frac{\alpha_3}{\exp(\alpha_1 + \alpha_2/T_k)} \cdot \left[\frac{\xi_{jk}}{\exp(\alpha_1 + \alpha_2/T_k)}\right]^{\alpha_3 - 1} \exp\left\{-\left[\frac{\xi_{jk}}{\exp(\alpha_1 + \alpha_2/T_k)}\right]^{\alpha_3}\right\}.$$
(12)

由 (12) 式可得  $\hat{\alpha}_1, \hat{\alpha}_2, \hat{\alpha}_3, 则产品在 T_0$  下寿命 分布模型的参数值为  $\eta_0 = \exp(\hat{\alpha}_1 + \hat{\alpha}_2/T_0), m_0 = \hat{\alpha}_3,$ 由此可得产品在  $T_0$  下的可靠度函数。

2101

2) 假设 $\xi_{\mu}$ 服从对数正态分布,由加速系数不变 原则可推导出其对数均值 $\mu$ 与加速应力有关,对数 标准差与应力无关。利用 Arrhenius 方程将  $T_k$ 下的 对数均值表示为 $\mu_k = \beta_1 + \beta_2/T_k$ ,设对数标准差为  $\sigma_k = \beta_3$ . 建立融合所有 $\xi_k$ 的似然函数如下:

$$L(\boldsymbol{\beta}_{1},\boldsymbol{\beta}_{2},\boldsymbol{\beta}_{3}) = \prod_{k=1}^{l} \prod_{j=1}^{m_{k}} \frac{1}{\sqrt{2\pi\xi_{jk}}\boldsymbol{\beta}_{3}} \cdot \exp\left\{-\left[\frac{\ln\xi_{jk}-(\boldsymbol{\beta}_{1}+\boldsymbol{\beta}_{2}/T_{k})}{\sqrt{2}\boldsymbol{\beta}_{3}}\right]^{2}\right\}.$$
 (13)

由 (13) 式可得  $\hat{\beta}_1$   $\hat{\beta}_2$   $\hat{\beta}_3$ ,则产品在  $T_0$  下寿命 分布模型的参数值为  $\mu_0 = \hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_2 / T_0$ ,  $\sigma_0 = \hat{\beta}_3$ .

3) 假设 $\xi_{\mu}$ 服从伽玛分布,由加速系数不变原则 可推导出其尺度参数与加速应力有关,形状参数与 应力无关。利用 Arrhenius 方程将  $T_k$  下的尺度参数 表示为  $s_k = \exp(\delta_1 + \delta_2/T_k)$ ,设形状参数为  $r_k = \delta_3$ . 建立融合所有  $\xi_{\mu}$ 的似然函数如下:

$$L(\delta_{1}, \delta_{2}, \delta_{3}) =$$

$$\prod_{k=1}^{l} \prod_{j=1}^{m_{k}} \frac{\exp\left[-\delta_{3}(\delta_{1} + \delta_{2}/T_{k})\right]}{\Gamma(\delta_{3})} (\xi_{jk})^{\delta_{3}-1} \cdot$$

$$\exp\left[-\frac{\xi_{jk}}{\exp(\delta_{1} + \delta_{2}/T_{k})}\right]. \quad (14)$$

由(14)式可得 $\hat{\delta}_1$ 、 $\hat{\delta}_2$ 、 $\hat{\delta}_3$ ,则产品在 $T_0$ 下寿命 分布模型的参数值为 $s_0 = \exp(\hat{\delta}_1 + \hat{\delta}_2/T_0)$ , $r_0 = \hat{\delta}_3$ .

#### 5 案例分析

Meeker 等<sup>[15]</sup>提供了某型碳膜电阻在 CSADT 中的试验数据。加速应力为温度,3 组加速应力水平分别为 83 ℃、133 ℃和 173 ℃,产品的工作应力水 平为 50 ℃.试验过程中所有样品同时测量,测量时 刻为 452 h、1 030 h、4 341 h 和 8 084 h,退化参量为电 阻值的百分比增量,更为详细的试验数据可参考文 献[15]中的 Table C.3.

图1描述了在3个加速应力水平下样品电阻值 百分比增量 y 的变化轨迹,可见图中的退化曲线为 幂率型,对各样品进行退化建模,得到( $a_{\mu}, b_{\mu}$ )的极 大似然估计值如表1所示(为了方便计算,时间单 位取为10<sup>3</sup> h).不同的加速应力之间的 $\hat{\alpha}_{\mu}$ 值有明显 的变化,而 $\hat{b}_{\mu}$ 值变化不明显,这也印证了参数 a 与 加速应力有关而参数 b 与加速应力无关的结论。由 于技术手段的限制,测量到的退化数据不可避免地 带有一定的误差,所以 $\hat{b}_{\mu}$ 值很难相等,会在一定范 围内波动,但在预测伪寿命时 $\hat{b}_{\mu}$ 取为平均值较为稳 妥。当失效阈值设为 D = 5%, $\hat{b}_{\mu}$ 取平均值 0.412 7 时,可计算得各个样品的伪寿命值如表1中所示。 使用 Anderson-Darling 统计量对各加速应力下的伪 寿命值进行最优拟合检验,得到 AD 值如表 2 所示。 可知  $\hat{\xi}_{\mu}$ 最优服从对数正态分布, $\hat{\xi}_{\mu}$ 最优服从伽玛分 布, $\hat{\xi}_{\beta}$ 最优服从威布尔分布,此时无法判断产品寿命 的最优分布类型,容易发生分布类型误指定。



#### 5.1 传统的基于伪寿命的方法

分别设产品寿命服从对数正态、伽玛和威布尔 分布,解得( $\hat{\beta}_1$ , $\hat{\beta}_2$ , $\hat{\beta}_3$ ) = (-13.476,7215.752, 0.709),( $\hat{\delta}_1$ , $\hat{\delta}_2$ , $\hat{\delta}_3$ ) = (-13.371,6909.943, 2.408),( $\hat{\alpha}_1$ , $\hat{\alpha}_2$ , $\hat{\alpha}_3$ ) = (-12.085,6792.461, 1.631),3种情况下获得的平均寿命预测值分别为 8.997×10<sup>6</sup> h、6.795×10<sup>6</sup> h和7.267×10<sup>6</sup> h,其可 靠度 R 曲线如图 2 所示。如果在伽玛分布和威布

# 兵工学报

表 1	$(a_{jk}, b_{jk})$	的极大似多	然估计值及	伪寿命预测值
-----	--------------------	-------	-------	--------

Tab. 1 MLEs of  $(a_{jk}, b_{jk})$  and the pseudo life predictions

投口		<i>T</i> = 83 ℃		丹口	<i>T</i> = 133 °C		+¥ D	<i>T</i> = 173 °C			
作于百百	$\hat{a}_{j1}$	$\hat{b_{j1}}$	$\hat{\xi}_{j1}/10^3$ h	作前	â <sub>j2</sub>	$\hat{b_{j2}}$	$\hat{\xi}_{j2}/10^3$ h	件茚	â	$\hat{b}_{j3}$	$\hat{\xi}_{j3}/10^3$ h
1	0.3111	0. 282 3	835.982	11	0. 471 9	0. 359 0	304. 641	21	1. 175 9	0. 619 1	33.348
2	0. 237 1	0. 180 7	1 614. 521	12	1.1405	0. 467 9	35.907	22	1.7812	0. 505 4	12. 193
3	0. 453 4	0. 235 9	335.707	13	0. 623 4	0.4205	155. 171	23	3. 546 1	0. 530 0	2.299
4	0. 279 3	0. 215 5	1 085. 776	14	0. 596 4	0. 421 0	172. 777	24	1.2739	0. 577 0	27.467
5	0. 279 6	0.3223	1 083. 244	15	0.7125	0.4770	112. 274	25	2. 143 1	0. 480 9	7.789
6	0. 359 9	0.2064	587.511	16	0.6503	0.4556	140. 081	26	1.9935	0. 545 8	9. 281
7	0.4082	0. 232 2	432. 885	17	0. 938 4	0. 396 5	57.600	27	2.7777	0. 530 8	4. 155
8	0. 270 5	0. 294 7	1 172. 686	18	1.0430	0. 525 6	44. 589	28	1.3097	0. 487 0	25.684
9	0.3672	0.3409	559.279	19	0.7806	0. 386 5	89. 982	29	1.4471	0. 492 0	20. 169
				20	0.7054	0. 485 6	115.022	30	1.5648	0. 494 9	16.687

表 2	伪寿命在各分布类型下的 AD 值
Гаb. 2	ADs of pseudo life for each distribution type

出主会	分布类型							
仍对中叫	正态	对数正态	威布尔	伽玛	指数			
$\hat{\xi}_{j1}$	0. 280	0. 251	0.264	0.273	1.237			
$\hat{\xi}_{_{J\!2}}$	0.409	0.220	0. 227	0.210	0.872			
$\hat{\xi}_{_{j3}}$	0. 220	0. 283	0.201	0.210	0. 490			
$\hat{\xi}_{h0}$	0.711	0.340	0. 239	0.217	1.864			

尔分布之间发生误指定,对寿命预测结果影响较小, 其平均寿命预测值相对误差为 6.49%;如果发生了 对数正态分布的误指定,将明显影响寿命预测结果, 其平均寿命预测值相对误差超过 20%.



#### 5.2 参数折算的方法

由  $\hat{a}_{jk}$ ,通过最小二乘法解得( $\hat{\gamma}_1$ , $\hat{\gamma}_2$ ) = (7.171,2978.110),然后利用(8)式可得折算系数 为 $B_{1,0}$  = 2.349, $B_{2,0}$  = 6.575, $B_{3,0}$  = 12.689,进一步 可得折算值 $a_{k0}$ 及对应的伪寿命预测值 $\xi_{k0}$ 如表 3 所示。使用 Anderson-Darling 统计量对 $\xi_{k0}$ 进行最优拟 合检验,得到 *AD* 值如表 2 中所示,可知  $\xi_{k0}$ 最优服从 伽玛分布,从而可确定产品寿命的分布类型为伽玛 分布。通过(11)式,可解得参数的点估计值为( $\hat{s}_0$ ,  $\hat{r}_0$ ) = (3 362.804, 2.387),利用 Bootstrap 自助抽样 法解得两参数置信水平为 95% 的区间估计分别为 [ $\hat{s}_0$ , $\bar{s}_0$ ] = [1 325.663, 5 019.211],[ $\hat{r}_0$ , $\bar{r}_0$ ] = [0.863, 4.996],产品的可靠度 *R* 曲线及 95% 的置 信上限和下限如图 3 所示。为了验证参数折算方法 的有效性,图 3 中亦给出了利用传统方法得到的可 靠度*R*曲线(此时的分布类型为伽玛分布,不存在

表3 折算值  $a_{\mu\nu}$ 与对应的伪寿命预测值  $\xi_{\mu\nu}$ 

Tab. 3 Converted values  $a_{h0}$  and corresponding pseudo life prediction  $\xi_{h0}$ 

样品	$a_{h0}$	$\xi_{h0}/10^3 ~{ m h}$	样品	$a_{h0}$	$\xi_{h0}/10^3$ h
1	0. 132 4	6 618. 323	17	0. 142 7	5 523. 263
2	0. 100 9	12 781. 875	18	0. 158 6	4 275. 565
3	0. 193 0	2 657. 735	19	0. 118 7	8 628. 333
4	0. 118 9	8 595. 900	20	0. 107 3	11 029. 399
5	0. 119 0	8 575. 854	21	0.0927	15 725. 522
6	0. 153 2	4 651. 225	22	0. 140 4	5 749. 819
7	0. 173 8	3 427. 074	23	0. 279 5	1 084. 143
8	0. 115 2	9 283. 951	24	0.1004	12 952. 365
9	0. 156 3	4 427. 713	25	0. 168 9	3 672. 881
11	0.0718	29 211. 831	26	0. 157 1	4 376. 734
12	0. 173 5	3 443. 108	27	0. 218 9	1 959. 210
13	0. 094 8	14 879. 295	28	0. 103 2	12 111. 475
14	0.0907	16 567. 493	29	0.1140	9 510. 758
15	0. 108 4	10 765. 870	30	0. 123 3	7 868. 993
16	0. 098 9	13 432. 279			

误指定)。可见,使用参数折算方法和传统方法得 到的可靠度曲线较为接近但不完全一致,由于测量 数据的不完美,参数估计方法不同等因素造成了两 种方法预测结果的差异。



# 6 结论

CSADT 中,传统的建模方法是利用加速模型对 分布函数的各参数与加速应力之间的关系进行建 模,而本文提出的参数折算方法是利用加速模型对 退化轨迹函数的各参数与加速应力之间的关系进行 建模。案例应用分析了伪寿命分布误指定的存在, 验证了提出的方法可有效避免误指定的发生。

利用加速试验数据进行建模时,必不可少的一 个步骤是建立参数的加速模型。加速系数不变原则 为确定参数与加速应力之间的关系提供了理论支撑 和推导方法,克服了依据经验假定参数与应力关系 所引入的主观性较大的不足,对建立合理、准确的可 靠性模型具有一定的指导意义。

#### 参考文献(References)

- [1] Balakrishnan N, Ling M H. Expectation maximization algorithm for one shot device accelerated life testing with weibull lifetimes, and variable parameters over stress[J]. IEEE Transactions on Reliability, 2013, 62(2):537-551.
- [2] Shi Y, Meeker W Q. Bayesian methods for accelerated destructive degradation test planning [J]. IEEE Transactions on Reliability, 2012, 61(1): 245-253.
- [3] 邓爱民,陈循,张春华,等.加速退化试验技术综述[J].兵 工学报,2007,28(8):1002-1007.
  DENG Ai-min, CHEN Xun, ZHANG Chun-hua, et al. A comprehensive review of accelerated degradation testing[J]. Acta Armamentarii, 2007,28(8):1002-1007. (in Chinese)
- [4] Wang F, Chu T. Lifetime predictions of LED-based light bars by accelerated degradation test [ J ]. Microelectronics Reliability,

2012, 52(7):1332-1336.

 [5] 赵建印,刘芳,奚文骏.退化失效与突发失效共存下产品可靠 性模型与评估方法研究[J]. 兵工学报,2011,32(9):1136-1139.

ZHAO Jian-yin, LIU Fang, XI Wen-jun. Reliability model and evaluation method of products in competing failure modes[J]. Acta Armamentarii, 2011, 32(9): 1136 – 1139. (in Chinese)

- [6] 马小兵,王晋忠,赵宇.基于伪寿命分布的退化数据可靠性 评估方法[J].系统工程与电子技术,2011,33(1):228-232.
  MA Xiao-bing, WANG Jin-zhong, ZHAO Yu. Reliability assessment using constant-stress accelerated degradation data based on pseudo life distribution[J]. System Engineering and Electronics, 2011, 33(1):228-232. (in Chinese)
- [7] 王浩伟,徐廷学,周伟.综合退化数据与寿命数据的某型电 连接器寿命预测方法[J].上海交通大学学报,2014,48(5): 702-706.

WANG Hao-wei, XU Ting-xue, ZHOU Wei. Lifetime prediction method for missile electrical connector synthesizing degradation data and lifetime data[J]. Journal of Shanghai Jiaotong University, 2014,48(5):702-706. (in Chinese)

- [8] Park J I, Bae S J. Direct prediction methods on lifetime distribution of organic light-emitting diodes from accelerated degradation tests[J].
   IEEE Transactions on Reliability, 2010, 559(1):74 –90.
- [9] Pieruschka E. Relation between lifetime distribution and the stress level causing failure, LMSD-400800[R]. Sunnyvale, CA: Lockheed Missile and Space Division, 1961.
- [10] 赵宇.可靠性数据分析[M].北京:国防工业出版社,2011: 99-121.
  ZHAO Yu. Reliability data analysis[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2011: 99-121. (in Chinese)
- [11] 周源泉,翁朝曦,叶喜涛.论加速系数与失效机理不变的条件(I)——寿命型随机变量的情况[J].系统工程与电子技术,1996,18(1):55-67.

ZHOU Yuan-quan, WENG Zhao-xi, YE Xi-tao. Study on accelerated factor and condition for constant failure mechanism [J]. Systems Engineering and Electronics, 1996, 18(1):55 – 67. (in Chinese)

- [12] 杨宇航,周源泉.加速寿命试验的理论基础(I)[J]. 推进 技术, 2001, 22(4):276-278.
  YANG Yu-hang, ZHOU Yuan-quan. Theoretical foundation of accelerated life(I)[J]. Journal of Propulsion Technology, 2001, 22(4): 276-278. (in Chinese)
- [13] 冯静,周经伦. 基于退化失效数据的环境因子问题研究[J]. 航空动力学报,2010,25(7):1622-1627.
  FENG Jing, ZHOU Jing-lun. Research on environmental factor based on degradation data [J]. Journal of Aerospace Power, 2010,25(7):1622-1627. (in Chinese)
- [14] Grace A W, Wood I A. Approximating the tail of the Anderson-Darling distribution [J]. Computational Statistics & Data Analysis, 2012,56(12):4301-4311.
- [15] Meeker W Q, Escobar A. Statistical methods for reliability data
   [M]. New York: John Wiley & Sons, 1998: 631-633.