

★★★★ 答题一律做在答题纸上, 做在试卷上无效。★★★★

注意: 本试卷中,  $u(t)$  和  $u[n]$  分别为连续和离散时间单位阶跃信号;  $\delta(t)$  和  $\delta[n]$  分别为连续和离散时间单位冲激信号。

一、(30分)

已知一个因果 LTI 系统对激励为  $x_1(t) = u(t)$  时完全响应为  $y_1(t) = 2e^{-t}u(t)$ ; 对激励为  $x_2(t) = \delta(t)$  时的完全响应为  $y_2(t) = \delta(t)$ , 试求:

- (a) (10分) 该系统的单位冲激响应。
- (b) (10分) 该系统的零输入响应  $y_{zi}(t)$ 。
- (c) (10分) 该系统的单位阶跃响应。

二、(20分)

已知一个因果系统的系统函数  $H(s) = \frac{s-1}{s+1}$ 。

- (a) (5分) 证明该系统为全通系统。
- (b) (10分) 设在输入  $x(t)$  下的输出为  $y(t) = e^{-2t}u(t)$ , 求可能的输入信号  $x(t)$ 。
- (c) (5分) 求当输入为  $x_1(t) = e^{-3t}u(t)$  时, 系统的输出能量。

三、(20分)

如图 1 所示系统中, 已知子系统的单位冲激响应为  $h_1(t) = \frac{d\delta(t)}{dt}$ ,  $h_2(t) = \frac{1}{\pi(t-2)}$ 。

- (a) (10分) 求出系统的频率响应  $H(j\omega)$ , 并画出幅度频率响应  $|H(j\omega)|$  的图形。
- (b) (10分) 若  $x(t) = \frac{\sin \pi t}{\pi t}$ , 计算  $\int_{-\infty}^{\infty} |y(t)|^2 dt$  的值。

提示:  $\frac{1}{\pi t} \xrightarrow{FT} -j \operatorname{sgn}(\omega)$ , 其中  $\operatorname{sgn}(\omega)$  为符号函数, 即  $\operatorname{sgn}(\omega) = \begin{cases} 1, & \omega > 0 \\ 0, & \omega = 0 \\ -1, & \omega < 0 \end{cases}$ 。

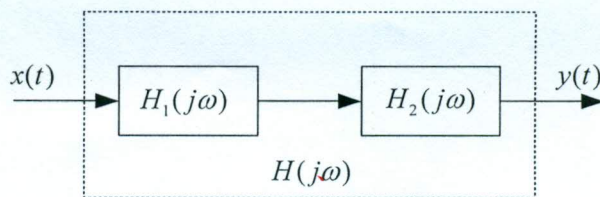


图 1



四、(30分)

设  $S_1$  是 LTI 系统，其系统函数为

$$H_1(z) = \frac{1-z^{-5}}{1-z^{-1}}, \quad |z| > 0$$

单位冲激响应为  $h_1[n]$ 。

(a) (5分)  $S_1$  是因果的吗？为什么？

(b) (15分) 设  $g[n]$  是具有严格线性相位的因果 LTI 系统的单位冲激响应，即

$$G(e^{j\Omega}) = G_r(\Omega)e^{-j\Omega\tau}$$

其中  $G_r(\Omega)$  为  $\Omega$  的实函数， $\tau$  为某个常数。令  $g[n] = h_1[n] * h_2[n]$ ，给出一个  $h_2[n]$ ，使得  $g[n]$  至少有 9 个非零值。

(c) (10分) 令  $q[n] = h_1[n] * h_3[n]$ ，给出一个  $h_3[n]$ ，使  $q[n] = \delta[n]$ 。求  $h_3[n]$ ， $n = 0, 1, \dots, 8$ 。

五、(20分)

已知信号  $x(t) = \sum_{n=0}^{\infty} e^{-nT} \delta(t-nT)$ ， $T > 0$ ，

(a) (10分) 求  $X(s)$  的表达式及其收敛域。

(b) (10分) 画出  $X(s)$  的零极点图，并证明  $X(j\omega)$  是周期的。

六、(30分)

如图 2(a) 所示系统中，采样信号  $p(t)$  是一个正负符号交替出现的冲激串，如图 2(b)。输入信号  $x(t)$  的傅里叶变换和系统的频率响应分别如图 2(c) 和 (d) 所示。设  $\omega_m < \frac{\pi}{2\Delta}$ ，试回答下列问题：

20 (a) (10分) 求  $p(t)$  的傅里叶变换  $P(j\omega)$ 。

15 (b) (6分) 画出  $x_p(t)$  和  $y(t)$  的频谱图。

5 (c) (7分) 设计一个系统，实现由  $x_p(t)$  重建  $x(t)$ 。

(d) (7分) 设计一个系统，实现由  $y(t)$  重建  $x(t)$ 。

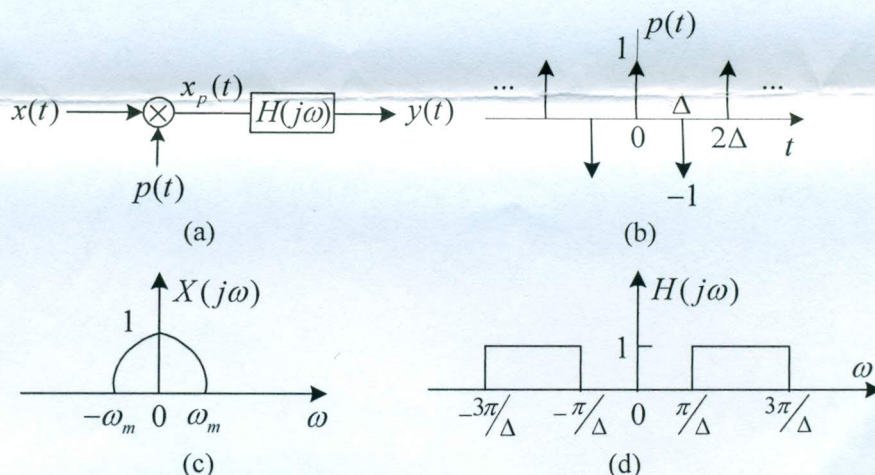


图 2