

微型无人直升机自适应路径跟踪控制

王强, 霍伟

(北京航空航天大学 自动化科学与电气工程学院, 北京 100191)

摘要: 针对微型无人直升机惯性参数不确定并受外部扰动的情况, 提出了一种新的自适应路径跟踪控制方法。该控制方法采用了双回路结构, 外回路结合无人直升机的特点, 设计了基于制导律的路径跟踪控制器, 通过控制无人直升机升力和姿态完成对期望路径和期望速度的跟踪; 内回路设计了基于 \mathcal{L}_1 自适应算法的姿态控制器, 经自适应律对惯性参数以及外部扰动进行实施估计和补偿, 通过控制无人直升机的力矩达到跟踪期望姿态的目的。双回路控制器能够避免设计欠驱动系统带来的问题和困难, 并由时标分离原理, 能够证明有惯性参数不确定性和扰动情况下的系统跟踪误差一致有界。最后, 对所设计的控制方法进行了数值仿真与飞行实验, 验证了控制算法的可行性和性能。

关键词: 自动控制技术; 直升机; 路径跟踪; 时标分离; 制导律; 自适应

中图分类号: V249.1; TP273 **文献标志码:** A **文章编号:** 1000-1093(2012)11-1364-09

Adaptive Path-following Control for Miniature Autonomous Helicopter

WANG Qiang, HUO Wei

(School of Automation Science and Electrical Engineering, Beihang University, Beijing 100191, China)

Abstract: A novel adaptive path following controller was presented for a miniature autonomous helicopter with uncertain inertial parameters and external disturbance. It was implemented by using dual-loop structure, including an outer-loop for path following and an inner-loop for attitude control. The outer-loop controlled the attitude angles and lift forces to track the expected path and velocity, and the inner-loop was designed as a attitude controller based on \mathcal{L}_1 adaptive controller. The uncertain inertial parameters and external disturbance were also compensated online by using parameter adaptive update laws in the inner-loop. The stability analysis for the inner- and outer-loop was provided separately and the closed-loop stability analysis was given on the basis of time-scale separation assumption. Finally, a simulation and a flight test were carried out. The results demonstrate that the feasibility and performance of the proposed controller.

Key words: automatic control technology; helicopter; path following; time-scale separation; guidance law; adaptive control

收稿日期: 2012-08-09

基金项目: 国家自然科学基金项目(61074010)

作者简介: 王强(1982—), 男, 博士研究生。E-mail: teddywang_0929@126.com;

霍伟(1951—), 男, 教授, 博士生导师。E-mail: weihuo@buaa.edu.cn

0 引言

直升机具有独特的飞行能力,能够完成悬停、侧飞和倒飞等固定翼飞机难以完成的飞行动作,因此能够执行侦察、中继、航拍以及防火救灾等任务。无人直升机尤以无人员伤亡的特点,在军事及民用领域有着很高的应用价值。但是,由于无人直升机是典型的欠驱动系统,并且模型具有较高的非线性,不确定性以及通道间的耦合,使得直升机的飞行控制律设计相对困难。因此近年来,无人直升机飞行控制技术的相关研究受到了广泛关注。

目前,无人直升机的路径跟踪控制设计已经有了很多研究成果。控制方法主要包括极点配置^[1]、根轨迹综合^[2]、线性二次型方法^[3]、增益分配方法^[4]、反馈线性化方法^[5]、反步法^[6]以及依赖 Riccati 方程的方法^[7]等。控制结构主要包括整体设计结构、多回路级联结构和双回路控制结构。在处理不确定因素方面,主要采用鲁棒设计方法^[8]和自适应方法^[6],近年来智能控制方法也广泛应用于非模型控制以及不确定项逼近。在上述控制方法及结构中,线性控制器在处理无人直升机非线性特性时的局限性显而易见;整体设计方式需要解决直升机的欠驱动性问题;利用反步法设计的级联控制器结构相对复杂,稳定性证明和工程实现相当繁琐;简单的双回路控制器在证明系统稳定性时多需要时标分离假设(内回路的响应速度要远大于外回路),因此内回路要求有较大的增益;采用 H_∞ 方法^[8]的鲁棒控制器阶数过高且物理意义不够明确;自适应控制方法在用于双回路控制器时的快速性受到限制;而智能控制方法在理论上缺少严格的稳定证明。

本文将基于制导律的路径控制和基于 \mathcal{L}_1 自适应的姿态控制融合,结合直升机自身特点,设计了一种新的双回路控制器,在考虑外部扰动以及惯性参数不确定性的条件下,实现了微型无人直升机路径跟踪控制并证明了闭环系统跟踪误差一致有界。文中设计的双回路制器,外回路采用基于制导律路径跟踪方法^[9],由期望路径和速度解算得到期望直升机姿态角以及所需合力,这种方法在路径跟踪过程中不会产生奇异点,得到的期望方位角为跟踪过渡量,能够调节参数更方便的安排跟踪过程;内回路采用基于 \mathcal{L}_1 增益定理的控制方法^[10],计算出跟踪期望姿态角所需的合力矩,其输出带有低通特性,能够

将鲁棒性与自适应分离,在有效地降低内回路增益的情况下,快速估计外部扰动及惯性参数不确定性,做到鲁棒性与快速性相结合;最后解出直升机直接操纵量。文中描述了直升机模型以及控制目的,介绍了路径跟踪控制器和姿态跟踪控制器的具体设计方法,根据时标分离原理证明了闭环系统稳定性,并且完成了仿真及飞行实验,验证了控制律设计的可行性及性能。

1 直升机模型及控制目标

微型无人直升机数学模型^[11-12]如下:

$$\dot{\boldsymbol{P}} = \boldsymbol{V}, \quad (1)$$

$$m \dot{\boldsymbol{V}} = m \boldsymbol{g}_3 + {}^e \boldsymbol{R}_b(\boldsymbol{\Theta}) \boldsymbol{F}, \quad (2)$$

$${}^e \dot{\boldsymbol{R}}_b(\boldsymbol{\Theta}) = {}^e \boldsymbol{R}_b(\boldsymbol{\Theta}) \boldsymbol{S}(\boldsymbol{\omega}), \quad (3)$$

$$\dot{\boldsymbol{\omega}} = \boldsymbol{J}^{-1}(-\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{J} \boldsymbol{\omega} + \boldsymbol{Q}) + \boldsymbol{\sigma}, \quad (4)$$

式中: $\boldsymbol{\sigma} \in \mathbf{R}^3$ 为有界扰动; m 为质量; $\boldsymbol{S}(\boldsymbol{\omega})$ 为 $\boldsymbol{\omega}$ 对应的叉乘矩阵; 在惯性系下, $\boldsymbol{P} \triangleq [x, y, z]^T$ 和 $\boldsymbol{V} \triangleq [\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}]^T$ 分别为位置和速度; $\boldsymbol{g}_3 \triangleq [0, 0, g]^T$ 为重力加速度; $\boldsymbol{\Theta} \triangleq [\phi, \theta, \psi]^T$ 为姿态角; 在机体系下, $\boldsymbol{F} = [F_x, F_y, F_z]^T$ 和 $\boldsymbol{Q} = [L, M, N]^T$ 分别为合力(除重力)和合力矩; $\boldsymbol{\omega} \triangleq [p, q, r]^T$ 为角速度; ${}^e \boldsymbol{R}_b(\boldsymbol{\Theta}) \triangleq \begin{bmatrix} \cos\theta\cos\psi & \sin\phi\sin\theta\cos\psi - \cos\phi\sin\psi & \cos\phi\sin\theta\cos\psi + \sin\phi\sin\psi \\ \cos\theta\sin\psi & \sin\phi\sin\theta\sin\psi + \cos\phi\cos\psi & \cos\phi\sin\theta\sin\psi - \sin\phi\cos\psi \\ -\sin\theta & \sin\phi\cos\theta & \cos\phi\cos\theta \end{bmatrix}$ 为机体坐标系到惯性系的坐标变换矩阵。

直升机惯性张量矩阵 \boldsymbol{J} 及其标称矩阵 $\bar{\boldsymbol{J}}$ 分别为

$$\boldsymbol{J} \triangleq \begin{bmatrix} I_x & 0 & -I_{xz} \\ 0 & I_y & 0 \\ -I_{xz} & 0 & I_z \end{bmatrix}, \quad \bar{\boldsymbol{J}} \triangleq \begin{bmatrix} \bar{I}_x & 0 & -\bar{I}_{xz} \\ 0 & \bar{I}_y & 0 \\ -\bar{I}_{xz} & 0 & \bar{I}_z \end{bmatrix}. \quad (5)$$

存在未知常数 k_1, k_2, k_3 和 k_4 使得

$$I_x = k_1 \bar{I}_x, I_y = k_2 \bar{I}_y, I_z = k_3 \bar{I}_z, I_{xz} = k_4 \bar{I}_{xz}.$$

将上述关系代入(5)式,可得

$$\boldsymbol{J} = \frac{1}{\bar{I}_x \bar{I}_z - \bar{I}_{xz}^2} \begin{bmatrix} k_{11} & 0 & -k_{12} \\ 0 & k_2 & 0 \\ -k_{n1} & 0 & k_{n2} \end{bmatrix} \bar{\boldsymbol{J}} \triangleq \boldsymbol{K}_u^{-1} \bar{\boldsymbol{J}},$$

式中: $k_{11} = k_1 \bar{I}_x \bar{I}_z - k_4 \bar{I}_{xz}^2$; $k_{12} = k_1 \bar{I}_x \bar{I}_{xz} - k_4 \bar{I}_x \bar{I}_{xz}$; $k_{n1} = k_3 \bar{I}_z \bar{I}_{xz} - k_4 \bar{I}_z \bar{I}_{xz}$; $k_{n2} = k_3 \bar{I}_z \bar{I}_z - k_4 \bar{I}_{xz}^2$.

路径跟踪控制器的设计目标是:对任意给定二阶可微几何路径 $\boldsymbol{P}_p(\boldsymbol{\varpi}) = [x_p(\boldsymbol{\varpi}), y_p(\boldsymbol{\varpi}), z_p(\boldsymbol{\varpi})]^T$

以及期望速度 U_d , 设计路径跟踪控制器, 使直升机系统(1)~系统(4)位置 P 跟踪并收敛到期望路径 $P_p(\varpi)$ 上, 速度跟踪并收敛到期望速度 U_d 上。

2 路径跟踪算法设计

本文设计了双回路结构路径跟踪控制器如图 1 所示。外回路采用制导律, 以直升机姿态角及合力作为控制量, 完成路径跟踪; 内回路采用 \mathcal{L}_1 自适应律, 在线估计外部扰动以及惯性参数, 并以直升机合力矩为控制量, 跟踪外回路期望姿态角; 最后由直升机直接控制量与合力、合力矩的关系, 解算出直接控制量。

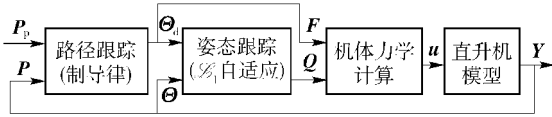


图 1 控制结构框图

Fig. 1 Control structure

2.1 基于制导律的路径跟踪

本节采用制导律方法, 设计路径跟踪控制器。如图 2 所示, 以期望路径上一点 P_p 为原点建立路径坐标系, X_p 轴为路径切线方向, Z_p 轴在与惯性系 XOY 垂直平面内, 与 X_p 垂直指向下, Y_p 轴方向通过右手定则得到; χ_p 和 ν_p 为路径坐标系到惯性系的航向方位角和俯仰方位角, 并且

$$\begin{cases} \chi_p = \arctan 2(y'_p/x'_p), \\ \nu_p = \arctan 2(-z'_p/\sqrt{x'^2_p + y'^2_p}), \end{cases} \quad (6)$$

式中: $x'_p = dx_p/d\varpi$; $y'_p = dy_p/d\varpi$; $z'_p = dz_p/d\varpi$ 。

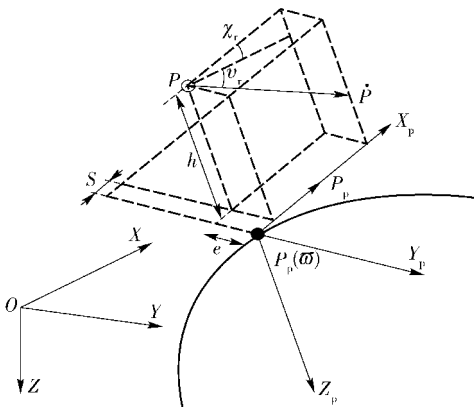


图 2 路径跟踪算法几何示意图

Fig. 2 Geometric sketch of path-following algorithm

通过方位角定义可得路径坐标系与惯性系之间的坐标转换矩阵

$${}^e R_p = \begin{bmatrix} \cos\chi_p \cos\nu_p & -\sin\chi_p & \cos\chi_p \sin\nu_p \\ \sin\chi_p \cos\nu_p & \cos\chi_p & \sin\chi_p \sin\nu_p \\ -\sin\nu_p & 0 & \cos\nu_p \end{bmatrix}, \quad (7)$$

则直升机位置误差在路径坐标系下^[9]可表示为

$$\boldsymbol{\varepsilon} \triangleq [\varepsilon_1, \varepsilon_t, \varepsilon_p]^T = {}^e R_p^T (P - P_p(\varpi)), \quad (8)$$

式中 $\varepsilon_1, \varepsilon_t, \varepsilon_p$ 分别为纵向、横向和垂向误差。

对(8)式求导, 可得

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = S^T {}^e R_p^T (P - P_p(\varpi)) + {}^e R_p^T (\dot{P} - \dot{P}_p(\varpi)) = S^T \boldsymbol{\varepsilon} + {}^e R_p^T V - {}^e R_p^T \dot{P}_p(\varpi), \quad (9)$$

$$S = \begin{bmatrix} 0 & -\dot{\chi}_p \cos\nu_p & \dot{\nu}_p \\ \dot{\chi}_p \cos\nu_p & 0 & \dot{\chi}_p \sin\nu_p \\ -\dot{\nu}_p & -\dot{\chi}_p \sin\nu_p & 0 \end{bmatrix}$$

由 $\dot{P}_p(\varpi) = \dot{\varpi} [x'_p, y'_p, z'_p]^T$, 结合(7)式可得

$${}^e R_p^T \dot{P}_p(\varpi) = \dot{\varpi} [\sqrt{x'^2_p + y'^2_p + z'^2_p}, 0, 0]^T. \quad (10)$$

因为 ${}^e R_p^T V$ 为路径坐标系下直升机速度, 由图 2 可知, 当直升机速度沿方位角 χ_r 和 ν_r 跟踪上期速度时, 应满足

$${}^e R_p^T V = \begin{bmatrix} \cos\chi_r \cos\nu_r & -\sin\chi_r & \cos\chi_r \sin\nu_r \\ \sin\chi_r \cos\nu_r & \cos\chi_r & \sin\chi_r \sin\nu_r \\ -\sin\nu_r & 0 & \cos\nu_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_d \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (11)$$

定义 Lyapunov 函数: $L_1 = \boldsymbol{\varepsilon}^T \boldsymbol{\varepsilon}/2$, 将 L_1 沿 $\boldsymbol{\varepsilon}$ 求导得, $\dot{L}_1 = \boldsymbol{\varepsilon}^T \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}$, 结合(8)式~(11)式展开可得

$$\dot{L}_1 = \varepsilon_1 (U_d \cos\chi_r \cos\nu_r - \dot{\varpi} \sqrt{x'^2_p + y'^2_p + z'^2_p}) + \varepsilon_t U_d \sin\chi_r \cos\nu_r - \varepsilon_p U_d \sin\nu_r. \quad (12)$$

设计期望方位角及路径参数更新律如下:

$$\chi_r = \arctan 2(-\varepsilon_t/k_{\varepsilon_t}), \quad \nu_r = \arctan 2(\varepsilon_p/k_{\varepsilon_p}), \quad (13)$$

$$\dot{\varpi} = (U_d \cos\chi_r \cos\nu_r + k_{\varpi} \varepsilon_1) / \sqrt{x'^2_p + y'^2_p + z'^2_p}. \quad (14)$$

将(13)式和(14)式代入(12)式可得

$$\dot{L}_1 = -k_{\varpi} \varepsilon_1^2 - U_d \left[\cos\nu_r \frac{\varepsilon_t^2}{\sqrt{\varepsilon_t^2 + k_{\varepsilon_t}^2}} + \frac{\varepsilon_p^2}{\sqrt{\varepsilon_p^2 + k_{\varepsilon_p}^2}} \right], \quad (15)$$

取大于 0 的控制器参数 $k_{\varpi}, k_{\varepsilon_t}$ 和 k_{ε_p} , 使 $\dot{L}_1 < 0$ 负定。所以, (13)式和(14)式在期望速度的驱动下, 可使直升机跟踪期望路径。其中, (13)式中的期望方位角, 是路径跟踪的过渡量, 控制受控对象位置逐步收

敛到期望路径上; (14) 式中路径参数更新率, 综合期望方位角和速度, 计算下一步跟踪位置, 避免了固定更新率导致位置误差过大, 调节参数 k_{ε_1} 、 k_{ε_p} 和 k_{ε_v} 能够调整跟踪时间。

由图 2 知, 期望速度在惯性系下方位角为

$$\chi_d = \arctan2(a/b), \quad (16)$$

式中: $a = \cos\chi_p \sin\chi_r \cos v_r - \sin v_p \sin v_r \sin\chi_p + \sin\chi_p \cos\chi_r \cos v_r \cos v_p$; $b = -\sin\chi_p \sin\chi_r \cos v_r - \sin v_p \sin v_r \cos\chi_p + \cos\chi_p \cos\chi_r \cos v_r \cos v_p$. 由期望方位角可得期望直升机偏航角

$$\psi_d = \chi_d. \quad (17)$$

以下, 设计速度跟踪控制器、期望滚转角和俯仰角。当直升机通过桨盘倾角控制姿态而改变速度时, 桨盘倾角相对于直升机姿态角可以忽略, 机体受合外力^[13]可近似为 $F = [0, 0, -T_m]^T$, T_m 为主旋翼升力。 ${}^e R_b$ 的第 3 列表示为 R_3 , 则(2)式可改写为

$$\dot{V} = g_3 - R_3 T_m / m. \quad (18)$$

定义 Lyapunov 函数 $L_2 = (\varepsilon^T \varepsilon + \varepsilon_v^T \varepsilon_v) / 2$, 其中 $\varepsilon_v = V - V_d$ 为速度跟踪误差, 对 L_2 求得

$$\begin{aligned} \dot{L}_2 &= \varepsilon^T (S^T \varepsilon + {}^e R_p^T \dot{P} - {}^e R_p^T \dot{P}_p) + \varepsilon_v^T (\dot{V} - \dot{V}_d) = \\ &= \varepsilon^T ({}^e R_p^T V - {}^e R_p^T \dot{P}_p) + \varepsilon_v^T (\dot{V} - \dot{V}_d). \end{aligned}$$

将(12)式, (18)式代入 \dot{L}_2 , 可得

$$\dot{L}_2 = \dot{L}_1 + \varepsilon_v^T [g_3 - R_3 T_m / m - \dot{V}_d + (P - P_p)]. \quad (19)$$

取伪控制量 $\mu = R_3 T_m / m = g_3 + k_v \varepsilon_v - \dot{V}_d + (P - P_p)$ 代入(19)式, 可得

$$\dot{L}_2 = \dot{L}_1 - k_v \varepsilon_v^T \varepsilon_v < 0. \quad (20)$$

所以上述 μ 可使直升机速度跟踪期望速度, 位置误差渐近稳定。又因 $\|R_3\| = 1$, 所以

$$T_m = m \|\mu\|,$$

$$R_3 = \begin{bmatrix} \cos\phi \sin\theta \cos\psi + \sin\phi \sin\psi \\ \cos\phi \sin\theta \sin\psi - \sin\phi \cos\psi \\ \cos\phi \cos\theta \end{bmatrix} = \frac{m\mu}{T_m} = \begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \\ \mu_3 \end{bmatrix}. \quad (21)$$

由(21)式计算得

$$\phi_d = \arcsin(\mu_1 \sin\psi - \mu_2 \cos\psi), \quad (22)$$

$$\theta_d = \text{sign}(u_e) \arctan2 \left(\sqrt{\frac{\mu_1^2 + \mu_2^2 - \sin^2 \phi_d}{\cos^2 \phi_d}} / \frac{\mu_3}{\cos \phi_d} \right), \quad (23)$$

式中: $u_e = u - u_d$ 为机体下前飞速度误差; u_d 为期望速度在体轴系下的分量。

望速度在体轴系下的分量。

得到期望姿态角 $\Theta_d = [\phi_d, \theta_d, \psi_d]^T$ 后, 可设计跟踪微分器^[14-15]:

$$\begin{cases} \dot{\vartheta}_1 = \vartheta_2, \\ \dot{\vartheta}_2 = -2H\vartheta_2 - H^2(\vartheta_1 - \Theta_d), \end{cases} \quad (24)$$

式中 $H = \text{diag}\{h_1, h_2, h_3\} > 0$ 为跟踪微分器增益, 可使 $\vartheta_2 \rightarrow \dot{\Theta}_d$. 再由(3)式可求得期望角速度 ω_d . 期望姿态角 Θ_d 及角速度 ω_d 作为内回路参考输入。

2.2 基于 \mathcal{L}_1 自适应控制的姿态跟踪

本节设计内回路 \mathcal{L}_1 自适应姿态跟踪控制器使无人直升机姿态角跟踪外回路计算得到的姿态角期望值。选择直升机方程(3)式和(4)式为姿态控制回路: 状态 $x = [\phi, \theta, \psi, p, q, r]^T$; 控制量 $u = Q$; 控制器参考输入 $r = x_d \triangleq [\Theta_d, \omega_d]^T$. 在期望点对系统进行线性化, 可得误差方程

$$\dot{x}_e = A x_e + B K_u u_e + \bar{\sigma}, \quad (25)$$

式中: $x_e = x - x_d$; $u_e = u - u_{\text{trim}}$, u_{trim} 为期望点的输出配

平值; $\bar{\sigma} = [0, 0, 0, \sigma]^T$ 为外部扰动; $A \triangleq \begin{bmatrix} A_1 & A_2 \\ \mathbf{0} & A_4 \end{bmatrix}$.

$$B \triangleq \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ B_2 \end{bmatrix}; \quad A_1 = \begin{bmatrix} \dot{\theta}_d \tan \theta_d & \dot{\psi}_d \sec \theta_d & 0 \\ -\dot{\psi}_d \cos \theta_d & 0 & 0 \\ \dot{\theta}_d \sec \theta_d & \dot{\psi}_d \tan \theta_d & 0 \end{bmatrix};$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 1 & \tan \theta_d \sin \phi_d & \tan \theta_d \cos \phi_d \\ 0 & \cos \phi_d & -\sin \phi_d \\ 0 & \sin \phi_d \sec \theta_d & \cos \phi_d \sec \theta_d \end{bmatrix}; \quad A_4 =$$

$$\frac{1}{I_y(I_x I_z - I_{xz}^2)} \begin{bmatrix} a_{41} & a_{42} & a_{43} \\ a_{44} & 0 & a_{46} \\ a_{47} & a_{48} & a_{49} \end{bmatrix}; \quad B_2 = \frac{1}{I_x I_z - I_{xz}^2} \cdot$$

$$\begin{bmatrix} \bar{I}_z & 0 & \bar{I}_{xz} \\ 0 & (\bar{I}_x \bar{I}_z - \bar{I}_{xz}^2) / \bar{I}_y & 0 \\ \bar{I}_{xz} & 0 & \bar{I}_x \end{bmatrix}; \quad a_{41} = I_y I_{xz} (I_x + I_z - I_y) q_d,$$

$$\begin{aligned} a_{43} &= I_y (I_y I_z - I_z^2 - I_{xz}^2) q_d, \quad a_{49} = I_y I_{xz} (I_y - I_x - I_z) q_d, \\ a_{47} &= I_y (I_x^2 + I_{xz}^2 - I_x I_y) q_d, \quad a_{42} = I_y I_{xz} (I_x + I_z - I_y) p_d + \\ &+ I_y (I_y I_z - I_z^2 - I_{xz}^2) r_d, \quad a_{48} = I_y (I_z^2 + I_{xz}^2 - I_x I_y) p_d + \\ &+ I_y I_{xz} (I_y - I_x - I_z) r_d, \quad a_{44} = I_y (I_z - I_x) r_d + 2 I_{xz} p_d, \quad a_{46} = \\ &+ I_y (I_z - I_x) p_d + 2 I_{xz} r_d. \end{aligned}$$

当内回路姿态跟踪速度远大于外回路路径跟踪速度时, 由时标分离原理, 可认为矩阵 A 的各个元素在内回路姿态跟踪过程中为常值, 将 A 可分为两

$$\text{部分: } \mathbf{A} = \mathbf{A}_n + \mathbf{A}_\delta, \mathbf{A}_n = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_1 & \mathbf{A}_2 \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix}, \mathbf{A}_\delta = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}_4 \end{bmatrix},$$

其中, \mathbf{A}_n 和 \mathbf{A}_δ 分别为确定部分和惯性参数不确定性部分, 因 $(\mathbf{A}_n, \mathbf{B})$ 完全可控, 所以系统可以任意配置极点, 选择 \mathbf{K}_n 使 $\mathbf{A}_m = \mathbf{A}_n - \mathbf{B} \mathbf{K}_n$ 渐近稳定。代入 (25) 式可整理得

$$\dot{\mathbf{x}}_e = \mathbf{A}_m \mathbf{x}_e + \mathbf{B}(\mathbf{K}_n \mathbf{x}_e + \mathbf{K}_u \mathbf{u}_e) + \bar{\boldsymbol{\sigma}} + \mathbf{A}_\delta \mathbf{x}_e. \quad (26)$$

因 (26) 式中 \mathbf{A}_δ 为常值矩阵, 存在常值矩阵 $\mathbf{K}_\delta \in \mathbf{R}^{3 \times 3}$, 使 $\mathbf{B} \mathbf{K}_\delta = \mathbf{A}_\delta$; 因 $\bar{\boldsymbol{\sigma}}$ 有界, 存在常向量 $\mathbf{k}_w \in \mathbf{R}^3$, 使 $\mathbf{B} \mathbf{k}_w = \bar{\boldsymbol{\sigma}}$, (26) 式可表示为

$$\dot{\mathbf{x}}_e = \mathbf{A}_m \mathbf{x}_e + \mathbf{B}[\mathbf{K}_u \mathbf{u}_e + (\mathbf{K}_n + \mathbf{K}_\delta) \mathbf{x}_e + \mathbf{k}_w], \quad (27)$$

式中 \mathbf{K}_u 、 \mathbf{K}_δ 和 \mathbf{k}_w 为未知常值矩阵/向量。

因控制律中加入了滤波器保证稳定性^[16], 为描述清晰, 在频域中设计控制律 $U_e(s)$ 如下:

$$U_e(s) = -\mathbf{F}(s) [(\hat{\mathbf{K}}_\delta + \mathbf{K}_n) \mathbf{x}_e + \hat{\mathbf{k}}_w], \quad (28)$$

$$\mathbf{F}(s) = (\mathbf{I} + \hat{\mathbf{K}}_u k_d \mathbf{D}(s))^{-1} k_d \mathbf{D}(s), \quad (29)$$

式中: $\hat{\mathbf{K}}_u$ 、 $\hat{\mathbf{K}}_\delta$ 和 $\hat{\mathbf{k}}_w$ 分别为 \mathbf{K}_u 、 \mathbf{K}_δ 和 \mathbf{k}_w 的估计值; $k_d \in \mathbf{R}$; $\mathbf{D}(s) = \text{diag}\{d_1(s), d_2(s), d_3(s)\}$. 得到 $U_e(s)$ 后, 通过 Laplace 反变换得到 $u_e(t)$. 又由 (3) 式可得

$$\mathbf{u}_{\text{trim}}(t) = \hat{\mathbf{K}}_u^{-1} \bar{\mathbf{J}} \boldsymbol{\omega}_d + \boldsymbol{\omega}_d \times \hat{\mathbf{K}}_u^{-1} \bar{\mathbf{J}} \boldsymbol{\omega}_d, \quad (30)$$

则内回路控制量输出为

$$\mathbf{Q} = \mathbf{u}(t) = \mathbf{u}_{\text{trim}}(t) + \mathbf{u}_e(t). \quad (31)$$

设计参数更新律:

$$\begin{cases} \dot{\hat{\mathbf{k}}}_\delta = \gamma \text{Proj}(\hat{\mathbf{k}}_\delta, \mathbf{W}_1^T \mathbf{B}^T \mathbf{P} \mathbf{x}_e), \\ \dot{\hat{\mathbf{k}}}_w = \gamma \text{Proj}(\hat{\mathbf{k}}_w, \mathbf{B}^T \mathbf{P} \mathbf{x}_e), \\ \dot{\hat{\mathbf{k}}}_u = \gamma \text{Proj}(\hat{\mathbf{k}}_u, -\mathbf{W}_2^T \mathbf{B}^T \mathbf{P} \mathbf{x}_e), \end{cases} \quad (32)$$

式中: $\text{Proj}(\cdot, \cdot)$ 为投影算子^[17]; $\gamma > 0$ 为增益参数; \mathbf{W}_1 和 \mathbf{W}_2 为状态和估计参数相关的函数矩阵, (表达式在证明中给出)。通过调节控制器参数 k_d 和设计传递函数 $\mathbf{D}(s)$ 能够得到如下结论:

1) 控制律 (28) 式能够控制闭环误差方程 (25) 式的状态一致有界, 即系统跟踪误差一致有界;

2) 跟踪误差足够小。

证明 1 结论 1): 定义 Lyapunov 函数 $L_3 = \mathbf{x}_e^T \mathbf{P} \mathbf{x}_e / 2 + (\hat{\mathbf{k}}_u^T \hat{\mathbf{k}}_u + \hat{\mathbf{k}}_\delta^T \hat{\mathbf{k}}_\delta + \hat{\mathbf{k}}_w^T \hat{\mathbf{k}}_w) / 2\gamma$, 式中: $(\tilde{\cdot}) = (\hat{\cdot}) - (\cdot)$ 为估计误差; \mathbf{P} 为 Lyapunov 方程 $\mathbf{A}_m^T \mathbf{P} +$

$\mathbf{P} \mathbf{A}_m = -\bar{\mathbf{P}} (\bar{\mathbf{P}} > 0)$ 的正定解。对 L_3 求导:

$$\dot{L}_3 = (\dot{\mathbf{x}}_e^T \mathbf{P} \mathbf{x}_e + \mathbf{x}_e^T \mathbf{P} \dot{\mathbf{x}}_e) / 2 + (\hat{\mathbf{k}}_u^T \dot{\hat{\mathbf{k}}}_u + \hat{\mathbf{k}}_\delta^T \dot{\hat{\mathbf{k}}}_\delta + \hat{\mathbf{k}}_w^T \dot{\hat{\mathbf{k}}}_w) / \gamma. \quad (33)$$

将 (27) 式代入 (33) 式可得 $\dot{L}_3 = -\mathbf{x}_e^T \bar{\mathbf{P}} \mathbf{x}_e / 2 + L_4$, 式中 $L_4 = [\mathbf{K}_u \mathbf{u}_e + (\mathbf{K}_n + \mathbf{K}_\delta) \mathbf{x}_e + \mathbf{k}_w]^T \mathbf{B}^T \mathbf{P} \mathbf{x}_e + (\hat{\mathbf{k}}_u^T \dot{\hat{\mathbf{k}}}_u + \hat{\mathbf{k}}_\delta^T \dot{\hat{\mathbf{k}}}_\delta + \hat{\mathbf{k}}_w^T \dot{\hat{\mathbf{k}}}_w) / \gamma$.

将 L_4 转化为频域形式, 并代入 (28) 式整理可得

$$L_4 = (\hat{\mathbf{k}}_u^T \dot{\hat{\mathbf{k}}}_u + \hat{\mathbf{k}}_\delta^T \dot{\hat{\mathbf{k}}}_\delta + \hat{\mathbf{k}}_w^T \dot{\hat{\mathbf{k}}}_w) / \gamma + [\tilde{\mathbf{K}}_u \mathbf{F}(\hat{\mathbf{K}}_\delta \mathbf{x}_e + \mathbf{K}_n \mathbf{x}_e + \hat{\mathbf{k}}_w) - (\tilde{\mathbf{K}}_\delta \mathbf{x}_e + \tilde{\mathbf{k}}_w)]^T \mathbf{B}^T \mathbf{P} \mathbf{x}_e, \quad (34)$$

取 \mathbf{K}_u 、 \mathbf{K}_δ 中元素组成向量 \mathbf{k}_u 、 \mathbf{k}_δ , 即 $\mathbf{k}_u \triangleq [k_{11}, k_{12}, k_{21}, k_{22}]^T$, $\mathbf{k}_\delta \triangleq [k_{\delta 11}, \dots, k_{\delta 36}]^T$, 则 (34) 式中

$$\begin{cases} \tilde{\mathbf{K}}_\delta \mathbf{x}_e = \mathbf{W}_1(\mathbf{x}_e) \tilde{\mathbf{k}}_\delta, \\ \tilde{\mathbf{K}}_u \mathbf{F}(\hat{\mathbf{K}}_\delta \mathbf{x}_e + \mathbf{K}_n \mathbf{x}_e + \hat{\mathbf{k}}_w) = \mathbf{W}_2(\mathbf{x}_e, \hat{\mathbf{K}}_\delta, \hat{\mathbf{k}}_w, \mathbf{F}) \tilde{\mathbf{k}}_u. \end{cases} \quad (35)$$

将 (35) 式代入 (34) 式可得

$$L_4 = (\hat{\mathbf{k}}_u^T \dot{\hat{\mathbf{k}}}_u + \hat{\mathbf{k}}_\delta^T \dot{\hat{\mathbf{k}}}_\delta + \hat{\mathbf{k}}_w^T \dot{\hat{\mathbf{k}}}_w) / \gamma - \hat{\mathbf{k}}_\delta^T \mathbf{W}_1^T \mathbf{B}^T \mathbf{P} \mathbf{x}_e - \hat{\mathbf{k}}_u^T \mathbf{W}_2^T \mathbf{B}^T \mathbf{P} \mathbf{x}_e. \quad (36)$$

因 \mathbf{k}_u 、 \mathbf{k}_δ 和 \mathbf{k}_w 均有界, 设其范数满足: $\|\mathbf{k}_u\| \leq M_1$, $\|\mathbf{k}_\delta\| \leq M_2$, $\|\mathbf{k}_w\| \leq M_3$. 选择参数更新律 (32) 式可使 $L_4 \leq 0$, 进而有 $\dot{L}_3 = -\mathbf{x}_e^T \bar{\mathbf{P}} \mathbf{x}_e \leq 0$, 所以 $\tilde{\mathbf{k}}_u$ 、 $\tilde{\mathbf{k}}_\delta$ 、 $\tilde{\mathbf{k}}_w$ 和 \mathbf{x}_e 一致有界。

证明 2 结论 2): 定义 $\bar{\mathbf{F}}(s) = (\mathbf{I} + \mathbf{K}_u k_d \mathbf{D}(s))^{-1} \mathbf{K}_u k_d \mathbf{D}(s)$, $\bar{\mathbf{G}}(s) = \mathbf{H}(s) (\mathbf{I} - \bar{\mathbf{F}}(s))$, $\mathbf{H}(s) = (s\mathbf{I} - \mathbf{A}_m)^{-1} \mathbf{B}$.

将 \mathbf{K}_u 和 $\mathbf{D}(s)$ 的表达式代入 $\bar{\mathbf{F}}(s)$ 可得

$$\bar{\mathbf{F}}(s) = \begin{bmatrix} \frac{k_d d_1}{k_{F1} + k_d d_1} & 0 & \frac{k_{F6}}{k_{F2} + k_d} \\ 0 & \frac{k_d d_2}{k_{F3} + k_d d_2} & 0 \\ \frac{k_{F7}}{k_{F4} + k_d} & 0 & \frac{k_d d_3}{k_{F5} + k_d d_3} \end{bmatrix}, \quad (37)$$

式中 k_{Fi} 为 \mathbf{K}_u 中各元素计算得到的常数, 且 $k_{Fi} > 0$; 选择合适 $\mathbf{D}(s)$ (如 $\mathbf{D}(s) = [1/(0.1s + 1)] \mathbf{I}$), 可保证 $\bar{\mathbf{F}}(s)$ 是稳定的。

将 (28) 式代入 (27) 式, 可得

$$\mathbf{x}_e = \bar{\mathbf{G}}(\mathbf{K}_\delta(s) + \mathbf{K}_n) \mathbf{x}_e + \bar{\mathbf{G}} \mathbf{k}_w - \bar{\mathbf{F}} \mathbf{W}_3, \quad (38)$$

式中 $\mathbf{W}_3 = \mathbf{H}(\tilde{\mathbf{K}}_\delta \mathbf{x}_e + \tilde{\mathbf{k}}_w)$, 并且 \mathbf{W}_3 是有界的。因传

递函数 \bar{G} 稳定, 而 k_w 有界, 可知 $\|\bar{G}k_w\|_{\mathcal{L}_\infty}$ 是有界的; 又由 \bar{F} 稳定, 可知 $\|\bar{F}W_3\|_{\mathcal{L}_\infty}$ 有界。

对(38)式两边取 \mathcal{L}_∞ 范数, 可得

$$\begin{cases} \|x_e\|_{\mathcal{L}_\infty} = \|\bar{G}(K_\delta(s) + K_n)x_e + \bar{G}k_w - \bar{F}W_3\|_{\mathcal{L}_\infty}, \\ (1 - \|\bar{G}\|_{\mathcal{L}_1}\bar{M}_2)\|x_e\|_{\mathcal{L}_\infty} \leq \|\bar{G}k_w - \bar{F}W_3\|_{\mathcal{L}_\infty}, \\ \|x_e\|_{\mathcal{L}_\infty} \leq (\|\bar{G}\|_{\mathcal{L}_1}\|k_w\|_{\mathcal{L}_\infty} + \|\bar{F}W_3\|_{\mathcal{L}_\infty}) / (1 - \|\bar{G}\|_{\mathcal{L}_1}\bar{M}_2), \end{cases} \quad (39)$$

式中 $\bar{M}_2 = \|K_\delta + K_n\|_{\mathcal{L}_1}$.

因 K_δ 有界, 可选择系统特征根计算 K_n , 使

$$\|\bar{G}\|_{\mathcal{L}_1}\bar{M}_2 = \max(\|\bar{G}\|_{\mathcal{L}_1}\|K_\delta + K_n\|_{\mathcal{L}_1}) < 1. \quad (40)$$

由 \bar{G} 的定义知, 增大 k_d 可减小 $\|\bar{G}\|_{\mathcal{L}_1}$. 由(39)式可知, 当 $\|k_w\|_{\mathcal{L}_\infty}$ 和 \bar{M}_2 不变的情况下, 减小 $\|\bar{G}\|_{\mathcal{L}_1}$ 可减少跟踪误差, 所以增大 k_d 可减少系统跟踪误差。

2.3 直接操纵量计算

上述设计中, 由(21)式和(31)式得到所需的直升机合力 T_m 及合力矩 Q , 可解出直升机的直接操纵量: 主旋翼总距 θ_m , 尾桨桨距 θ_t 以及主旋翼的纵向和横向倾斜角 ξ 和 η .

直升机在机体坐标系下受合力矩为

$$Q \triangleq \begin{bmatrix} L \\ M \\ N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_m h_m \sin \eta + T_t h_t + Q_m \sin \xi \\ T_m l_m + T_m h_m \sin \xi + Q_t - Q_m \sin \eta \\ -T_m l_m \sin \eta + T_t h_t - Q_m \cos \xi \cos \eta \end{bmatrix}, \quad (41)$$

式中: T_m 、 Q_m 、 T_t 和 Q_t 分别为主旋翼和尾桨产生的拉力与扭矩; h_m 、 h_t 、 l_m 和 l_t 分别为直升机重心与桨盘重心的垂向与横向距离。

桨距与拉力之间的关系^[18]为

$$\begin{cases} T_i = \rho s_i A_i \Omega_i^2 R_i^2, \\ t_i = [-\sqrt{a_i^2 s_i / 32} + \sqrt{a_i^2 s_i / 32 + 2a_i \theta_i / 3}]^2 / 4. \end{cases} \quad (42)$$

桨距与力矩之间的关系为

$$Q_i = q_i \rho s_i A_i \Omega_i^2 R_i^3, \quad q_i = \delta_d / 8 + 1.13 t_i^{1.5} \sqrt{s_i / 2}, \quad (43)$$

式中: 下标 $i = m, t$ 为主旋翼和尾桨; ρ 、 s_i 、 a_i 、 A_i 、 Ω_i 和 R_i 分别为空气密度、桨盘实度、升力线系数、桨盘面积, 旋翼转速和桨盘半径; δ_d 为旋翼阻力系数。

由(42)式可算出总距 θ_m :

$$t_m = T_m / \rho s_m A_m \Omega_m^2 R_m^2, \quad \theta_m = 3[\sqrt{s_m t_m / 8} + 2t_m / a_m]. \quad (44)$$

由(43)式可得

$$q_m = \delta_d / 8 + 1.13 t_m^{1.5} \sqrt{s_m / 2}, \quad Q_m = q_m \rho s_m A_m \Omega_m^2 R_m^3. \quad (45)$$

由(41)式, 可得 ξ 、 η 以及 T_t ,

$$\begin{bmatrix} T_t \\ \xi \\ \eta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_t & Q_m & T_m h_m \\ 0 & T_m h_m & -Q_m \\ l_t & 0 & -T_m l_m \end{bmatrix}^{-1} \left(Q - \begin{bmatrix} 0 \\ T_m l_m \\ -Q_m \end{bmatrix} \right). \quad (46)$$

再由(42)式可得 θ_t :

$$t_t = T_t / \rho s_t A_t \Omega_t^2 R_t^2, \quad \theta_t = 3[\sqrt{s_t t_t / 8} + 2t_t / a_t]. \quad (47)$$

3 仿真及实验

为了验证控制器的有效性, 进行了数值仿真, 并在本实验室自行研制的飞行实验系统上完成了飞行实验, 如图 3 所示。本系统的机载设备由飞控计算机、状态传感器以及数传电台组成, 执行机构沿用原机的 5 个数字舵机(分别控制倾斜盘, 尾桨桨距以及油门开度)以及传动系统。飞行实验中, 状态传感器测量直升机飞行状态, 由飞控计算机统一采集并用于控制律计算, 得到控制律输出后转换为可驱动数字舵机的 PWM 信号, 发送至执行机构; 同时, 飞控计算机将直升机状态信息以及控制律计算结果通过数传电台发送至地面站, 地面站仅完成状态监控与数据存储工作。

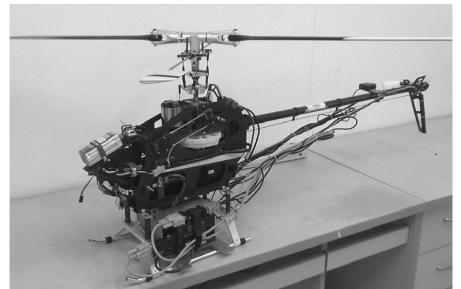


图 3 实验平台

Fig. 3 Testbed

目前, 状态传感器组中的 GPS 高度信号误差较大, 所以飞行实验中高度保持功能由遥控完成。为使数值仿真结果具有参考意义, 在数值仿真中设计

的期望路径与飞行实验相同;计算控制律时,直升机高度误差以及垂向速度均取为 0。

数值仿真中微型无人直升机惯性参数测量值为实验平台实测值: $\bar{I}_x = 0.10$; $\bar{I}_y = 0.34$; $\bar{I}_z = 0.3$; $\bar{I}_{xz} = 0.05$;其他参数: $h_m = 0.25$; $l_m = 0.01$; $h_t = 0.12$; $l_t = 0.9$; $m = 7.12 \text{ kg}$; $\delta_d = 0.012$ 。

数值仿真科目与飞行实验相同;在有扰动的情況下,控制直升机跟踪直线路径及期望速度为 $\mathbf{x}_p = -2 \boldsymbol{\omega}$, $y_p = 45 \boldsymbol{\omega}$, $z_p = 0$, $U_d = 1 \text{ m/s}$ 。

系统初值及估计参数初值: $U_0 = 0 \text{ m/s}$; $\mathbf{P}_{p0} = [0, 0, 0]^T$; $\hat{\mathbf{K}}_u(0) = \mathbf{I}$; $\hat{\mathbf{K}}_\delta(0) = \mathbf{0}$; $\hat{\mathbf{k}}_w(0) = \mathbf{0}$; $\boldsymbol{\omega} = \mathbf{0}$ 。常值扰动 $\boldsymbol{\sigma} = [0, 0.1, 0]^T \text{ rad/s}^2$ 始终作用于直升机系统;惯性参数真值为 $k_i = 0.95$, $i = 1, 2, 3, 4$ 。控制器参数: $\gamma = k_d = 100$; $h_1 = h_2 = h_3 = 10$; $k_v = 1.4$; $k_{e_p} = 12$; $k_{\boldsymbol{\omega}} = k_{e_t} = 4$; $\mathbf{D}(s) = (1/0.1s + 1)\mathbf{I}$ 。根据上述参数,由(5)式和(35)式可得未知参数范围,通过适当放大,得到: $M_1 = 2$; $M_2 = 3$; $M_3 = 3$ 。

由(37)式可知此时 $\bar{\mathbf{F}}(s)$ 是稳定的,由(40)式可计算得

$$\max(\|\bar{\mathbf{G}}\|_{\mathcal{L}_1} \bar{M}_2) = \frac{\bar{I}_z}{\bar{I}_x \bar{I}_z - \bar{I}_{xz}^2} \frac{1}{\|\lambda_{\min}(\mathbf{A}_m)\|} \bar{M}_2 = 0.936 < 1$$

所以控制器参数能够满足定理证明中条件,保证所述结论 1) 和结论 2)。

仿真结果如图 4~图 6 所示。图 4 为路径跟踪曲线,路径跟踪控制器在外部扰动和惯性参数未知的条件下能够跟踪期望路径,跟踪误差在 0.3 m 内;图 5 为姿态跟踪结果,因为仿真中外部扰动始终施加于直升机系统中,所以滚转角在初始阶段有一定波动;图 6 为速度跟踪结果,在有外部扰动的情况下,基于 \mathcal{L}_1 自适应的姿态跟踪是一致有界的,进而使速度跟踪一致有界,并由(19)式和(20)式推导可知,当直升机实际飞行速度未跟踪上期望飞行速度

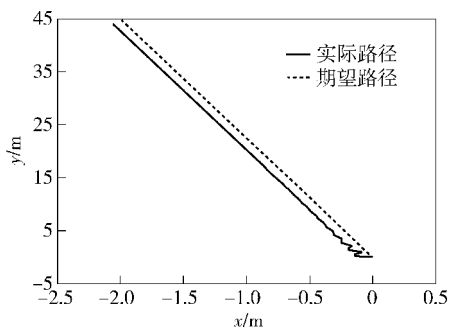


图 4 位置跟踪仿真结果

Fig. 4 Simulation result of position tracking

时,也能保证直升机路径跟踪渐进稳定,图 4 中,位置仿真最终的稳态误差为内回路线性化带来的误差。

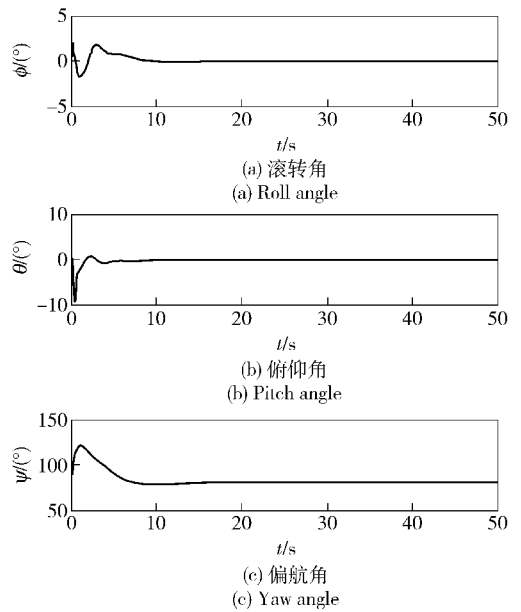


图 5 姿态跟踪仿真结果

Fig. 5 Simulation result of attitude tracking

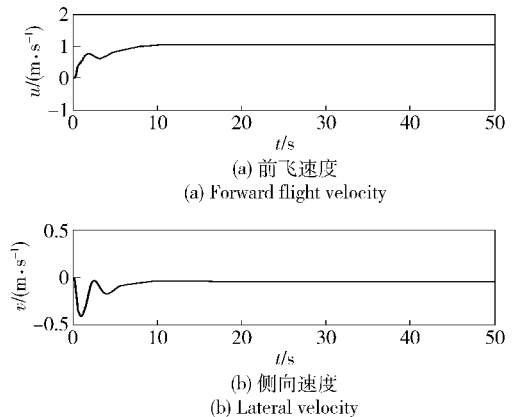


图 6 速度跟踪仿真结果

Fig. 6 Simulation result of velocity tracking

飞行实验结果如图 7~图 9 所示。飞行实验中,由遥控将直升机遥控至起点位置后切换至自主模式。考虑到执行机构输出能力,综合环境的扰动对系统的影响,在控制器参数选择的时候参考数值仿真的经验,使控制律计算结果在执行机构输出范围之内,并留出了余量防止环境的突然变化。图 7 为路径跟踪结果;图 8 为姿态结果,因测量装置安装有倾斜,故滚转角有 3° 输出,已在控制律计算中进行了修正;图 9 为速度跟踪结果。由飞行实验结果可知,在室外有阵风干扰的情况下,路径跟踪及速度

跟踪误差在允许范围之内,控制律计算结果在执行机构输出范围之内,验证了本文提出的路径跟踪控制算法的可行性。

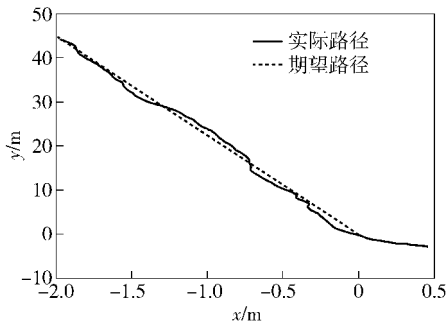


图 7 位置跟踪实验结果

Fig. 7 Position tracking of flight experiment

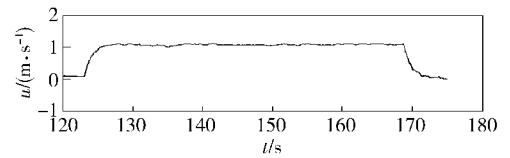
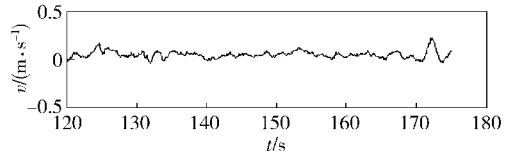
(a) 前飞速度
(a) Forward flight velocity(b) 侧向速度
(b) Lateral velocity

图 9 速度跟踪飞行实验结果

Fig. 9 Velocity tracking of flight experiment

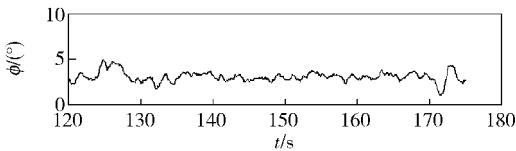
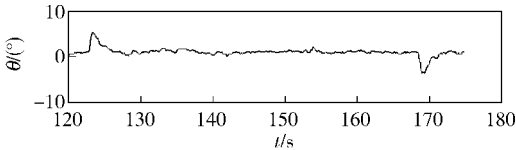
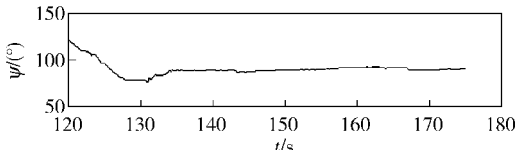
(a) 滚转角
(a) Roll angle(b) 俯仰角
(b) Pitch angle(c) 偏航角
(c) Yaw angle

图 8 姿态跟踪飞行实验结果

Fig. 8 Attitude tracking of flight experiment

4 结论

本文针对无人直升机欠驱动的特点,提出了一种双回路结构的路径跟踪控制器,并利用时标分离原理进行了稳定性证明。控制器的外回路利用制导律解决路径跟踪问题,设计了渐进稳定的路径跟踪控制器;内回路采用 \mathcal{L}_1 自适应方法,设计了自适应律解决在环境扰动以及惯性参数不确定情况下的姿态跟踪问题,得到了期望合力矩;最后解得直升机直接操纵量。从仿真与飞行实验结果来看,路径跟踪效果理想。

参考文献 (References)

- [1] 郑大钟. 线性系统理论[M]. 第2版. 北京:清华大学出版社, 2005.
ZHENG Da-zhong. Linear system theory[M]. 2nd ed. Beijing: Tsinghua University Press, 2005. (in Chinese)
- [2] 丁立冬. 飞翼式无人机纵向增稳主动控制技术研究[D]. 南京:南京航空航天大学, 2007.
DING Li-dong. Research on longitudinal stability augmentation system using active control technique for flying wing unmanned combat aerial vehicle[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2007. (in Chinese)
- [3] Gavrilits V. Autonomous aerobatic maneuvering of miniature helicopters[D]. Massachusetts: Massachusetts Institute of Technology, 2003.
- [4] Rugh W J. Analytical framework for gain scheduling[J]. Control Systems Magazine, 1991, 11(1): 79-84.
- [5] 高同跃. 超小型无人直升机飞控系统及自主滞空飞行的研究[D]. 上海:上海大学, 2008.
GAO Tong-yue. Research of the flight control system and autonomously hanging for subminiature unmanned helicopter[D]. Shanghai: Shanghai University, 2008. (in Chinese)
- [6] Zhu B, Huo W. Adaptive backstepping control for a miniature autonomous helicopter[C]//Proceedings of the 50th IEEE Conference on Decision and Control and European Control Conference. Orlando: IEEE, 2011: 5413-5418.
- [7] Erdem E B, Alleyne A G. Design of a class of nonlinear controllers via state dependent Riccati equations[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2004, 12(1): 133-137.
- [8] Gadewadikar J, Lewis F, Subbarao K, et al. H_∞ static output-feedback control for rotorcraft[J]. Journal of Intelligent and Robotic Systems, 2008, 54:629-646.
- [9] Breivik M, Fossen T I. Principles of guidance-based path follow-

- ing in 2D and 3D[C]//Proceedings of the 44th IEEE Conference on Decision and Control, and the European Control Conference. Seville: IEEE Control Systems Society, 2005:627-634.
- [10] Guerreiro B, Silvestre C, Cunha R, et al. \mathcal{L}_1 adaptive control for autonomous rotorcraft[C]//Proceedings of 2009 American Control Conference. St. Louis: American Automatic Control Council, 2009: 3250-3255.
- [11] Raptis I A, Valavanis K P, Moreno W A. A novel nonlinear backstepping controller design for helicopters using the rotation matrix[J]. IEEE Trans on Control System Technology, 2011, 19(2): 465-473.
- [12] 霍伟. 机器人动力学与控制[M]. 北京: 高等教育出版社, 2005.
HUO Wei. Robot dynamics and control[M]. Beijing: Higher Education Press, 2005. (in Chinese)
- [13] Isidori A, Marconi L, Serrani A. Robust nonlinear motion control of a helicopter[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2003, 48(3): 413-426.
- [14] 韩京清. 自抗扰控制技术——估计补偿不确定性因素的控制技术[M]. 北京: 国防工业出版社, 2008.
HAN Jing-qing. Active disturbance rejection control technique—the technique for estimating and compensation the uncertainties[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2008. (in Chinese)
- [15] 左宗玉. 四旋翼无人飞行器自适应轨迹跟踪控制[C]//第30届中国控制会议. 烟台: 中国自动化学会, 2011: 2435-2439.
ZUO Zong-yu. Adaptive trajectory tracking control of a quadrotor unmanned aircraft[C]//Proceedings of the 30th Chinese Control Conference. Yantai: Chinese Association of Automation, 2011: 2435-2439. (in Chinese)
- [16] Cao C, Hovakimyan N. Design and analysis of a novel \mathcal{L}_1 adaptive controller, part I: control signal and asymptotic stability[C]//Proceedings of the 2006 American Control Conference. Minneapolis: American Automatic Control Council, 2006: 3397-3402.
- [17] Pomet J, Praly L. Adaptive nonlinear regulation: estimation from the Lyapunov equation[J]. IEEE Trans on Automatic and Control, 1992, 37(6): 729-740.
- [18] Bramwell A R S, Done G, Balmford D. Bramwell's helicopter dynamics[M]. 2nd ed. Oxford: Butterworth Heinmann, 2001: 48-51.