

长方体破片侵彻明胶的运动模型与实验研究

莫根林¹, 吴志林², 冯杰²

(1. 江苏大学 机械工程学院, 江苏 镇江 212013; 2. 南京理工大学 机械工程学院, 江苏 南京 210094)

摘要: 为研究长方体破片侵彻明胶的运动规律, 建立长方体破片侵彻明胶的接触面假设以及接触面上的压力分布假设。在此基础上根据刚体质心运动方程和欧拉运动方程, 建立长方体破片的六自由度运动模型。运用龙格-库塔法求解运动方程, 获得长方体破片质心位移和欧拉角随时间的变化规律。利用高速摄影获得2发长方体破片侵彻明胶的入射欧拉角、水平位移和竖直位移。根据实验数据, 通过试算得到长方体破片运动模型中的动态阻力系数。计算结果表明: 长方体破片水平位移和竖直位移的模型误差较小。

关键词: 兵器科学与技术; 压力分布; 长方体破片; 明胶

中图分类号: O347 **文献标志码:** A **文章编号:** 1000-1093(2015)03-0463-06

DOI: 10.3969/j.issn.1000-1093.2015.03.013

Theoretical and Experimental Study of Penetration of Cuboid Fragments into Gelatin

MO Gen-lin¹, WU Zhi-lin², FENG Jie²

(1. School of Mechanical Engineering, Jiangsu University, Zhenjiang 212013, Jiangsu, China;

2. School of Mechanical Engineering, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, Jiangsu, China)

Abstract: The contact conditions of cuboid fragments penetrating into gelatin and the pressure distribution assumptions on the contact surface are established to study the motions of the fragments. On the basis of the assumptions, a six-DOF motion model of the fragments is deduced from the mass center motion equations and Euler motion equations. The change rules of translational displacements and Euler angles with time are obtained by solving the motion equations with Runge-Kutta method. Two cuboid fragments are tested in the experiments. The attack angles, horizontal displacements and vertical displacements are captured by using a high-speed camera. The dynamic coefficient in the motion model is obtained by using try-out method. The calculated results show that the theoretical displacements agree well with the experimental data.

Key words: ordnance science and technology; pressure distribution; cuboid fragment; gelatin

0 引言

弹药破片常预制成需要的形状如球形、菱形(平行六面体)、小箭形等, 装入套筒式弹体中, 靠弹

丸内的炸药或抛射药使其获得必要的初速以杀伤目标^[1]。创伤弹道学中, 常采用明胶作为人体组织的替代物研究破片对人体的杀伤机理^[2]。

球形破片在明胶中的运动可看作一维直线运

收稿日期: 2013-09-02

基金项目: 国家自然科学基金项目(11372137)

作者简介: 莫根林(1987—), 男, 博士研究生。E-mail: 550402699@qq.com;

吴志林(1967—), 男, 教授, 博士生导师。E-mail: wuruinan-1994@mail.njust.edu.cn

动。Sturdivan^[3]、Nennstiel^[4]、Seglets^[5]均将球形破片的受力表示为： $F = (c_D v^2 + c_V v + c_S)S$ ，其中 c_D 、 c_V 和 c_S 分别为动态阻力系数、粘性阻力系数和静态阻力系数， S 为球形破片的迎风面积。Sturdivan^[3] 假设静态阻力系数 c_S 为 0，根据流体边界层理论，将粘性阻力系数 c_V 表示为粘度和边界层厚度的函数；Nennstiel^[4] 假设 c_V 和 c_S 为 0，根据实验数据拟合了球形破片的动态阻力系数 c_D 。Seglets^[5] 假设球形破片的受力和明胶的应变率相关，将 c_S 表示为应变率的函数。Liu 等^[6] 考虑了球形破片侵彻明胶的分离角，将破片的迎风面积表示为分离角的函数。对于非球形破片，文献[3]假设破片撞击明胶表面时存在一定的动量损失，通过拟合实验数据得到了立方体破片和柱形破片稳定侵彻阶段的的阻力系数；该模型以破片的平均迎风面积作为实际迎风面积，没有考虑破片姿态对侵彻过程的影响。

Eisler 等^[7] 假设质点在明胶中的受力为速度的二次多项式，以此推导了一维杆的受力方程。Peters 等^[8] 假设弹头为刚性体，弹头表面微元的受力由静力项和动力项组成，其中静力项为常数、动力项为明胶密度和法向速度平方的乘积，并认为该模型可以较好地预测弹头攻角 $0.5^\circ \sim 3.0^\circ$ 内的运动，不能预测弹头大翻滚的情况。文献[9-11]将旋转体弹头微元的受力表示为微元速度的二次多项式，较好地模拟了弹头在铝板、混凝土靶、岩石靶和钢板的侵彻过程。本文拟采用这种表面受力积分的方法建立长方体破片侵彻明胶的受力模型，并开展相应的实验研究。

1 问题描述

球形破片侵彻明胶时，其运动可看作直线运动，明胶中的瞬时空腔是锥形。而长方体破片侵彻明胶时，破片的运动是空间的。明胶中形成的空腔也不是锥形，如图 1 所示。显然球形破片的一维运动模型不能用于描述长方体破片的运动，需要建立长方体破片的六自由度运动模型。对于刚性体而言，只需要获得长方体破片所受的外力。

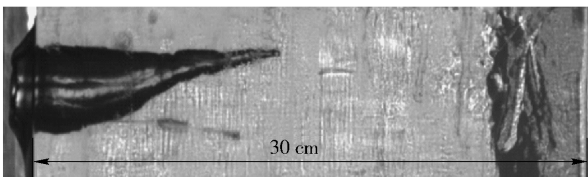


图 1 长方体破片的瞬时空腔

Fig. 1 Temporary cavity in gelatin

2 模型

2.1 模型假设

1) 假设长方体破片为刚性体，不考虑破片侵彻过程中的弹塑性变形。首先长方体破片(45#钢)的弹性极限较小(应变小于 0.2%)^[9]，破片的弹性变形不可能很大；其次实验收集的破片没有明显的塑性变形。

2) 根据文献[10-12]，假设微元面侵彻明胶时的接触应力为 f ，它可以表示为

$$f = (c_{De} (vn)^2 + c_{Se}) ndS, \quad (1)$$

式中： c_{De} 为动态阻力系数； c_{Se} 为静态阻力系数； v 为面元的速度； dS 为微面元的面积； n 为面元的外法线方向。

该假设中微元面所受压力由动力项 $c_{De} (vn)^2$ 和静力项 c_{Se} 构成。球形破片侵彻明胶的实验表明，将 c_{Se} 视为常数能较好地模拟破片的运动规律^[3-4,6]。文献[13]采用面积积分的方法，对直径 3.0 mm、4.0 mm 和 4.8 mm 球形破片的实验数据进行了拟合，确定了球形破片的静态阻力系数 $c_{Se} = -560\,000 \text{ kg/ms}^2$ 。由于静力项可理解为明胶剪切破坏所产生的阻力，这里假设长方体破片的静态阻力系数和球形破片的相同。动力项可理解为微元推动迎风面明胶运动所产生的阻力。由于流场的分布和破片的外形有关，长方体破片的动态阻力系数和球形破片的可能不同。本文将通过试算得到长方体破片的动态阻力系数。

2.2 几何和运动学参数

长方体破片的尺寸参数如图 2 所示，令 AB 、 BC 和 CD 三边的长度分别为 a 、 b 、 c ；在长方体破片的几何中心 O 建立直角坐标系 $Oxyz$ ，其中 Ox 平行于 AB 、 Oxy 平行于底面 ABC 、 Oz 垂直底面向上。令 Ox 、 Oy 和 Oz 三轴的基矢量分别为 i 、 j 、 k 。

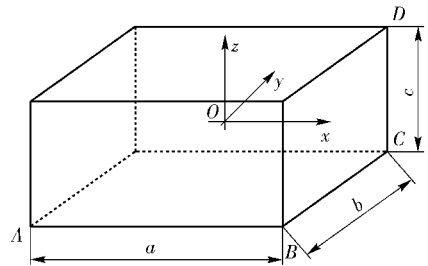


图 2 长方体破片的尺寸参数

Fig. 2 Dimensions of cuboid fragment

建立固定坐标系 $O'x'y'z'$ ，令 $O'x'$ 、 $O'y'$ 、 $O'z'$ 三轴的基矢量为 i' 、 j' 、 k' 。以欧拉角描述连体坐标

系 $Oxyz$ 相对坐标系 $O'x'y'z'$ 的转动,其中 φ 、 ψ 和 θ 分别表示自转角、进动角和章动角,令 θ 为 Oz 轴与 $O'z'$ 的夹角。破片表面任意点的矢径 \mathbf{r}' 可表示为

$$\mathbf{r}' = \mathbf{r}'_0 + \mathbf{r}, \quad (2)$$

式中: \mathbf{r}'_0 为破片质心的矢径; \mathbf{r} 为该点的相对矢径。在连体坐标系中 \mathbf{r} 可表示为

$$\mathbf{r} = x^1 \mathbf{i} + x^2 \mathbf{j} + x^3 \mathbf{k}. \quad (3)$$

破片表面任意点的速度 \mathbf{v}' 可表示为

$$\mathbf{v}' = \mathbf{v}'_0 + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}, \quad (4)$$

式中: \mathbf{v}'_0 为质心的运动速度; $\boldsymbol{\omega}$ 为破片的转动角速度,连体坐标系中表示为

$$\boldsymbol{\omega} = \omega_x \mathbf{i} + \omega_y \mathbf{j} + \omega_z \mathbf{k}, \quad (5)$$

ω_x 、 ω_y 和 ω_z 分别为角速度在 x 、 y 和 z 方向的分量,表达式为

$$\begin{cases} \omega_x = \dot{\psi} \sin \theta \sin \varphi + \dot{\theta} \cos \varphi, \\ \omega_y = \dot{\psi} \sin \theta \cos \varphi - \dot{\theta} \sin \varphi, \\ \omega_z = \dot{\psi} \cos \theta + \dot{\varphi}. \end{cases} \quad (6)$$

\mathbf{r}' 处微元的面积 dS 可表示为

$$dS = dx^s dx^t, \quad (7)$$

式中: dx 为坐标增量; s, t 为自由指标,但 $s \neq t$ 。

由于坐标系 $Oxyz$ 的坐标轴和长方体破片的三边平行, \mathbf{r}' 处微元的外法线方向 \mathbf{n} 为

$$\mathbf{n} = \pm \mathbf{i}, \text{ 或 } \pm \mathbf{j}, \text{ 或 } \pm \mathbf{k}. \quad (8)$$

将(4)式、(7)式和(8)式带入(1)式可求得任意位置点的受力 \mathbf{f} 。将 \mathbf{f} 对质心 O 点取矩得

$$\mathbf{M} = \mathbf{r} \times \mathbf{f}. \quad (9)$$

2.3 运动方程

根据高等动力学理论^[14],破片的质心运动方程可以表示为

$$\begin{cases} m \ddot{x}'_0 = \sum f'_x, \\ m \ddot{y}'_0 = \sum f'_y, \\ m \ddot{z}'_0 = \sum f'_z, \end{cases} \quad (10)$$

式中: m 为质量; \ddot{x}'_0 、 \ddot{y}'_0 、 \ddot{z}'_0 为质心在固定坐标系中坐标的二阶导数; $\sum f'_x$ 、 $\sum f'_y$ 和 $\sum f'_z$ 为 \mathbf{f} 在固定坐标系中的分量。

破片推广的欧拉运动方程可以表示为

$$\begin{cases} \dot{G}_x + \omega_y G_z - \omega_z G_y = \sum M_x, \\ \dot{G}_y + \omega_z G_x - \omega_x G_z = \sum M_y, \\ \dot{G}_z + \omega_x G_y - \omega_y G_x = \sum M_z, \end{cases} \quad (11)$$

式中:

$$\begin{cases} G_x = J_x \omega_x - J_{xy} \omega_y - J_{xz} \omega_z, \\ G_y = -J_{xy} \omega_x + J_y \omega_y - J_{yz} \omega_z, \\ G_z = -J_{xz} \omega_x - J_{yz} \omega_y + J_z \omega_z, \end{cases} \quad (12)$$

J_x 、 J_{xy} 、 J_{yz} 、 J_y 、 J_{xz} 和 J_z 为破片对 $Oxyz$ 坐标系的惯性张量分量; $\sum M_x$ 、 $\sum M_y$ 和 $\sum M_z$ 为破片绕 x 、 y 和 z 轴的力矩分量。

对(6)式、(10)式、(11)式和(12)式整理,得长方体破片侵彻明胶的六自由度运动方程:

$$\begin{cases} \ddot{x}'_0 = \frac{\sum f'_x}{m}, \\ \ddot{y}'_0 = \frac{\sum f'_y}{m}, \\ \ddot{z}'_0 = \frac{\sum f'_z}{m}, \\ \ddot{\varphi} = k_3 - k_2 \cos \varphi \cot \theta - k_1 \cot \theta \sin \varphi - \cot \theta \cdot \dot{\varphi} \dot{\theta} + \csc \theta \cdot \dot{\psi}, \\ \ddot{\psi} = k_2 \csc \theta \cos \varphi + k_1 \csc \theta \sin \varphi + \csc \theta \cdot \dot{\varphi} \dot{\theta} - \cot \theta \cdot \dot{\psi} \dot{\theta}, \\ \ddot{\theta} = k_1 \cos \varphi - k_2 \sin \varphi - \sin \theta \cdot \dot{\varphi} \dot{\psi}, \end{cases} \quad (13)$$

式中: k_1 、 k_2 和 k_3 为

$$\begin{cases} k_1 = (\Delta_1 H_1 + \Delta_2 H_2 + \Delta_3 H_3) / \Delta, \\ k_2 = (\Delta_4 H_1 + \Delta_5 H_2 + \Delta_6 H_3) / \Delta, \\ k_3 = (\Delta_7 H_1 + \Delta_8 H_2 + \Delta_9 H_3) / \Delta, \end{cases} \quad (14)$$

Δ 、 Δ_1 、 Δ_2 、 Δ_3 、 Δ_4 、 Δ_5 、 Δ_6 、 Δ_7 、 Δ_8 、 Δ_9 分别为

$$\begin{cases} \Delta = -J_{xz} J_{xz} J_y - 2J_{xy} J_{xz} J_{yz} - J_x J_y J_{yz} - J_{xy} J_{xy} J_z + J_x J_y J_z, \\ \Delta_1 = -J_{yz} J_{yz} + J_y J_z, \\ \Delta_2 = -J_{xz} J_{yz} + J_{xy} J_z, \\ \Delta_3 = J_{xz} J_y + J_{xy} J_{yz}, \\ \Delta_4 = J_{xz} J_{yz} + J_{xy} J_z, \\ \Delta_5 = -J_{xz} J_{xz} + J_x J_z, \\ \Delta_6 = J_{xy} J_{xz} + J_x J_{yz}, \\ \Delta_7 = J_{xz} J_y + J_{xy} J_{yz}, \\ \Delta_8 = J_{xy} J_{xz} + J_x J_{yz}, \\ \Delta_9 = -J_{xy} J_{xy} + J_x J_y, \end{cases} \quad (15)$$

H_1 、 H_2 和 H_3 分别为

$$\begin{cases} H_1 = \sum M_x - \omega_y G_z + \omega_z G_y, \\ H_2 = \sum M_y - \omega_z G_z + \omega_x G_z, \\ H_3 = \sum M_z - \omega_x G_z + \omega_y G_x. \end{cases} \quad (16)$$

对长方体破片的6个面进行数值积分,将计算得到的 $\sum f'_x$ 、 $\sum f'_y$ 、 $\sum f'_z$ 、 $\sum M_x$ 、 $\sum M_y$ 和

$\sum M_z$ 带入(13)式;输入破片的初始条件,通过 4 阶龙格-库塔法可得到破片位置和姿态的变化规律。

2.4 算例

令均质长方体破片的密度为 7.9 g/dm^3 , 三边的长度 a, b, c 分别为 $2.0 \text{ mm}, 2.0 \text{ mm}$ 和 2.5 mm , 其初始姿态角 φ, ψ, θ 分别为 $10^\circ, 10^\circ$ 和 10° . 令该长方体破片的动态阻力系数为 400 kg/m^2 . 破片沿 z' 轴以 500 m/s 入射明胶, 其质心位移随时间的变化如图 3 所示。破片 x' 方向的位移为负值, 先变小后变大, 最小值为 -5.0 mm ; y' 正方向的位移为正值, 先变大后变小, 最大值为 13.2 mm ; z' 方向的位移也为正值, 从 0 逐渐增加到 130.1 mm . 破片欧拉角随水平侵彻位移 z'_0 的变化如图 4 所示。长方体破片水平侵彻距离达到最大过程中, 欧拉角逐渐停止变化, 其中, ψ 稳定为 11.9° , φ 稳定为 8.0° , θ 稳定为 6.6° .

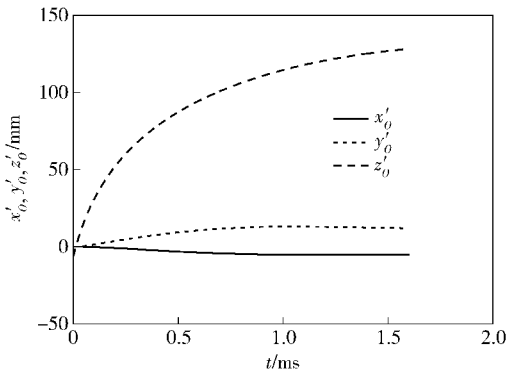


图 3 质心位移随时间的变化

Fig. 3 Displacement vs. time

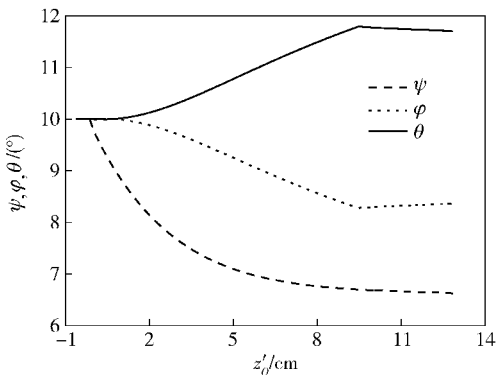


图 4 欧拉角随位移 z'_0 的变化

Fig. 4 Euler angle vs. z'_0

3 实验验证

实验中,明胶块由 10% 的弹道明胶制成,尺寸为 $30 \text{ cm} \times 30 \text{ cm} \times 30 \text{ cm}$. 明胶块使用前在 $4 \text{ }^\circ\text{C}$ 保温

箱中保温 24 h. 弹道枪发射 2 发长方体破片,枪口距离明胶块表面 5 m . 表 1 为实验长方体破片的外形参数,破片质量为 0.151 g . 采用帧频 1.5 MHz 的高速摄影拍摄破片在 $O'y'z'$ 平面的运动,拍摄角度如图 5 所示。高速摄像机的像素分辨率为 0.7 mm/像素 . 采用 Phantom camera control 软件读取质心位移数据时,容易造成 $1 \sim 2$ 个像素的误差。本文采用 getdata 软件读取破片的质心位移,一定程度上克服了分辨率不足的缺点。

表 1 长方体破片的外形参数

Tab. 1 Shape parameters of the fragment

a/mm	b/mm	c/mm
2.81	2.83	2.53

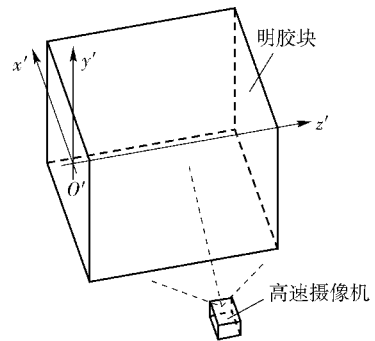


图 5 高速摄像机和明胶块的相对位置

Fig. 5 Schematic of positions of the high-speed camera and gelatin block

以破片进入明胶前连续两帧的平均速度作为破片的初始速度。假设破片在 x' 方向的速度为 0, 2 发长方体破片的初始位移和初始速度如表 2 所示。

表 2 长方体破片的初始位移和初始速度

Tab. 2 Initial displacements and initial velocities

编号	z'_0/mm	y'_0/mm	x'_0/mm	$v'_{0z}/(\text{m}\cdot\text{s}^{-1})$	$v'_{0y}/(\text{m}\cdot\text{s}^{-1})$	$v'_{0x}/(\text{m}\cdot\text{s}^{-1})$
1	-6	0	0	670	0	0
2	-6	0	0	606	0	0

长方体破片入靶前连续两帧在 $O'y'z'$ 平面的投影保持不变,可认为其角速度为 0. 根据平面投影,可试算得到实验长方体破片的初始欧拉角。2 发长方体破片模型投影和实验投影的比较如图 6 所示。表 3 为长方体破片的初始欧拉角和角速度。

通过试算可知, $c_{De} = 572 \text{ kg/m}^3$ 时 2 发长方体破

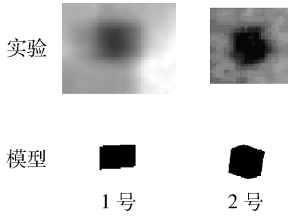


图6 长方体破片的平面投影

Fig. 6 Initial projections of cuboid fragments

片在水平方向和竖直方向的位移误差较小。1号破片在 z' 方向位移理论值和实验值的比较如图7所示,最大误差为1.4 mm,平均误差为0.67 mm;图8为1号破片 y' 方向位移和时间的关系,模型的最大误差为0.97 mm,平均误差0.22 mm。

表3 长方体破片的初始欧拉角和初始角速度

Tab.3 Initial Eulerian angles and the initial angular velocities of the first fragment

编号	$\psi/$ ($^{\circ}$)	$\varphi/$ ($^{\circ}$)	$\theta/$ ($^{\circ}$)	$\dot{\psi}/$ ($\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$)	$\dot{\varphi}/$ ($\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$)	$\dot{\theta}/$ ($\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$)
1	1	45	94.2	0	0	0
2	89	-15	-30	0	0	0

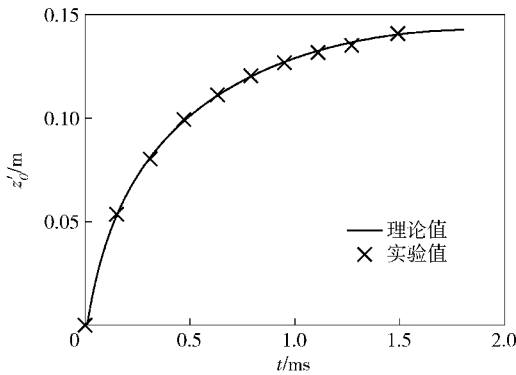


图7 1号实验破片 z'_0 随时间的变化

Fig. 7 z'_0 vs. t of Fragment 1

2号破片 z' 方向侵彻位移理论值和实验值的比较如图9所示,最大误差5.9 mm,平均误差3.9 mm;图10为2号破片 y' 方向侵彻位移和时间的关系,模型的最大误差为1.2 mm,平均误差0.62 mm。

考虑实验数据的读取误差,以及长方体破片几何误差、初始参数误差等对理论值的影响,可认为1号和2号长方体破片的位移误差是较小的。表明模型获得的动态阻力系数是合理的。

4 结论

实验研究表明长方体破片侵彻明胶过程中,除

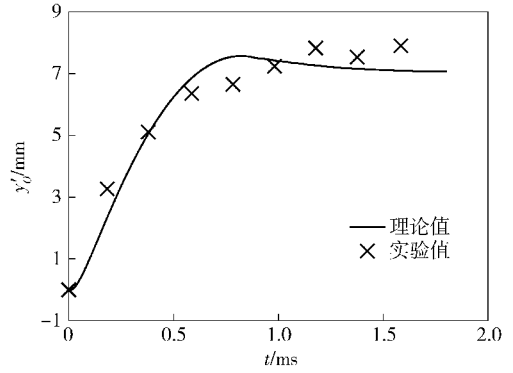


图8 1号实验破片 y'_0 随时间 t 的变化

Fig. 8 y'_0 vs. t of Fragment 1

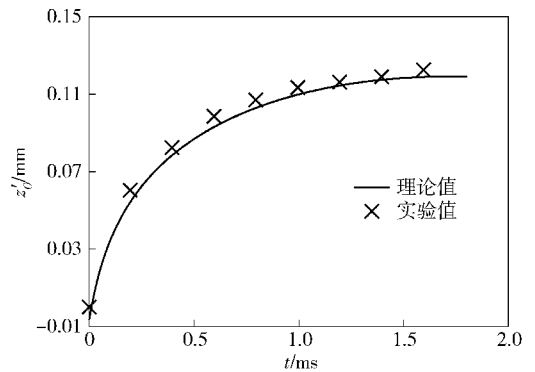


图9 2号实验破片 z'_0 随时间 t 的变化

Fig. 9 z'_0 vs. t of Fragment 2

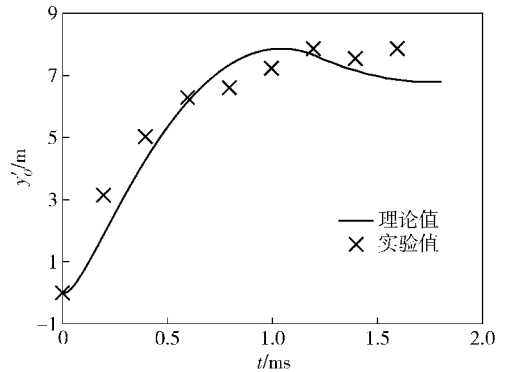


图10 2号实验破片 y'_0 随时间 t 的变化

Fig. 10 y'_0 vs. t of Fragment 2

了质心的平移运动还有剧烈的空间翻滚运动。本文基于长方体破片侵彻明胶的接触假设和接触面的应力分布假设,建立了长方体破片侵彻明胶的六自由度运动模型。实验表明该模型能够较好地描述长方体破片侵彻明胶的空间运动规律。通过试算法,本文获得了长方体破片的动态阻力系数。该模型的建立为进一步评估长方体破片的杀伤效能和优化设计提供了参考依据。

参考文献 (References)

- [1] 王儒策, 赵国志. 弹丸终点效应[M]. 北京:北京理工大学出版社, 1994:83 - 84.
WANG Ru-ce, ZHAO Guo-zhi. Terminal ballistic effect[M]. Beijing: Beijing Institute of Technology Press, 1994:83 - 84. (in Chinese)
- [2] 刘荫秋, 王正国, 马玉媛. 创伤弹道学[M]. 北京:解放军出版社, 1991:32 - 33.
LIU Yin-qiu, WANG Zheng-guo, MA Yu-yuan. Wound ballistics [M]. Beijing: Chinese People's Liberation Army Press, 1991: 32 - 33. (in Chinese)
- [3] Sturdivan L M. A mathematical model of penetration of chunky projectiles in gelatin tissue stimulant, ADA063526 [R]. MD, US:Aberdeen Proving Ground, 1978.
- [4] Nennstiel R. Once again-spheres in gelatin[J]. Journal of Trauma, 1990, 6(2): 119 - 124.
- [5] Seglets S B. Modeling the penetration behavior of rigid into ballistic gelatin, ARL-TR-4393 [R]. MD, US; Aberdeen Proving Ground, 2008.
- [6] Liu L, Fan Y, Li W, et al. Cavity dynamics and drag force of high-speed penetration of rigid spheres in to 10 wt% gelatin[J]. International Journal of Impact Engineering, 2012, 50:68 - 75.
- [7] Eisler R D, Chatterjee A K, Burghart G H, et al. Simulates the tissue damage from small arms projectiles and fragments penetrating the musculoskeletal system, ADA54311 [R]. MD, US: Aberdeen Proving Ground, 1998.
- [8] Peters C E, Sebourn C L, Crowder H L. Wound ballistics of unstable projectiles. I. projectile yaw growth and retardation[J]. Journal of Trauma, 1996, 40(3S): 10 - 15.
- [9] 任志俊, 薛国祥. 实用金属材料手册[M]. 南京:江苏科学技术出版社, 2007:237.
REN Zhi-qiang, XUE Guo-xiang. Practical handbook of metallic materials[M]. Nanjing: Jiangsu Science and Technology Press, 2007:237. (in Chinese)
- [10] Warren T L, Tabbara M R. Spherical cavity- expansion forcing function in PRONTO 3D for application to penetration problems, SAND-97-1174 [R]. Albuquerque, NM, US; Sandia National Labs, 1997.
- [11] Warren T L. Simulations of the penetration of limestone targets by ogive-nose 4340 steel projectiles[J]. International Journal of Impact Engineering, 2002, 27(5):475 - 496.
- [12] Satapathy S, Bless S. Response of long rods to moving lateral pressure pulse; numerical evaluation in DYNA3D [J]. International Journal of Impact Engineering, 2001; 26(1):663 - 674.
- [13] Mo G L, Wu Z L, Liu K. Drag force analysis of spheres penetrating gelatin based on surface integral[J]. Applied Mechanics and Materials, 2012, 105 - 107:561 - 565.
- [14] 张延教. 高等动力学[M]. 南京:华东工学院, 1984:56 - 280.
ZHANG Yan-jiao. Advanced dynamics[M]. Nanjing: East China Institute of Technology, 1984:26 - 280. (in Chinese)