

郑伟, 许厚泽, 钟敏等. 2015. 基于下一代三向车轮双星编队改善地球重力场空间分辨率研究. 地球物理学报, 58(3):767-779, doi:10.6038/cjg20150307.

Zheng W, Hsu H T, Zhong M, et al. 2015. A study on the improvement in spatial resolution of the Earth's gravitational field by the next-generation ACR-Cartwheel-A/B twin-satellite formation. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese), 58(3):767-779, doi: 10.6038/cjg20150307.

基于下一代三向车轮双星编队改善 地球重力场空间分辨率研究

郑伟¹, 许厚泽¹, 钟敏¹, 员美娟²

¹ 中国科学院测量与地球物理研究所 大地测量与地球动力学国家重点实验室, 武汉 430077

² 武汉科技大学理学院, 武汉 430081

摘要 由于当前 GRACE(Gravity Recovery and Climate Experiment)串行式编队存在“南北向条带误差”等缺陷,因此本文基于星间速度插值法开展了利用下一代三向车轮双星编队 ACR(Along-Cross-Radial)-Cartwheel 提高地球重力场空间分辨率的可行性研究论证。第一,采用 GRACE 卫星轨道参数和关键载荷精度,利用三向车轮双星编队 ACR-Cartwheel-A/B 反演了 120 阶地球重力场。结果表明:基于 ACR-Cartwheel-A/B 双星编队反演地球重力场的模拟精度较德国波茨坦地学研究中心(GFZ)公布的 EIGEN-GRACE02S 地球重力场模型的实测精度平均提高 2.6 倍,从而检验了基于下一代三向车轮双星编队 ACR-Cartwheel-A/B 反演地球重力场精度优于当前 GRACE 串行式双星编队的可行性。第二,通过星间速度插值法,采用卫星轨道参数(初始轨道高度 350 km、平均星间距离 100 km、初始轨道倾角 89°、初始轨道离心率 0.0046)、卫星关键载荷精度指标(星间速度 $10^{-7} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ 、轨道位置 10^{-3} m 、轨道速度 $10^{-6} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ 、非保守力 $10^{-11} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$)、观测时间 30 天和采样间隔 10 s,基于经向车轮双星编队 Lo-AR(Longitudinal-Along-Radial)-Cartwheel-A/B、纬向车轮双星编队 La-AR(Latitudinal-Along-Radial)-Cartwheel-A/B 和三向车轮双星编队 ACR-Cartwheel-A/B,分别反演了 120 阶地球重力场;在 120 阶处,累计大地水准面精度分别为 $5.115 \times 10^{-4} \text{ m}$ 、 $4.923 \times 10^{-4} \text{ m}$ 和 $3.488 \times 10^{-4} \text{ m}$ 。结果表明:(1)由于 La-AR-Cartwheel-A/B 编队的轨道稳定性优于 Lo-AR-Cartwheel-A/B 编队,因此基于 La-AR-Cartwheel-A/B 编队反演重力场精度高于 Lo-AR-Cartwheel-A/B 编队;(2)由于 ACR-Cartwheel-A/B 编队可以同时获得轨向、垂向和径向的重力场信息,卫星观测数据具有各向同性优点,因此 ACR-Cartwheel-A/B 编队是建立下一代高精度和高空间分辨地球重力场模型的优化选择。

关键词 三向车轮编队;经向和纬向车轮编队;轨向、垂向和径向观测值;空间分辨率;轨道根数

doi:10.6038/cjg20150307

中图分类号 P223, P312

收稿日期 2014-03-07, 2014-07-01 收修定稿

基金项目 中国科学院知识创新工程重要方向青年人才项目(KZCX2-EW-QN114), 国家自然科学基金青年项目(41004006, 41202094)、国家自然科学基金重点项目(41131067)和国家自然科学基金面上项目(11173049), 国家留学人员科技活动项目择优资助基金(2011), 中国科学院卢嘉锡青年人才和青年创新促进会基金(2013), 国家民用空间基础设施项目子课题(2014), 武汉大学地球空间环境与大地测量教育部重点实验室测绘基础研究基金(11-01-02), 中国测绘科学研究院地理空间信息工程国家测绘地理信息局重点实验室开放基金(201322), 西安测绘研究所地理信息工程国家重点实验室开放基金(SKLGIE2013-M-1-5), 中国科学院测量与地球物理研究所重要方向项目(Y309451045)和大地测量与地球动力学国家重点实验室自主项目(Y309491050)联合资助。

作者简介 郑伟, 男, 1977 年生, 博士, 副研究员, 主要从事基于卫星重力测量反演地球、月球和火星重力场的理论和方法等方面的研究。
E-mail: wzheng@asch.whigg.ac.cn

A study on the improvement in spatial resolution of the Earth's gravitational field by the next-generation ACR-Cartwheel-A/B twin-satellite formation

ZHENG Wei¹, HSU Hou-Tse¹, ZHONG Min¹, YUN Mei-Juan²

1 State Key Laboratory of Geodesy and Earth's Dynamics, Institute of Geodesy and Geophysics, Chinese Academy of Sciences, Wuhan 430077, China

2 College of Science, Wuhan University of Science and Technology, Wuhan 430081, China

Abstract Because the design defects (e.g., the orbital altitude could not be substantially decreased, the measurement accuracy of space-borne instrumentations is unable to be sufficiently improved, and the isotropic gravity information is incapable of being simultaneously acquired, etc.) of the present twin Gravity Recovery and Climate Experiment (GRACE) satellites have resulted in poor spatial resolution of the Earth's gravitational field, this study aims to carry out the feasibility demonstrations regarding the next-generation ACR(Along-Cross-Radial)-Cartwheel twin-satellite formation for improving the spatial resolution of the Earth's gravitational field by the intersatellite range-rate interpolation method. The research on improving the accuracy of the Earth's gravitational field by the Radial-Cartwheel and Inclined-Cartwheel twin-satellite formation has been developed using the short-arc integral approach. The disadvantage of the short-arc integral approach is that the accuracy of the Earth's long-wavelength gravitational field is apt to be decreased owing to a shorter orbital arc of about 30 minutes. The different methods of satellite gravity recovery have different sensitivities to the signal spectrum of gravity field. Unlike previous recovery methods, we perform the exploratory investigations on optimizing spatial resolution by the future ACR-Cartwheel-A/B twin-satellites formation based on the six-point intersatellite range-rate interpolation method.

Firstly, the Earth's gravitational field from ACR-Cartwheel-A/B complete up to degree and order 120 is precisely recovered using the satellite orbital parameters and the measurement precision of key payloads from the twin GRACE satellites. The research results show that the accuracy of the Earth's gravitational field determination from the next-generation ACR-Cartwheel twin-satellite formation is averagely improved by 2.6 times than that from the EIGEN-GRACE02S model released by the German GeoForschungsZentrum Potsdam (GFZ), which sufficiently verifies that the next-generation ACR-Cartwheel twin-satellite formation is obviously better than the current GRACE collinear formation. Secondly, the Earth's gravitational field complete up to degree and order 120 is accurately measured based on the satellite orbital parameters (e.g., orbital altitude of 350 km, intersatellite range of 100 km, orbital inclination of 89° and orbital eccentricity of 0.0046), the measurement precision of key payloads (e.g., 10^{-7} m · s⁻¹ in intersatellite range-rate, 10^{-3} m in orbital position, 10^{-6} m · s⁻¹ in orbital velocity and 10^{-11} m · s⁻² in non-conservative force), an observation time of 30 days and a sampling interval of 10 s by the Lo-AR (Longitudinal-Along-Radial)-Cartwheel-A/B, La-AR (Latitudinal-Along-Radial)-Cartwheel-A/B and ACR-Cartwheel-A/B twin-satellite formations using the intersatellite range-rate interpolation method, and the cumulative geoid height errors are 5.115×10^{-4} m, 4.923×10^{-4} m and 3.488×10^{-4} m, respectively. Since the orbital stability of the La-AR-Cartwheel-A/B formation is superior to the Lo-AR-Cartwheel-A/B formation, the accuracy of satellite gravity recovery from the La-AR-Cartwheel-A/B formation is higher than that from the Lo-AR-Cartwheel-A/B formation. Because the ACR-Cartwheel-A/B twin-satellite formation can synchronously obtain

gravity information in the along-track, cross-track and radial-track directions, satellite observation data are provided with some strongpoints consisting of homogeneity, isotropy, and so on. On all accounts, the next-generation ACR-Cartwheel twin-satellite formation will prospectively play a significant role in producing the Earth gravity field model with higher accuracy and resolution.

Keywords ACR-Cartwheel formation; Lo-AR-Cartwheel and La-AR-Cartwheel formations; Along-cross-radial-track observations; Spatial resolution; Orbital element

1 引言

自 2002 年 3 月 17 日美德联合研制的 GRACE 重力双星成功发射以来,已在地球总体形状随时间变化、地球各圈层物质的分布和变化、全球海洋质量的分布与变化、极地冰川的增大和缩小、以及地下蓄水总量信息特性等领域做出了突出贡献。但 GRACE 卫星重力计划的固有缺陷限制了地球重力场时空分辨率的进一步提高,主要不足之处包括:(1)“南北向条带误差(Striping)”效应。由于 GRACE-A/B 双星被设计为“串行式(collinear)”编队系统,因此仅能感测轨向(along-track)卫星观测数据,而无法同时获得垂向(cross-track)和径向(radial-track)地球重力场信息。由于获得的卫星观测信号和误差非各向同性(anisotropic),而且 GRACE 串行式轨道设计对经向重力场变化异常敏感,因此导致了削弱地球时变重力场精度的“南北向条带误差”效应(Swenson and Wahr, 2006; Klees et al., 2008)。(2)“混频(Aliasing)”效应。GRACE 双星被设计为非重复轨道,约 30 天的卫星轨道在地面的投影轨迹可完全覆盖地球,因此基于 GRACE 卫星观测数据最大程度仅能获得时间分辨率为 1 个月的时变重力场模型。因为时间变化周期小于 30 天的海潮和大气潮等高频误差无法从地球时变重力场月模型中精确扣除,所以导致了限制地球时变重力场精度的“混频”效应(Han et al., 2004; Ray and Luthecke, 2006; Moore and King, 2008; Seo et al., 2008; Gruber et al., 2009)。

对于“南北向条带误差”效应而言,可通过增加垂向和径向的卫星观测数据得以缓解;对于“混频”效应而言,可通过提高地球重力场的时空分辨率得以削弱。因此,为了最大程度减弱“南北向条带误差”和“混频”效应对地球时变重力场精度的负面影响,寻求最优的下一代重力卫星编队飞行模式是当前国内外众多科研机构的研究热点(Bender et al., 2003; Rummel, 2003; Sneeuw et al., 2005; Sharifi

et al., 2007; 郑伟等, 2010a/b, 2012a):(1)串行式双星编队有美国宇航局喷气推进实验室(NASA-JPL)等提出的 GRACE Follow-On 卫星重力计划(Stephens et al., 2006; Flechtner et al., 2009; Zheng et al., 2009b; 郑伟等, 2010c, 2012b, 2014; Loomis et al., 2012)、欧空局的意大利泰利斯阿莱尼亚空间公司(Italy-TAS)等提出的 NGGM(Next-Generation Gravimetry Mission)卫星重力计划(Anselmi et al., 2010; Silvestrin et al., 2012; Cesare and Sechi, 2013)等;(2)钟摆式双星编队有欧空局的法国空间研究中心(ESA-CNES)和德国慕尼黑工业大学(Germany-TUM)等提出的 E. MOTION(Earth System Mass Transport Mission)卫星重力计划(Gruber, 2010; Gruber et al., 2012; Panet et al., 2013)等;(3)串行-钟摆组合三星编队有德国波恩大学(Bonn-IGG)等提出的 GRACE-Pendulum-3S 卫星重力计划(Elsaka et al., 2009);(4)串行式三星编队有中国科学院测量与地球物理研究所(CAS-WHIGG)等提出的 GRACE-3S 卫星重力计划(Zheng et al., 2009a);(5)转轮式四星编队有美国宇航局喷气推进实验室(NASA-JPL)等提出的 FSCF(Four-Satellite Cartwheel Formation)卫星重力计划(Wiese et al., 2009; 郑伟等, 2013)等;(6)不同轨道倾角组合四星编队(Bender et al., 2008; Zheng et al., 2008; Wiese et al., 2012)。

Massonnet(1998)首次将卫星转轮式编队模式应用于被动雷达干涉测量;Sneeuw 和 Schaub(2004)提出了基于卫星转轮式编队系统精密探测地球重力场的新思想;Wiese 等(2009)和郑伟等(2013)基于下一代转轮式四星编队系统精确快速反演了地球重力场;Sneeuw 和 Schaub(2005)开展了利用转轮式六星编队系统提高地球重力场精度的可行性研究。如表 1 所示,下一代车轮式双星编队 Cartwheel-A/B 预期采用近圆轨道、近极轨道和低地球轨道设计,通过高轨道的 GNSS 星座(美国 GPS、俄罗斯 GLONASS、欧洲 Galileo、中国 Compass 等)精

表 1 当前 GRACE 和将来 Cartwheel-A/B 双星编队系统对比

Table 1 A comparison of satellite formations between present GRACE and future Cartwheel-A/B

参数	重力卫星编队	
	GRACE	Cartwheel-A/B
		双向车轮 (经向和纬向)
轨道高度	500 km	350 ± 50 km
星间距离	220 km	100 ± 50 km
轨道倾角	89°	90° ± 2°
轨道离心率	0.004	0.004 ± 0.002
跟踪模式	串行式 (Collinear)	车轮式 (Cartwheel)
观测数据	轨向 (along-track)	轨向+径向 (along-radial-track) 轨向+垂向+径向 (along-cross-radial-track)
关键载荷	K 波段测距仪 加速度计	激光干涉测距仪 非保守力补偿系统

密跟踪低轨 Cartwheel-A/B 双星 (定轨精度优于 10^{-2} m), 利用激光干涉测距仪高精度感测星间速度 ($10^{-7} \sim 10^{-9}$ m · s⁻¹), 基于非保守力补偿系统 (Drag-free) 精确消除作用于双星的非保守力 ($10^{-11} \sim 10^{-13}$ m · s⁻²). 相对于当前 GRACE 串行式双星编队系统, 下一代车轮式双星编队系统 Cartwheel-A/B 的优点如下: 第一, 采用车轮式轨道设计, 可同时获得轨向 (along-track)、垂向 (cross-track) 和径向 (radial-track) 的卫星观测信号, 有利于获得各向均匀的卫星观测数据信号和误差, 以及提高地球重力场的空间分辨率. 第二, 通过获得各向同性的地球重力场信息, 有利于削弱地球时变重力场模型的“南北向条带误差”效应. 第三, 采用激光干涉测距仪大幅度提高星间速度的测量精度 (1~3 个数量级), 旨在进一步降低卫星观测误差对地球重力场反演精度的负面影响; 通过非保守力补偿系统消除非保守力 (大气阻力、太阳光压、地球辐射压、轨道高度和姿态控制力等) 对卫星寿命的负面影响, 旨在进一步降低卫星轨道高度 (300~400 km), 从而抑制地球重力场信号的衰减效应. 第四, 相对于转轮式四星和六星编队飞行模式, 转轮式双星编队系统 Cartwheel-A/B 不仅研制技术难度较小和测控精度要求较低, 而且研究费用较低廉.

目前国内外科研机构通常采用动力学法、能量守恒法、卫星加速度法等反演地球重力场. 动力学法的优点是不依赖于任何先验地球重力场模型, 理论框架严密, 各种地球重力场参数求解精度较高, 缺点是整体解算过程较复杂, 需要高性能的并行计算

机支持, 而且随着轨道弧长增加, 解算模型误差将迅速增大 (周旭华, 2005; 张兴福, 2007). 能量守恒法的优点是避免了数值微分、数值积分等计算, 直接利用地球扰动位和引力位系数的线性关系建立卫星运动观测方程, 而且观测方程物理含义明确, 易于地球重力场的敏感度分析, 通常采用 PC 计算机可完成高阶地球重力场的快速求解; 缺点是对卫星速度的测量精度要求较高 (程芦颖和许厚泽, 2006; 郑伟等, 2006). 卫星加速度法的优点是观测方程形式简单、在保证求解精度的前提下计算量较小; 缺点是采用的数值微分算法在一定程度上损失了地球低频重力场的精度 (沈云中等, 2005; 郑伟等, 2011). Elsaka (2010) 通过短弧法围绕径向和倾斜车轮式双星编队开展了改善地球时变重力场模型时空分辨率的论证研究. 相对于传统动力学法, 短弧法的优点是计算量较小和计算过程简单; 缺点是由于采用了较短的轨道弧长 (约 30 min), 因此地球长波重力场解算精度较低 (Mayer-Gürr, 2006). 由于不同卫星重力反演方法对地球重力场频谱的敏感度不同, 因此不同于上述卫星重力反演法, 我们通过 6 点星间速度插值法开展了基于双向车轮式和三向车轮式双星编队飞行模式进一步提高下一代地球重力场空间分辨率的探索性研究.

2 星间速度插值卫星重力反演法

6 点星间速度插值观测方程表示如下 (Zheng et al., 2012):

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_{12}(t_i) \cdot \nabla T_{12}(t_i) = & \mathbf{e}_{12}(t_i) \cdot \left\{ -\frac{1}{60\Delta t} \cdot [\dot{\mathbf{r}}_{\rho_{12}}(t_{i-3}) \right. \\ & - 9\dot{\mathbf{r}}_{\rho_{12}}(t_{i-2}) + 45\dot{\mathbf{r}}_{\rho_{12}}(t_{i-1}) - 45\dot{\mathbf{r}}_{\rho_{12}}(t_{i+1}) + 9\dot{\mathbf{r}}_{\rho_{12}}(t_{i+2}) \\ & \left. - \dot{\mathbf{r}}_{\rho_{12}}(t_{i+3})] + GM \left[\frac{\mathbf{r}_2(t_i)}{|\mathbf{r}_2(t_i)|^3} - \frac{\mathbf{r}_1(t_i)}{|\mathbf{r}_1(t_i)|^3} \right] \right. \\ & \left. - \mathbf{a}_{12}(t_i) - \mathbf{f}_{12}(t_i) \right\}, \end{aligned} \quad (1)$$

其中,

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{r}}_{\rho_{12}}(t_i) = & \dot{\rho}_{12}(t_i)\mathbf{e}_{12}(t_i) + \{\dot{\mathbf{r}}_{12}(t_i) - [\dot{\mathbf{r}}_{12}(t_i) \cdot \mathbf{e}_{12}(t_i)]\mathbf{e}_{12}(t_i)\}; \\ \dot{\rho}_{12} & \text{表示激光干涉测距系统的星间速度; } \mathbf{e}_{12} = \frac{\mathbf{r}_{12}}{|\mathbf{r}_{12}|} \end{aligned}$$

表示第一颗卫星指向第二颗卫星的单位矢量, $\mathbf{r}_{12} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1$ 表示双星的轨道位置矢量差, \mathbf{r}_1 和 \mathbf{r}_2 分别表示双星的轨道位置矢量; $\dot{\mathbf{r}}_{12} = \dot{\mathbf{r}}_2 - \dot{\mathbf{r}}_1$ 表示双星的轨道速度矢量差, $\dot{\mathbf{r}}_1$ 和 $\dot{\mathbf{r}}_2$ 分别表示双星的轨道速度矢量. GM 表示地球质量 M 和万有引力常数 G 的乘积;

$|\mathbf{r}_{1(2)}| = \sqrt{x_{1(2)}^2 + y_{1(2)}^2 + z_{1(2)}^2}$ 分别表示双星的地心半径, $x_{1(2)}, y_{1(2)}, z_{1(2)}$ 表示轨道位置矢量 $\mathbf{r}_{1(2)}$ 的 3 个分量; Δt 表示采样间隔. $\mathbf{a}_{12} = \mathbf{a}_2 - \mathbf{a}_1$ 表示作用于双星的保守力差(如日月引力, 地球固体潮、海潮、大气潮、极潮汐力, 相对论效应等)(Kim, 2000; 张捍卫等, 2004; Petit and Luzum, 2010), $\mathbf{f}_{12} = \mathbf{f}_2 - \mathbf{f}_1$ 表示作用于双星的非保守力差(如大气阻力、太阳光压、地球辐射压、轨道高度和姿态控制力等)(Roesset, 2003). $T(r, \theta, \lambda)$ 表示地球扰动位, 有

$$T(r, \theta, \lambda) = \frac{GM}{R_e} \sum_{l=2}^L \left(\frac{R_e}{r}\right)^{l+1} \sum_{m=0}^l (\bar{C}_{lm} \cos m\lambda + \bar{S}_{lm} \sin m\lambda) \bar{P}_{lm}(\cos\theta), \quad (2)$$

其中, r, θ, λ 分别表示地心半径、地心余纬度和地心经度, R_e 表示地球平均半径; $\bar{P}_{lm}(\cos\theta)$ 表示规格化的缩合 Legendre 函数, l 表示阶数, m 表示次数; \bar{C}_{lm} 和 \bar{S}_{lm} 表示待估的地球引力位系数.

地球引力位系数精度公式表示如下:

$$\sigma_l = \sqrt{\frac{\sum_{m=-l}^l (\bar{\beta}_{lm} - \bar{\beta}_{lm}^0)^2}{2l+1}}, \quad (3)$$

其中, $\bar{\beta}_{lm} = (\bar{C}_{lm}, \bar{S}_{lm})$ 表示待估的地球引力位系数, $\bar{\beta}_{lm}^0$ 表示参考地球重力场模型 EGM2008 的引力位系数.

累积大地水准面误差公式表示如下

$$\sigma_N = R_e \sqrt{\sum_{l=2}^L \sum_{m=-l}^l (\bar{\beta}_{lm} - \bar{\beta}_{lm}^0)^2}. \quad (4)$$

3 原理

3.1 双向车轮双星编队

双向车轮双星编队系统的相对椭圆运动的长半轴和短半轴之比为 $\rho_{\max}:\rho_{\min} = 2:1$, 可同时获得轨向和径向的卫星观测数据. 双向车轮双星编队系统的长短半轴比例可通过轨道离心率 $e = \frac{\rho_{\max}}{4a} = \frac{\rho_{\min}}{2a}$ (a 表示卫星到地心的距离) 设定, 一颗卫星的远地点和另一颗卫星的近地点的间距等于双星的径向最大距离 ρ_{\min} , 而轨向最大距离 ρ_{\max} 为径向最大距离 ρ_{\min} 的 2 倍(Schaub and Junkins, 2003). 依据双星径向距离最大值出现的方向, 双向车轮双星编队系统包括经向车轮双星编队(图 1)和纬向车轮双星编队(图 2). 在图 1—3 中, $O-XYZ$ 表示地心惯性坐标系, X 轴指向平春分点的方向, Z 轴指向地球自转轴的方向, Y 轴和 X 轴、 Z 轴呈右手螺旋关系. $o-xyz$

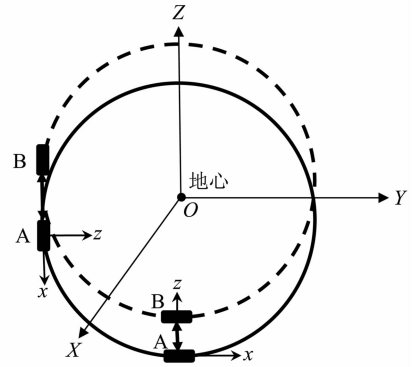


图 1 经向车轮双星编队 Lo-AR-Cartwheel-A/B 测量原理

Fig. 1 Measurement principle of the twin Lo-AR-Cartwheel-A/B satellites formation

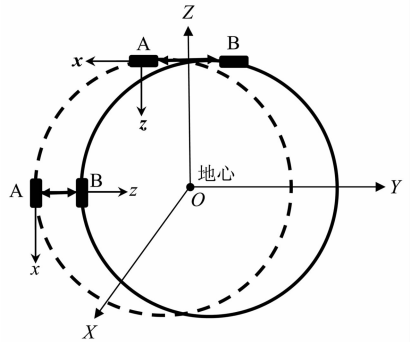


图 2 纬向车轮双星编队 La-AR-Cartwheel-A/B 测量原理

Fig. 2 Measurement principle of the twin La-AR-Cartwheel-A/B satellites formation

表示卫星轨道坐标系, x 轴指向卫星运动方向(along-track), y 轴指向垂直于轨道面方向(cross-track), z 轴由地心指向外(radial-track).

双向车轮双星编队的初始运动状态表示如下(Elsaka, 2010):

$$\begin{cases} x_0 = y_0 = 0, \\ z_0 = \rho_{12}, \\ \dot{x}_0 = -2nz_0, \\ \dot{y}_0 = \dot{z}_0 = 0, \end{cases} \quad (5)$$

其中, $n = \sqrt{\frac{GM}{(R_e + H)^3}}$ 表示平均轨道角速度, H 表示卫星轨道高度, (x_0, y_0, z_0) 和 $(\dot{x}_0, \dot{y}_0, \dot{z}_0)$ 表示初始运动的位置和速度, ρ_{12} 表示星间距离.

双向车轮双星编队的相对运动方程表示如下:

$$\left(\frac{x}{2\rho_{12}}\right)^2 + \left(\frac{z}{\rho_{12}}\right)^2 = 1. \quad (6)$$

3.2 三向车轮双星编队

如图 3 所示, 三向车轮双星编队系统可同时获

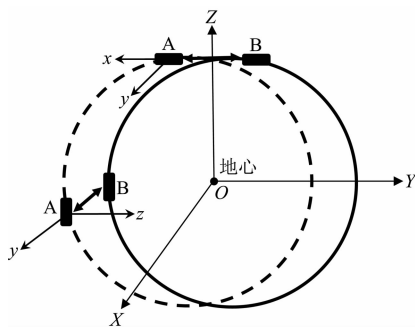


图3 三向车轮双星编队 ACR-Cartwheel-A/B 测量原理

Fig. 3 Measurement principle of the twin ACR-Cartwheel-A/B satellites formation

得轨向、垂向和径向的卫星观测数据. 三向车轮双星编队的初始运动状态表示如下(Elsaka, 2010):

$$\begin{cases} x_0 = 0, \\ y_0 = -\frac{\sqrt{3}}{2}\rho_{12}, \\ z_0 = \rho_{12}, \\ \dot{x}_0 = -2nz_0, \\ \dot{y}_0 = \dot{z}_0 = 0. \end{cases} \quad (7)$$

三向车轮双星编队的相对运动方程表示如下:

$$\begin{cases} \left(\frac{x}{2\rho_{12}}\right)^2 + \left(\frac{z}{\rho_{12}}\right)^2 = 1, \\ y(t) = -\frac{\sqrt{3}}{2}\rho_{12}\cos(nt). \end{cases} \quad (8)$$

4 结果

4.1 Cartwheel-A/B 双星编队观测值的色噪声模拟

本文首先利用 9 阶 Runge-Kutta 线性单步法结合 12 阶 Adams-Cowell 线性多步法数值积分公式模拟了 Cartwheel-A/B 双星的轨道位置和轨道速度(刘林, 1992), 开普勒轨道根数如表 2 所示, 参考

表 2 车轮双星编队 Cartwheel-A/B 的开普勒轨道根数

Table 2 Keplerian orbital elements of the twin Cartwheel-A/B satellites formation

轨道根数	Cartwheel-A/B 车轮编队							
	双向车轮编队				差值	三向车轮编队		差值
	经向		纬向					
轨道长半轴 a	6720 km	6720 km	6720 km	6720 km	$\Delta a = 0$	6720 km	6720 km	$\Delta a = 0$
离心率 e	0.0046	0.0046	0.0046	0.0046	$\Delta e = 0$	0.0025	0.0075	$\Delta e = 0.005$
轨道倾角 i	89°	89°	89°	89°	$\Delta i = 0$	89°	89°	$\Delta i = 0$
升交点赤经 Ω	18.5°	18.5°	18.5°	18.5°	$\Delta \Omega = 0$	18.5°	20°	$\Delta \Omega = 1.5°$
近地点幅角 ω	270°	90°	0°	180°	$\Delta \omega = 180°$	0°	180°	$\Delta \omega = 180°$
平近点角 M	90°	270°	90°	270°	$\Delta M = 180°$	90°	270°	$\Delta M = 180°$

地球重力场模型 EGM2008 截断至 120 阶.

基于 Gauss-Markov 模型, 卫星观测值的色噪声表示如下(沈云中, 2000):

$$\begin{cases} \alpha_0 = \beta_0, \\ \alpha_1 = \chi\alpha_0 + \sqrt{1-\chi^2}\beta_1, \\ \alpha_2 = \chi\alpha_1 + \sqrt{1-\chi^2}\beta_2, \\ \vdots \\ \alpha_j = \chi\alpha_{j-1} + \sqrt{1-\chi^2}\beta_j, \end{cases} \quad (9)$$

其中, χ 表示色噪声相关系数; $\beta_j (j = 1, 2, \dots)$ 表示正态分布的随机白噪声 ($\chi = 0$), j 表示观测点的个数; $\alpha_j (j = 1, 2, \dots)$ 表示具有相关性的色噪声 ($0 < \chi < 1$).

本文基于 Gauss-Markov 色噪声模型, 利用相关系数(激光干涉测距仪的星间速度 0.85, GPS 接收机的轨道位置和轨道速度 0.95, 星载加速度计的非保守力 0.90)和采样间隔 10 s 模拟了星间速度、轨道位置、轨道速度和非保守力的色噪声, 其中星间速度, 以及轨道位置、轨道速度和非保守力在 X 轴方向的色噪声如图 4 所示, 统计结果如表 3 所示.

4.2 卫星重力反演

4.2.1 Cartwheel-A/B 双星编队可行性检验

如图 5 所示, 星号线表示德国波茨坦地学研究中心(GFZ)公布的 120 阶 EIGEN-GRACE02S 地球重力场模型的实测精度, 在 120 阶处反演累计大地水准面精度为 1.893×10^{-1} m; 实线表示基于星间速度插值法, 利用 GRACE 卫星关键载荷精度(星间速度 10^{-6} m · s⁻¹、轨道位置 10^{-2} m、轨道速度 10^{-5} m · s⁻¹ 和非保守力 10^{-10} m · s⁻²)、GRACE 卫星轨道参数(轨道高度 500 km、星间距离 220 km、轨道倾角 89° 和轨道离心率 0.001)、观测时间 30 天和采样间隔 10 s, 反演 120 阶 ACR-Cartwheel-A/B 地球重力场的模拟精度, 在 120 阶处累计大地水准面精度为

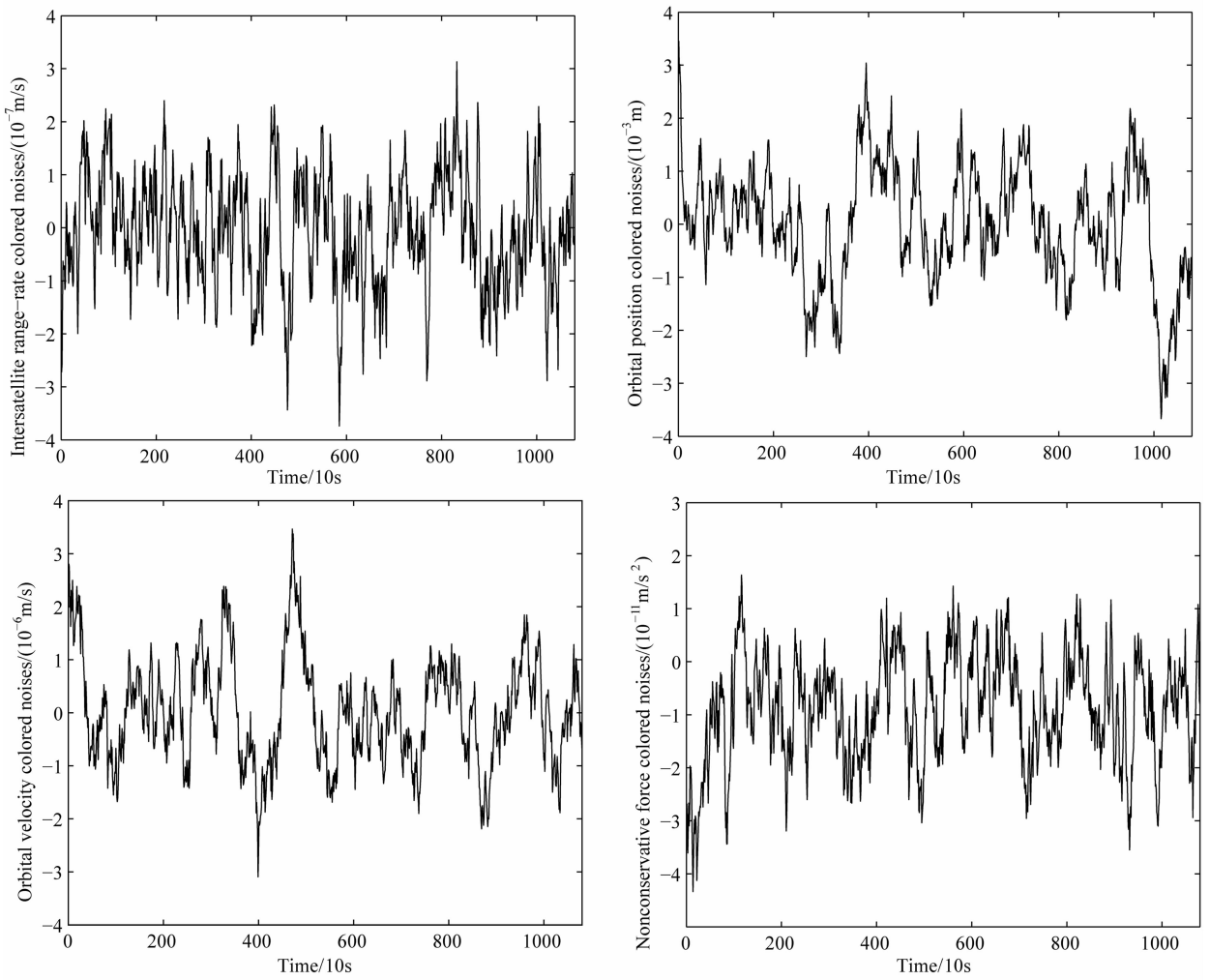


图 4 星间速度、轨道位置、轨道速度和非保守力的色噪声模拟

Fig. 4 Colored noises of intersatellite range-rate, orbital position, orbital velocity and non-conservative force

表 3 Cartwheel-A/B 卫星观测值色噪声统计结果

Table 3 Statistical results of colored noise from Cartwheel-A/B satellite observations

观测值	色噪声			
	最小值	最大值	平均值	标准差
星间速度/($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$)	-3.737×10^{-7}	3.131×10^{-7}	-6.467×10^{-9}	1.070×10^{-7}
轨道位置/m	-3.667×10^{-3}	3.458×10^{-3}	-9.419×10^{-6}	1.090×10^{-3}
轨道速度/($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$)	-3.095×10^{-6}	3.463×10^{-6}	2.288×10^{-8}	1.005×10^{-6}
非保守力/($\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$)	-3.335×10^{-11}	2.635×10^{-11}	1.267×10^{-12}	1.011×10^{-11}

表 4 基于 GRACE 和 ACR-Cartwheel-A/B 双星编队反演累计大地水准面精度统计

Table 4 Statistical results of cumulative geoid height errors from GRACE and ACR-Cartwheel-A/B

卫星编队	累计大地水准面精度/m				
	20 阶	50 阶	80 阶	100 阶	120 阶
GRACE	7.606×10^{-4}	2.282×10^{-3}	1.566×10^{-2}	5.756×10^{-2}	1.893×10^{-1}
ACR-Cartwheel-A/B	2.117×10^{-4}	1.012×10^{-3}	7.643×10^{-3}	3.239×10^{-2}	1.329×10^{-1}

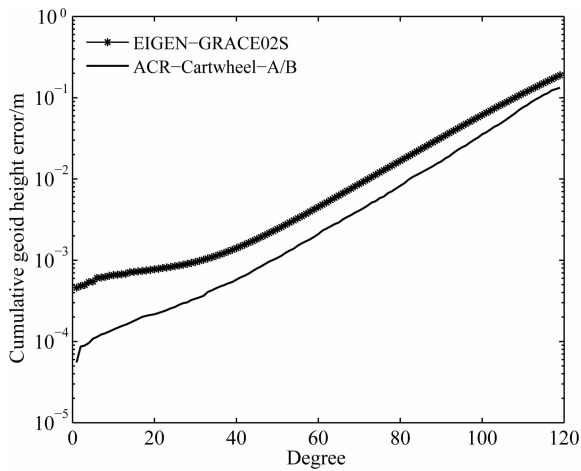


图 5 基于 GRACE 和 ACR-Cartwheel-A/B 双星编队反演累计大地水准面精度对比

Fig. 5 A comparison of cumulative geoid height errors between GRACE and ACR-Cartwheel-A/B twin-satellite formations

1.329×10^{-1} m; 在各阶处的累计大地水准面精度统计结果如表 4 所示. 研究结果表明: 基于相同的卫星关键载荷精度和卫星轨道参数, 利用 ACR-Cartwheel-A/B 双星编队反演地球重力场精度 (实线) 较采用 GRACE 卫星编队反演地球重力场精度 (星号线) 平均提高 2.6 倍, 主要原因分析如下:

第一, 当前 GRACE 双星编队采用串行跟踪模式仅能感测轨向重力场信号, 但无法获得垂向和径向的重力场信号, 因此必将导致由于垂向和径向信号缺失而引起的地球静态和时变重力场反演精度下降, 以及地球时变重力场信号在南北向的条带误差效应.

第二, 下一代 ACR-Cartwheel-A/B 双星编队采用三向车轮跟踪模式可同时获得轨向、垂向和径向的地球重力场信号: (1) 由于 ACR-Cartwheel-A/B 增加了垂向和径向重力场信号, 因此进一步提高了地球重力场反演精度; (2) 由于 ACR-Cartwheel-A/B 观测误差更加各向同性, 因此有利于减弱地球时变重力场信号在南北向的条带误差影响. 因此, ACR-Cartwheel-A/B 双星编队是进一步提高下一代地球重力场模型空间分辨率的优选途径.

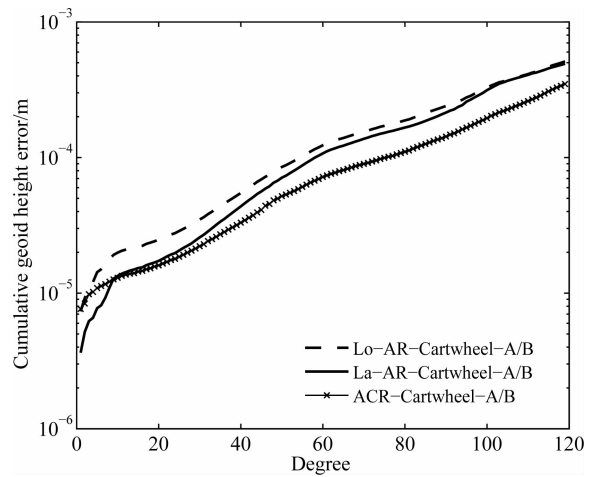


图 6 基于经向车轮、纬向车轮和三向车轮双星编队反演累计大地水准面精度

Fig. 6 A comparison of cumulative geoid height errors based on Lo-AR-Cartwheel-A/B, La-AR-Cartwheel-A/B and ACR-Cartwheel-A/B twin-satellite formations

4.2.2 基于双向和三向车轮编队反演重力场精度对比

如图 6 所示, 虚线、实线和十字线表示基于星间速度插值法, 采用卫星轨道参数 (表 2)、卫星关键载荷精度指标 (表 3)、观测时间 30 天和采样间隔 10 s, 分别反演 120 阶 Lo-AR-Cartwheel-A/B、La-AR-Cartwheel-A/B 和 ACR-Cartwheel-A/B 地球重力场的模拟精度, 在 120 阶处累计大地水准面精度为 5.115×10^{-4} m、 4.923×10^{-4} m 和 3.488×10^{-4} m; 在各阶处的累计大地水准面精度统计结果如表 5 所示. 研究结果表明:

第一, 基于纬向车轮双星编队 La-AR-Cartwheel-A/B 反演累计大地水准面精度较基于经向车轮双星编队 Lo-AR-Cartwheel-A/B 反演精度平均提高约 20%. 具体原因分析如下: 图 7 和图 8 分别表示经向车轮双星编队 Lo-AR-Cartwheel-A/B 和纬向车轮双星编队 La-AR-Cartwheel-A/B 在 1 个月内的星间距离变化趋势. 表 6 表示双向和三向车轮双星编队在第 1 天和第 30 天的星间距离波动, 其中波峰值 (最大值) 表示轨向星间距离, 波谷值 (最小

表 5 基于不同类型的车轮双星编队反演累计大地水准面精度统计

Table 5 Statistics of cumulative geoid height errors from different types of Cartwheel satellite formations

卫星编队	累计大地水准面精度/m				
	20 阶	50 阶	80 阶	100 阶	120 阶
Lo-AR-Cartwheel-A/B	2.411×10^{-5}	8.163×10^{-5}	1.841×10^{-4}	3.152×10^{-4}	5.115×10^{-4}
La-AR-Cartwheel-A/B	1.682×10^{-5}	6.765×10^{-5}	1.635×10^{-4}	2.995×10^{-4}	4.923×10^{-4}
ACR-Cartwheel-A/B	1.569×10^{-5}	4.986×10^{-5}	1.079×10^{-4}	1.886×10^{-4}	3.488×10^{-4}

表 6 双向和三向车轮双星编队的第 1 天和第 30 天的星间距离

Table 6 A comparison of intersatellite ranges from Lo-AR-Cartwheel-A/B, La-AR-Cartwheel-A/B and ACR-Cartwheel-A/B twin-satellite formations in the first and thirtieth days

卫星编队		星间距离/km			
		第 1 天		第 30 天	
		波谷值 Radial-track	波峰值 Along-track	波谷值 Radial-track	波峰值 Along-track
双向车轮	经向 Lo-AR-Cartwheel-A/B	61.9	124.2	61.9	127.1
	纬向 La-AR-Cartwheel-A/B	61.7	123.9	61.7	125.7
三向车轮	ACR-Cartwheel-A/B	147.3	192.6	63.2	279.0

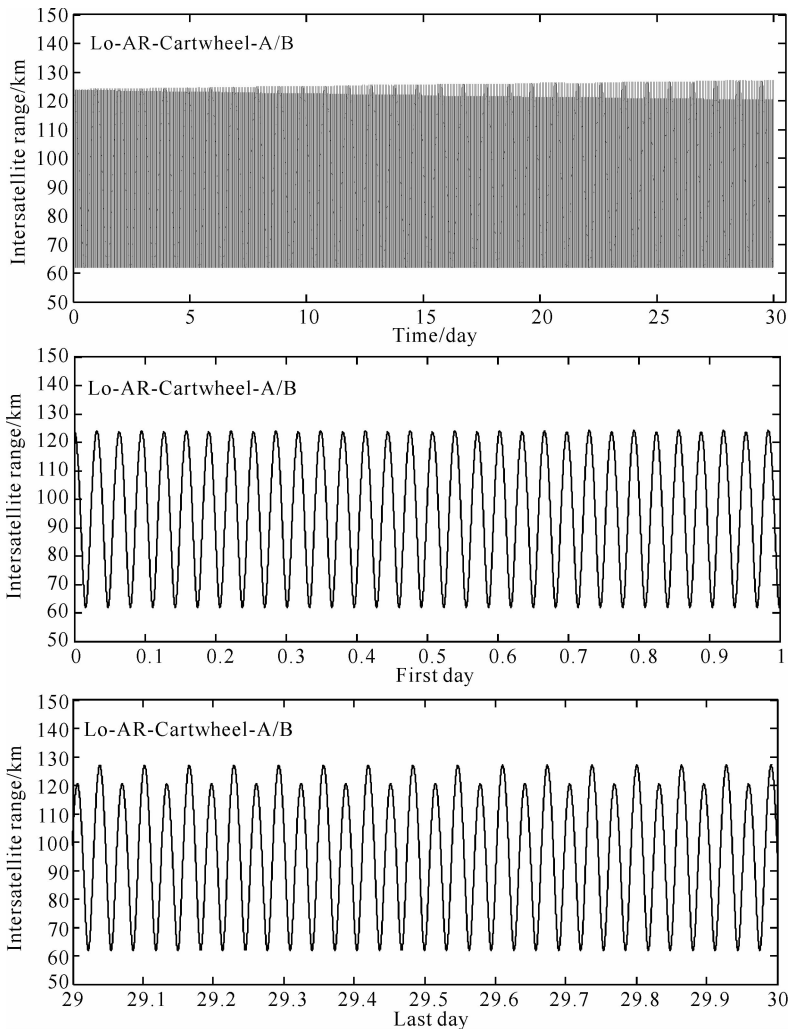


图 7 经向车轮双星编队 Lo-AR-Cartwheel-A/B 的星间距离

Fig. 7 Intersatellite range of the Lo-AR-Cartwheel-A/B satellite formation

值)表示径向星间距离. 在第 1 天内, 两种双向车轮双星编队的轨向和径向星间距离均保持平稳波动; 相对于第 1 天的轨向和径向星间距离, 在第 30 天内, 两种双向车轮双星编队的径向星间距离仍保持平稳波动, 但经向车轮双星编队 Lo-AR-Cartwheel-A/B 的轨向星间距离漂移量 (2.9 km) 大于纬向车轮双星编队 La-AR-Cartwheel-A/B 的轨向星间距离漂

移量 (1.8 km). 由于经向车轮双星编队 Lo-AR-Cartwheel-A/B 的最大轨向星间距离位于赤道处, 受地球扁率项 J_2 的影响较大, 因此随着时间推移, 轨向星间距离的漂移将逐渐加剧. 综上所述, 由于纬向车轮双星编队 La-AR-Cartwheel-A/B 的轨道稳定性优于经向车轮双星编队 Lo-AR-Cartwheel-A/B 的, 因此, 基于纬向车轮双星编队 La-AR-Cartwheel-

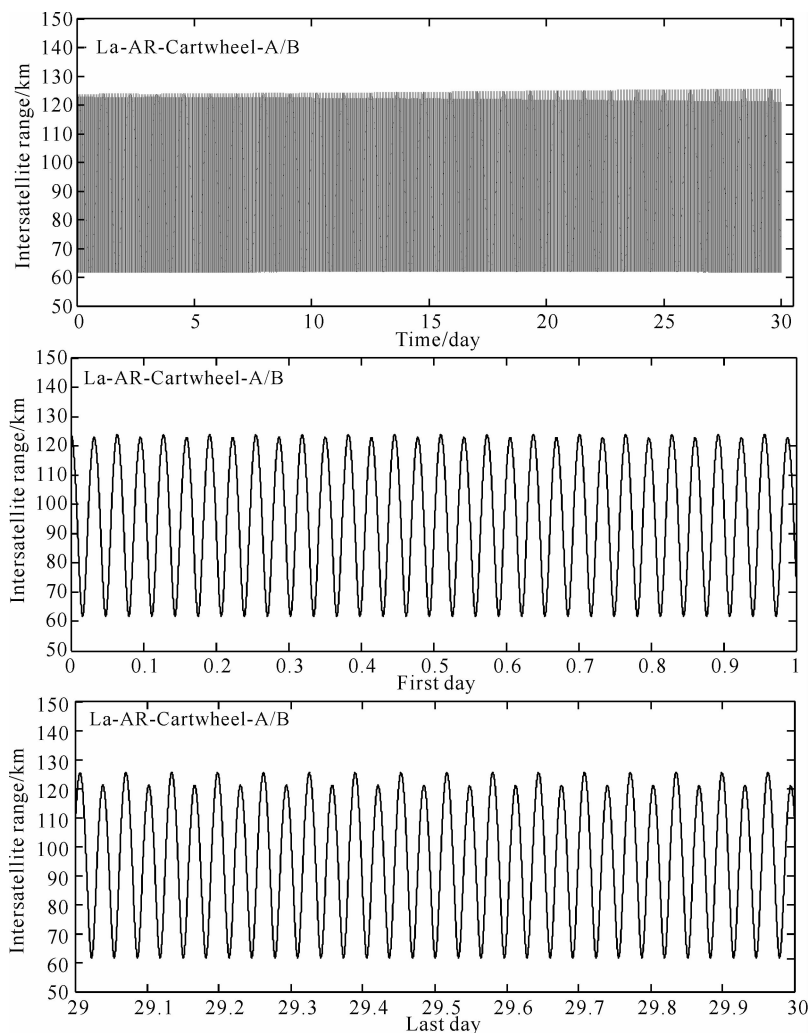


图 8 纬向车轮双星编队 La-AR-Cartwheel-A/B 的星间距离

Fig. 8 Intersatellite range of the La-AR-Cartwheel-A/B satellite formation

A/B 反演地球重力场精度高于基于经向车轮双星编队 Lo-AR-Cartwheel-A/B 反演重力场精度。

第二,在地球重力场长波段,基于纬向车轮双星编队反演累计大地水准面精度明显优于经向车轮双星编队。但随着球函数阶数的增加,基于两种双向车轮双星编队反演重力场精度的差别逐渐缩小。主要原因分析如下:由于 GRACE 卫星采用串行式双星编队模式,因此仅能获得轨向卫星观测数据;同时,GRACE 卫星系统采用卫星跟踪卫星高低/低低观测模式敏感于地球重力场中中长波信号。因此,轨向卫星观测数据对地球中长波重力场反演精度贡献较大。由于经向车轮双星编队 Lo-AR-Cartwheel-A/B 的轨向星间距离漂移程度较严重,因此基于经向车轮双星编队反演的地球中长波重力场精度明显低于纬向车轮双星编队。但随着阶数的逐渐增加,轨向卫星观测数据对地球中长波重力场反演精度的优势将逐渐减弱,因此分别基于经向和纬向车轮双

星编队反演地球重力场精度的能力将逐渐趋于一致。

第三,利用三向车轮双星编队 ACR-Cartwheel-A/B 反演地球重力场的精度较分别利用经向车轮双星编队 Lo-AR-Cartwheel-A/B 和纬向车轮双星编队 La-AR-Cartwheel-A/B 反演地球重力场的精度平均提高 60% 和 35%。这是因为经向车轮双星编队 Lo-AR-Cartwheel-A/B 和纬向车轮双星编队 La-AR-Cartwheel-A/B 仅能获得轨向和径向的卫星观测数据,由于缺乏垂向卫星观测数据,因此地球重力场信号和误差的均匀性较差,最终导致了地球重力场精度的损失。由于三向车轮双星编队 ACR-Cartwheel-A/B 可以同时获得轨向、垂向和径向的地球重力场信息,卫星观测数据具有各向同性的优点,因此地球重力场反演精度得以较大程度提升。

综上所述,三向车轮双星编队 ACR-Cartwheel-A/B 是建立下一代高精度和高空间分辨地球重力

场模型的优化选择.

5 结论

由于当前 GRACE 双星计划的设计缺陷(如无法降低卫星轨道高度、无法提高关键载荷精度、无法获得各向同性重力信息等)较大程度降低了地球重力场的时空分辨率,因此本文利用星间速度插值法开展了基于下一代三向车轮双星编队优化地球重力场空间分辨率的论证研究. 具体结论如下:

(1) 基于 GRACE 卫星轨道参数和关键载荷精度,利用三向车轮双星编队 ACR-Cartwheel-A/B 反演了 120 阶地球重力场,并验证了基于下一代三向车轮双星编队 ACR-Cartwheel-A/B 解算重力场精度高于当前 GRACE 串行编队的可行性.

(2) 采用卫星轨道参数(轨道高度 350 km、星间距离 100 km、轨道倾角 89° 、轨道离心率 0.0046)和卫星关键载荷精度(星间速度 $10^{-7} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ 、轨道位置 10^{-3} m 、轨道速度 $10^{-6} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ 、非保守力 $10^{-11} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$),分别反演了 120 阶 Lo-AR-Cartwheel-A/B、La-AR-Cartwheel-A/B 和 ACR-Cartwheel-A/B 地球重力场精度. 结果表明:①基于纬向车轮双星编队 La-AR-Cartwheel-A/B 反演地球重力场精度高于基于经向车轮双星编队 Lo-AR-Cartwheel-A/B 反演重力场精度;②随着阶数逐渐增加,轨向卫星观测数据对地球中波长重力场反演精度的优势将逐渐减弱,因此分别基于经向和纬向车轮双星编队反演地球重力场精度的能力将逐渐趋于一致;③三向车轮双星编队 ACR-Cartwheel-A/B 是反演下一代高精度和高空间分辨地球重力场的优选途径.

致谢 感谢匿名评审专家. 感谢美国宇航局(NASA)、欧空局(ESA)等科研机构提供了下一代卫星重力编队的相关信息.

References

Anselmi A, Cesare S, Cavaglia R. 2010. Assessment of a next generation mission for monitoring the variations of Earth's gravity. ESA Contract 22643/09/NL/AF, Final Report, Issue 2, 22 Dec.

Bender P L, Nerem R S, Wahr J M. 2003. Possible future use of laser gravity gradiometers. *Space Science Reviews*, 108(1-2): 385-392.

Bender P L, Wiese D N, Nerem R S. 2008. A possible dual-GRACE mission with 90 degree and 63 degree inclination orbits. //Pro-

123 Design Considerations for A Dedicated Gravity 97 Proceedings of the Third International Symposium on Formation Flying, Missions and Technologies. ESA/ESTEC, Noordwijk, 1-6.

Cesare S, Sechi G. 2013. Next generation gravity mission. //D'Errico M ed. Distributed Space Missions for Earth System Monitoring. Space Technology Library Volume 31, 575-598.

Cheng L Y, Xu H Z. 2006. The rotation of the gravity potential on the Earth's gravity field recovery. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese), 49(1): 93-98.

Elsaka B, Ilk K H, Kusche J. 2009. Simulated multiple formation flights for future gravity field recovery. //Poster in European Geosciences Union (EGU), General Assembly, Vienna, Austria.

Elsaka B. 2010. Simulated satellite formation flights for detecting the temporal variations of the Earth's gravity field [Ph. D. thesis]. Bonn: University of Bonn.

Flechtner F, Neumayer K H, Doll B, et al. 2009. GRAF-A GRACE follow-on mission feasibility study. *Geophysical Research Abstracts*, Vol. 11, EGU, 8516.

Gruber Th, Peters Th, Zenner L. 2009. The role of the atmosphere for satellite gravity field missions. //Sideris M G ed. Observing Our Changing Earth. International Association of Geodesy Symposia Volume 133, 105-112.

Gruber Th. 2010. E. motion—A proposal for a future satellite mission for the determination of the time-variable Earth gravity field. GRACE Science Team Meeting, Potsdam, 11.

Gruber Th, Panet I, Johannessen J, et al. 2012. Earth system mass transport mission (e. motion): technological and mission configuration challenges. //International Symposium on Gravity, Geoid and Height Systems, GGHS2012, Venice, 9-12.

Han S C, Jekeli C, Shum C K. 2004. Time-variable aliasing effects of ocean tides, atmosphere, and continental water mass on monthly mean GRACE gravity field. *Journal of Geophysical Research*, 109(B4), doi: 10.1029/2003JB002501.

Kim J. 2000. Simulation study of a low-low satellite-to-satellite tracking mission [Ph. D. thesis]. Austin: University of Texas.

Klees R, Revtova E A, Gunter B C, et al. 2008. The design of an optimal filter for monthly GRACE gravity models. *Geophysical Journal International*, 175(2): 417-432.

Liu L. 1992. Orbital Mechanics of Artificial Earth Satellites (in Chinese). Beijing: Higher Education Press, 1-619.

Loomis B D, Nerem R S, Luthcke S B. 2012. Simulation study of a follow-on gravity mission to GRACE. *Journal of Geodesy*, 86(5): 319-335.

Massonnet D. 1998. Roue interferometrique. French patent no 339920D17306RS.

Mayer-Gürr T. 2006. Gravitationsfeldbestimmung aus der Analyse kurzer Bahnbogen am Beispiel der Satellitenmissionen CHAMP und GRACE [Ph. D. thesis]. Bonn: University of Bonn.

Moore P, King M A. 2008. Antarctic ice mass balance estimates from GRACE: tidal aliasing effects. *Journal of Geophysical Research*, 113(F2), doi: 10.1029/2007JF000871.

Panet I, Flury J, Biancale R, et al. 2013. Earth system mass

- transport mission (e. motion): a concept for future Earth gravity field measurements from space. *Surveys in Geophysics*, 34: 141-163.
- Petit G, Luzum B. 2010. IERS Conventions (2010). IERS Technical Note 36, Verlag des Bundesamts für Kartographie und Geodäsie, Frankfurt am Main, Germany.
- Ray R D, Luthcke S B. 2006. Tide model errors and GRACE gravimetry: towards a more realistic assessment. *Geophysical Journal International*, 167(3): 1055-1059.
- Roesset P J. 2003. A simulation study of the use of accelerometer data in the GRACE mission [Ph. D. thesis]. Austin: University of Texas, 1-253.
- Rummel R. 2003. How to climb the gravity wall. *Space Science Reviews*, 108(1-2): 1-14.
- Schaub H, Junkins J L. 2003. Analytical Mechanics of Space Systems. Reston, VA : AIAA Education Series.
- Seo K W, Wilson C R., Chen J L, et al. 2008. GRACE's spatial aliasing error. *Geophysical Journal International*, 172(1): 41-48.
- Sharifi M A, Sneeuw N, Keller W. 2007. Gravity recovery capability of four generic satellite formations. //Kilicoglu A, forsberg R eds. Gravity Field of the Earth. General Command of Mapping, ISSN 1300-5790, Special issue 18, 211-216.
- Shen Y Z. 2000. Study of recovering gravitational potential model from the ephemerides of CHAMP [Ph. D. thesis] (in Chinese). Wuhan: Institute of Geodesy and Geophysics, Chinese Academy of Sciences, 1-111.
- Shen Y Z, Xu H Z, Wu B. 2005. Simulation of recovery of the geopotential model based on intersatellite acceleration data in the low-low satellite to satellite tracking gravity mission. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese), 48(4): 807-811.
- Silvestrin P, Aguirre M, Massotti L, et al. 2012. The future of the satellite gravimetry after the GOCE mission. //Kenyon S, Pacino M C, Marti U, eds. Geodesy for Planet Earth. International Association of Geodesy Symposia Volume 136, 223-230.
- Sneeuw N, Schaub H. 2004. Satellite clusters for future gravity field missions. //IAG International Symposium, Gravity, Geoid, and Space Missions, Porto, Portugal.
- Sneeuw N, Flury J, Rummel R. 2005. Science requirements on future missions and simulated mission scenarios. *Earth Moon Planets*, 94(1-2): 113-142.
- Sneeuw N, Schaub H. 2005. Satellite clusters for future gravity field missions. //Jekeli C, Ba-stos L, Fernandes J, eds. Gravity, Geoid and Space Missions. International Association of Geodesy Symposia Vol. 129. Berlin Heidelberg: Springer, 12-17.
- Stephens M, Craig R, Leitch J, et al. 2006. Demonstration of an interferometric laser ranging system for a follow-on gravity mission to GRACE. // Proceedings of IEEE International Conference on Geoscience and Remote Sensing Symposium, Denver, CO: IEEE, 1115-1118.
- Swenson S, Wahr J. 2006. Post-processing removal of correlated errors in GRACE data. *Geophysical Research Letters*, 33(8): L08402, doi: 10.1029/2005GL025285.
- Wiese D N, Folkner W M, Nerem R S. 2009. Alternative mission architectures for a gravity recovery satellite Mission. *Journal of Geodesy*, 83(6): 569-581.
- Wiese D N, Nerem R S, Lemoine F G. 2012. Design considerations for a dedicated gravity recovery satellite mission consisting of two pairs of satellites. *Journal of Geodesy*, 86(2): 81-98.
- Zhang H W, Xu H Z, Wang A S. 2004. Tidal wave formulas of solid tide on the temporal changes of gravitational field. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica* (in Chinese), 33(4): 299-302.
- Zhang X F. 2007. The Earth's field model recovery on the basis of satellite-to-satellite tracking missions (in Chinese) [Ph. D. thesis]. Shanghai: Tongji University, 1-120.
- Zheng W, Shao C G, Luo J, et al. 2006. Numerical simulation of Earth's gravitational field recovery from SST based on the energy conservation principle. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese), 49(3): 712-717.
- Zheng W, Shao C G, Luo J, et al. 2008. Improving the accuracy of GRACE Earth's gravitational field using the combination of different inclinations. *Progress in Natural Science*, 18(5): 555-561.
- Zheng W, Xu H Z, Zhong M, et al. 2009a. Physical explanation of influence of twin and three satellite formation mode on the accuracy of Earth's gravitational field. *Chinese Physics Letters*, 26(2): 029101-1-029101-4.
- Zheng W, Xu H Z, Zhong M, et al. 2009b. Accurate and rapid error estimation on global gravitational field from current GRACE and future GRACE Follow-On missions. *Chinese Physics B*, 18(8): 3597-3604.
- Zheng W, Xu H Z, Zhong M, et al. 2010a. Research progress in international gravity satellites and future satellite gravity measurement program in China. *Science of Surveying and Mapping* (in Chinese), 35(1): 5-9.
- Zheng W, Xu H Z, Zhong M, et al. 2010b. Research on optimal selection of orbital parameters in the Improved-GRACE satellite gravity measurement mission. *Journal of Geodesy and Geodynamics* (in Chinese), 30(2): 43-48.
- Zheng W, HSU H T, Zhong M, et al. 2010c. Efficient and rapid estimation of the accuracy of future GRACE Follow-On Earth's gravitational field using the analytic method. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese), 53(4): 796-806, doi: 10.3969/j.issn.0001-5733.2010.04.004.
- Zheng W, Xu H Z, Zhong M, et al. 2011. Accurate and fast measurement of GRACE Earth's gravitational field using the intersatellite range-acceleration method. *Progress in Geophysics* (in Chinese), 26(2): 416-423, doi: 10.3969/j.issn.1004-2903.2011.02.003.
- Zheng W, Hsu H T, Zhong M, et al. 2012. Precise recovery of the Earth's gravitational field with GRACE; Intersatellite Range-

- Rate Interpolation Approach. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, 9(3): 422-426.
- Zheng W, Xu H Z, Zhong M, et al. 2012a. Progress in international next-generation satellite gravity measurement missions. *Journal of Geodesy and Geodynamics* (in Chinese), 32(3): 152-159.
- Zheng W, Hsu H T, Zhong M, et al. 2012b. Impacts of interpolation formula, correlation coefficient and sampling interval on the accuracy of GRACE Follow-On intersatellite range-acceleration. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese), 55(3): 822-832, doi: 10.6038/j.issn.0001-5733.2012.03.012.
- Zheng W, Hsu H T, Zhong M, et al. 2013. Precise and rapid recovery of the Earth's gravitational field by the next-generation four-satellite cartwheel formation system. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese), 56(9): 2928-2935, doi: 10.6038/cjg20130907.
- Zheng W, Hsu H T, Zhong M, et al. 2014. Precise and rapid recovery of the Earth's gravity field from the next-generation GRACE Follow-On mission using the residual intersatellite range-rate method. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese), 57(1): 31-41, doi: 10.6038/cjg20140104.
- Zhou X H. 2005. Research on satellite gravity and its application (in Chinese) [Ph. D. thesis]. Wuhan: Institute of Geodesy and Geophysics, Chinese Academy of Sciences, 1-138.
- 沈云中, 许厚泽, 吴斌. 2005. 星间加速度解算模式的模拟与分析. *地球物理学报*, 48(4): 807-811.
- 张捍卫, 许厚泽, 王爱生. 2004. 固体潮对地球重力场时变特征影响的潮波公式. *测绘学报*, 33(4): 299-302.
- 张兴福. 2007. 应用低轨卫星跟踪数据反演地球重力场模型[博士学位文]. 上海: 同济大学, 1-120.
- 郑伟, 邵成刚, 罗俊等. 2006. 基于卫-卫跟踪观测技术利用能量守恒法恢复地球重力场的数值模拟研究. *地球物理学报*, 49(3): 712-717.
- 郑伟, 许厚泽, 钟敏等. 2010a. 国际重力卫星研究进展和我国将来卫星重力测量计划. *测绘科学*, 35(1): 5-9.
- 郑伟, 许厚泽, 钟敏等. 2010b. Improved-GRACE 卫星重力轨道参数优化研究. *大地测量与地球动力学*, 30(2): 43-48.
- 郑伟, 许厚泽, 钟敏等. 2010c. 利用解析法有效快速估计将来 GRACE Follow-On 地球重力场的精度. *地球物理学报*, 53(4): 796-806, doi: 10.3969/j.issn.0001-5733.2010.04.004.
- 郑伟, 许厚泽, 钟敏等. 2011. 基于星间加速度法精确和快速确定 GRACE 地球重力场. *地球物理学进展*, 26(2): 416-423, doi: 10.3969/j.issn.1004-2903.2011.02.003.
- 郑伟, 许厚泽, 钟敏等. 2012a. 国际下一代卫星重力测量计划研究进展. *大地测量与地球动力学*, 32(3): 152-159.
- 郑伟, 许厚泽, 钟敏等. 2012b. 插值公式、相关系数和采样间隔对 GRACE Follow-On 星间加速度精度的影响. *地球物理学报*, 55(3): 822-832, doi: 10.6038/j.issn.0001-5733.2012.03.012.
- 郑伟, 许厚泽, 钟敏等. 2013. 基于下一代四星转轮式编队系统精确和快速反演 FSCF 地球重力场. *地球物理学报*, 56(9): 2928-2935, doi: 10.6038/cjg20130907.
- 郑伟, 许厚泽, 钟敏等. 2014. 基于残余星间速度法精确和快速反演下一代 GRACE Follow-On 地球重力场. *地球物理学报*, 57(1): 31-41, doi: 10.6038/cjg20140104.
- 周旭华. 2005. 卫星重力及其应用研究[博士学位文]. 武汉: 中国科学院测量与地球物理研究所, 1-138.

(本文编辑 胡素芳)

附中文参考文献

- 程芦颖, 许厚泽. 2006. 地球重力场恢复中的位旋转效应. *地球物理学报*, 49(1): 93-98.
- 刘林. 1992. 人造地球卫星轨道力学. 北京: 高等教育出版社, 1-619.
- 沈云中. 2000. 应用 CHAMP 卫星星历精化地球重力场模型的研究[博士学位文]. 武汉: 中国科学院测量与地球物理研究所, 1-111.