

# 基于 Metropolis 抽样的非线性反演方法

王保丽 孙瑞莹\* 印兴耀 张广智

(中国石油大学(华东)地球科学与技术学院,山东青岛 266580)

王保丽,孙瑞莹,印兴耀,张广智. 基于 Metropolis 抽样的非线性反演方法. 石油地球物理勘探, 2015, 50(1): 111-117.

**摘要** 基于 Metropolis 抽样的非线性反演应用贝叶斯理论框架,是一种基于蒙特卡洛的非线性反演方法,能够有效地融合测井资料中的高频信息,提高反演结果的分辨率。首先通过快速傅里叶滑动平均模拟算法(FFT-MA)和逐渐变形算法(GDM)得到基于地质统计学的先验信息;进而构建似然函数;最后利用 Metropolis 算法对后验概率密度进行抽样,得到反演问题的解。其中 FFT-MA 模拟作为一种高效的频率域模拟方法,融入 GDM 更新算法之后,可以在保持模拟空间结构不变的前提下,连续修改储层模型,保证反演结果有效地收敛,直至满足实际观测地震记录。模型试算和实际数据处理结果表明:基于 Metropolis 抽样的非线性反演可以提供合理的弹性参数信息,尤其是提高纵波速度的分辨率,即使信噪比较小时,仍然可以反演出合理的弹性参数信息,从而证明了该方法的有效性;当不考虑噪声时,纵、横波阻抗的反演分辨率较弹性参数本身的反演分辨率更高。

**关键词** FFT-MA GDM 贝叶斯理论 非线性反演 高分辨率 Metropolis 抽样

**中图分类号:**P631 **文献标识码:**A **doi:** 10.13810/j.cnki.issn.1000-7210.2015.01.017

## 1 引言

地球物理反演中普遍存在非线性和不适应性问题,若采用线性方法反演非线性问题则很难得到其真值,而基于非线性理论的反演方法更适合研究高度非均质的复杂隐蔽性储层。因此非线性反演理论越来越受到地球物理工作者的关注。

有关确定性反演和随机性反演的研究结果表明<sup>[1~6]</sup>:确定性反演可以给出唯一的局部平滑估计;随机反演方法则提供了多个反演解,并且同时满足实际地震观测数据和测井数据,能合理地估计并反映确定性反演中被平滑掉的不确定性。相比随机反演,确定性反演具有计算量小的特点,应用范围更广。由于随机反演计算速度慢、需要慎重解释多个反演结果等原因<sup>[7]</sup>,适用范围较窄。近年来,随机反演能够在空间相关性和井约束下,模拟出地震频带

以外的信息,且分辨率高于常规确定性反演,因此随机反演方法备受青睐。

Kjongsberg 等<sup>[8]</sup>建议采用贝叶斯方法进行反演以获取后验概率密度样本。张繁昌等<sup>[9]</sup>尝试了地震数据约束下的贝叶斯随机反演。本文提出的基于蒙特卡洛理论的非线性反演方法基于贝叶斯理论框架,结合了 Metropolis 算法、FFT-MA 模拟算法<sup>[10]</sup>和 GDM 更新算法<sup>[11]</sup>,可以为先验信息提供多参数扰动。模型试算和实际数据处理结果表明,基于 Metropolis 抽样的非线性反演结果与理论模型和实际测井数据吻合较好。

## 2 方法原理

### 2.1 贝叶斯反演方法

AVO 反演的理论基础是 Zoeppritz 方程及其近似式。本文在计算反射系数时,采用 Aki-Richard

\* 山东省青岛市经济技术开发区长江西路 66 号中国石油大学(华东)地球科学与技术学院,266580。Email: sunruiying12345@163.com

本文于 2013 年 12 月 6 日收到,最终修改稿于 2014 年 11 月 16 日收到。

本研究受国家“973”项目(2013CB228604)、国家科技重大专项(2011ZX05009)、国家自然科学基金项目(41204085)、山东省自然科学基金项目(ZR2011DQ013)、中央高校基本科研业务费专项资金项目(13CX02040A)及中国石化地球物理重点实验室项目(WTYJY-WX2013-04-07)联合资助。

近似方程,即

$$r(\bar{\theta}) \approx \frac{1}{2} \sec^2 \bar{\theta} \frac{\Delta\alpha}{\bar{\alpha}} - 4\bar{\gamma}^2 \sin^2 \bar{\theta} \frac{\Delta\beta}{\bar{\beta}} + \frac{1}{2} (1 - 4\bar{\gamma}^2 \sin^2 \bar{\theta}) \frac{\Delta\rho}{\bar{\rho}} \quad (1)$$

其中:  $r(\bar{\theta})$  表示 PP 波反射系数;  $\bar{\theta} = (\theta_1 + \theta_2)/2$  表示分界面的入射角和透射角的平均值;  $\Delta\alpha = \alpha_2 - \alpha_1$ ,  $\Delta\beta = \beta_2 - \beta_1$ ,  $\Delta\rho = \rho_2 - \rho_1$  分别表示界面两侧的纵、横波速度差及密度差;  $\bar{\alpha} = (\alpha_1 + \alpha_2)/2$ ,  $\bar{\beta} = (\beta_1 + \beta_2)/2$ ,  $\bar{\rho} = (\rho_1 + \rho_2)/2$  分别表示界面两侧的纵、横波速度平均值及密度平均值;  $\bar{\gamma} = \bar{\beta}/\bar{\alpha}$  表示横、纵波速度平均值的比值。

假设地震褶积模型为

$$d = Gr + n \quad (2)$$

其中:  $d$  为观测地震数据;  $r$  为反射系数序列;  $G$  为子波褶积矩阵;  $n$  为噪声。由式(2)可以建立反射系数序列  $r$  和反演参数  $m$  之间的关系,即得到

$$d = G'm + n$$

假设噪声  $n$  (似然函数) 和先验分布均服从高斯分布,则根据贝叶斯理论<sup>[12]</sup>,有

$$\sigma_M(m) = k\rho_M(m)L(d/m) \quad (3)$$

其中:  $G' = Gr/m$ ;  $\rho_M(m)$  表示基于地质统计学的先验信息;  $L(d/m)$  代表似然函数,表示模型与数据的匹配程度;  $\sigma_M(m)$  为贝叶斯后验分布;  $k$  为概率归一化常数。

在贝叶斯理论中,反演结果以模型后验概率密度的形式给出。本文提出的基于 Metropolis 抽样的非线性反演方法的基本思路就是利用 FFT-MA 模拟得到高斯先验概率密度,经克里金条件化处理后,通过 GDM 算法的扰动、更新、模拟、实现等步骤,得到地质统计先验信息;进而构建似然函数;最后利用 Metropolis 算法对后验概率密度进行抽样得到反演结果。基于 Metropolis 抽样的非线性反演方法的流程如图 1 所示。

## 2.2 基于地质统计学的先验信息

Metropolis 算法要求能够产生基于地质统计先验概率密度的样本,并且对于给定的先验概率密度样本评估其似然函数,这里采用 FFT-MA 模拟方法。为了获得有效的样本信息,必须控制先验概率密度的微扰,本文引入 GDM 更新算法对 FFT-MA 模拟结果进行扰动。于是结合 FFT-MA 算法和 GDM 算法可获得先验信息——基于地质统计的先验信息。

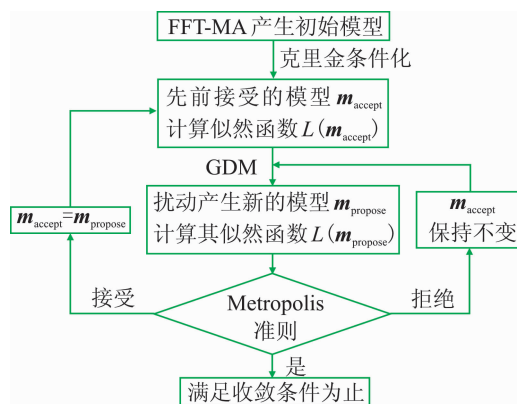


图 1 基于 Metropolis 抽样的非线性反演流程图

### 2.2.1 FFT-MA 算法

FFT-MA 算法是一种基于地质统计学的频率域模拟方法。不同于以往的时间域随机模拟方法,该法能够分离模拟过程中需要的空间结构项和随机项,便于保证在空间结构不变的情况下对随机项进行扰动,利于结合优化算法对反问题进行求解。FFT-MA 算法通过快速傅里叶变换(FFT)简化了滑动平均(MA)模拟方法<sup>[13,14]</sup>的计算过程,即

$$y = a + g * z \quad (4)$$

其中:  $y$  为模拟结果;  $a$  为原始数据的均值;  $g$  为协方差函数  $C$  的共轭根,有  $g * g = C$  ( $g$  为  $g$  的共轭),且  $C(h) = \sigma^2 - \gamma(h)$  ( $\sigma$  为标准差,  $\gamma(h)$  为变差函数,  $h$  为变程);  $z$  为符合模拟维度的随机高斯白噪声。

实际上高斯随机场是通过 FFT 算法将  $g$  转换到傅氏域得到的。FFT-MA 模拟能够重构出满足指定变差结构和指定网格大小的数据,但由于该法是一种非条件模拟算法(不满足硬数据,如已知测井资料),实际应用时采用克里金条件化方法<sup>[15]</sup>进行条件化处理,并可有效地克服经典的序贯模拟方法计算效率低的问题<sup>[4~6]</sup>,从而可以取代经典的序贯模拟方法。

### 2.2.2 GDM 更新算法

传统的随机反演方法在进行模拟时,即使达到了接受条件,也不能保证模拟结果一定会使目标函数收敛。本文在利用 FFT-MA 模拟提高计算效率的同时,引入了 GDM 更新算法,以保证模拟搜索的收敛性,从而达到提高反演精度的目的。

GDM 算法最早由 Hu 等<sup>[16]</sup>提出,用来逐步修改高斯分布的储层模型,其后被扩展到非高斯分布的序贯指示模拟<sup>[17]</sup>。GDM 算法可以简要表示为两个独立的高斯随机函数的线性组合

$$Z_{\text{propose}} = Z_{\text{current}} \cos(\pi p) + Z_{\text{new}} \sin(\pi p) \quad (5)$$

其中:  $p$  的取值范围为  $(0, 1/2)$ ;  $Z_{\text{propose}}$ 、 $Z_{\text{current}}$  和  $Z_{\text{new}}$  分别为更新的白噪、当前待更新的白噪和新加入的白噪。

由于高斯白噪的存在使得 FFT-MA 算法具有随机性,即不论模拟网格的大小,只需要对变形参数进行扰动就可以修改整个模型。但由于协方差结构  $C$  不改变,这种扰动不会影响数据的空间变差结构。扰动区域和  $p$  值是随机给定的,它们控制着 Metropolis 算法的接受概率,因此可根据需要设定可调参数。

### 2.3 似然函数

对高维概率密度进行抽样时所采用的 Metropolis 准则中,接受概率的建立需要构建似然函数,本文采用如下形式的似然函数

$$L(\mathbf{d}/\mathbf{m}) = k_0 \exp \left[ -0.5 \sum_{i=1}^N (d^i - d_{\text{obs}}^i)^2 / \sigma^2 - a \sum_{i=1}^N (m^i - m_0^i)^2 \right] \quad (6)$$

其中:  $d^i$  为模拟地震记录,可由反射系数  $r(\theta)$  求得;  $d_{\text{obs}}^i$  为实际观测数据;  $\sigma$  为期望数据不确定性的标准差;  $m^i$  为反演参数;  $m_0^i$  为基于测井数据的平滑模型约束;  $a$  和  $k_0$  为可调因子。

这样就可以结合地质统计先验信息和确定性反演中的平滑约束信息,利用地质统计分析得到高频信息,而平滑约束可以加入低频趋势,因此可以克服子波的带限性质引起的频率缺失问题。

### 2.4 Metropolis 抽样

Metropolis 抽样是一种基于蒙特卡洛的抽样方法<sup>[18]</sup>,由 Metropolis 等<sup>[19]</sup>提出。本文假定先验信息和似然函数都服从高斯分布,那么由乘积得到的后验信息就是非高斯分布,不能得到其解析解。对于这种后验概率密度无法用公式表达的情况,需要对后验概率密度进行抽样来求解反问题。本文采用 Metropolis 抽样算法,其接受准则可表示为

$$P_{\text{accept}} = \begin{cases} 1 & L(\mathbf{m}_{\text{propose}}) < L(\mathbf{m}_{\text{accept}}) \\ \exp\left(\frac{-\Delta L}{aT}\right) & L(\mathbf{m}_{\text{propose}}) \geq L(\mathbf{m}_{\text{accept}}) \end{cases} \quad (7)$$

其中:  $L$  为似然函数;  $\mathbf{m}_{\text{accept}}$  为先前接受的模型;  $\mathbf{m}_{\text{propose}}$  为先前接受模型的扰动信息,且  $\Delta L = L(\mathbf{m}_{\text{propose}}) - L(\mathbf{m}_{\text{accept}})$ ;  $a$  和  $T$  为可调参数;  $P_{\text{accept}}$  为

后验概率密度的接受概率。

Tarantola<sup>[20]</sup>认为, Metropolis 准则的接受概率应保持在 30%~50%之间。因此通过调整各参数,例如 GDM 扰动区域、GDM 算法中  $p$  的取值、变差函数的选取、Metropolis 接受准则中的  $a$  和  $T$  等,使接受概率保持在 30%~50%之间。

本文采用的 Metropolis 抽样的基本流程为:

(1) 定义条件化后的 FFT-MA 模拟产生的样本或先前接受的样本为  $\mathbf{m}_{\text{accept}}$ 。

(2) 通过 GDM 扰动更新  $\mathbf{m}_{\text{accept}}$ , 得到新的样本  $\mathbf{m}_{\text{propose}}$ 。

(3) 计算  $\mathbf{m}_{\text{accept}}$  和  $\mathbf{m}_{\text{propose}}$  的似然函数的增量  $\Delta L = L(\mathbf{m}_{\text{propose}}) - L(\mathbf{m}_{\text{accept}})$ 。

(4) 采用式(7)所示的 Metropolis 接受准则进行判断,即当:  $\Delta L < 0$  时,令  $\mathbf{m}_{\text{accept}} = \mathbf{m}_{\text{propose}}$ ,  $\Delta L \geq 0$  时,以  $\exp\left(\frac{-\Delta L}{aT}\right) > \eta$  ( $\eta$  为 0~1 之间均匀分布的随机数)的概率接受新解;否则,  $\mathbf{m}_{\text{accept}}$  保持不变。

(5) 持续上述过程,直到满足收敛条件为止。

## 3 模型测试与分析

### 3.1 非线性叠后波阻抗反演

选用一维数据进行测试,图 2 为一维数据测试结果,由图中可见:基于 Metropolis 抽样的非线性叠后波阻抗反演可以提供准确的纵波阻抗信息,分辨率较高(图 2a、图 2b),对比先验信息与后验信息的直方图也可以看出纵波阻抗的分布,其中先验信息提供的范围较大,由贝叶斯理论得到的后验分布范围缩小,即相对先验信息来说,后验分布提供了更准确的模型参数信息(图 2c)。

#### 3.1.1 加噪分析

图 3 为信噪比为 4 和 1 的叠后波阻抗反演结果与合成记录,由图中可见,即使在原始资料的信噪比较低时,反演结果依然可信。

#### 3.1.2 变程对反演结果的影响

由于模型空间的建立是基于空间结构分析(变差函数),在空间结构中变程是关键参数,变程的大小反映了地质变量的相关性。因此有必要对变程进行分析,文中针对模型主要分析垂向变程对反演精度的影响。图 4 为垂向变程为 10、0.1 的叠后波阻抗反演结果与合成记录,结合垂向变程为 1 时的反

演结果(图 2)可知:当垂向变程为 10 时(图 4a),反演结果在垂向变化平缓,没有很好地体现模型数据在垂向空间上的变化,分辨率较低;当垂向变程为 1

时(图 2),反演结果能够较好地与模型相吻合;当垂向变程为 0.1 时(图 4b),反演结果在垂向比大变程时变化剧烈。

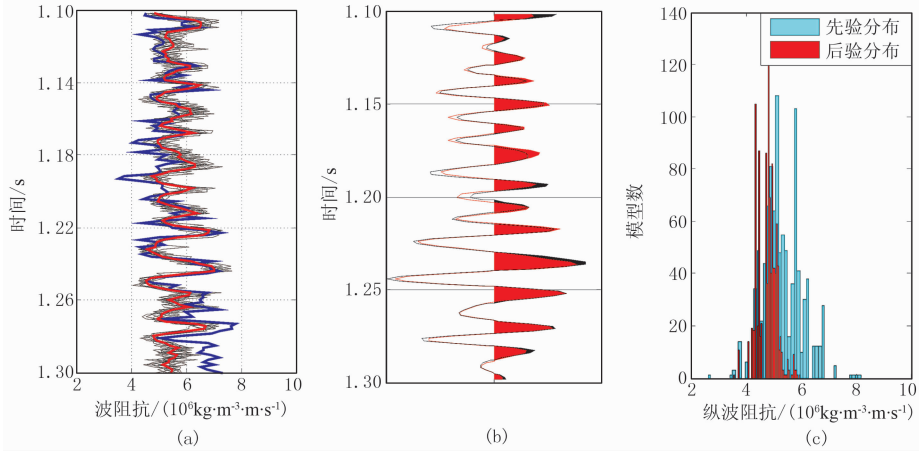


图 2 一维数据测试结果

(a) 反演波阻抗(黑色)及其均值(红色)与模型数据(蓝色); (b) 真实记录(黑色)与反演记录(红色); (c) 先验分布与后验分布直方图

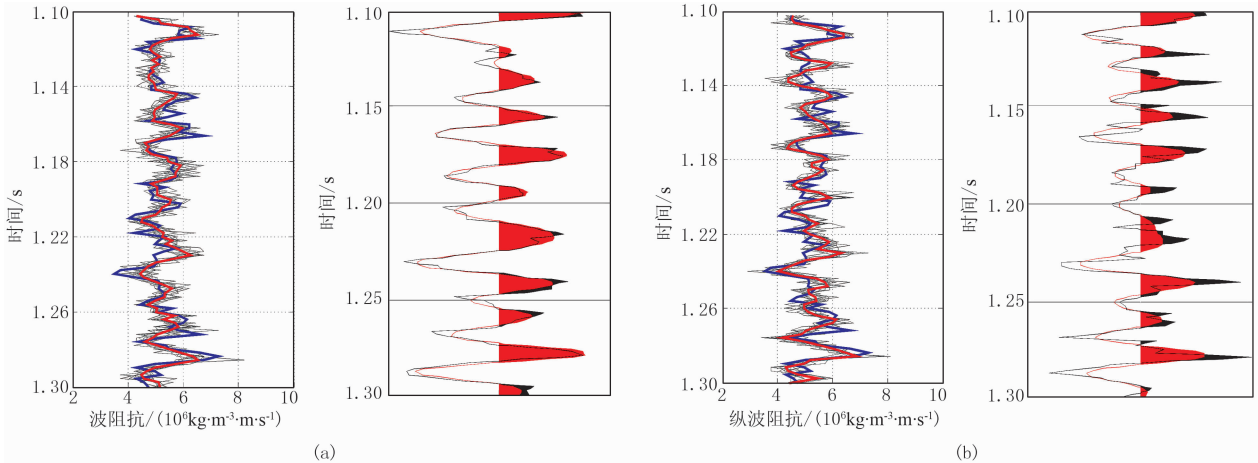


图 3 信噪比为 4(a)和 1(b)的叠后波阻抗反演结果(左)与合成记录(右)

左图中黑色曲线为反演波阻抗,红色曲线为反演波阻抗均值,蓝色曲线为模型数据;右图中黑色曲线为真实记录,红色曲线为反演记录(图 4 同)

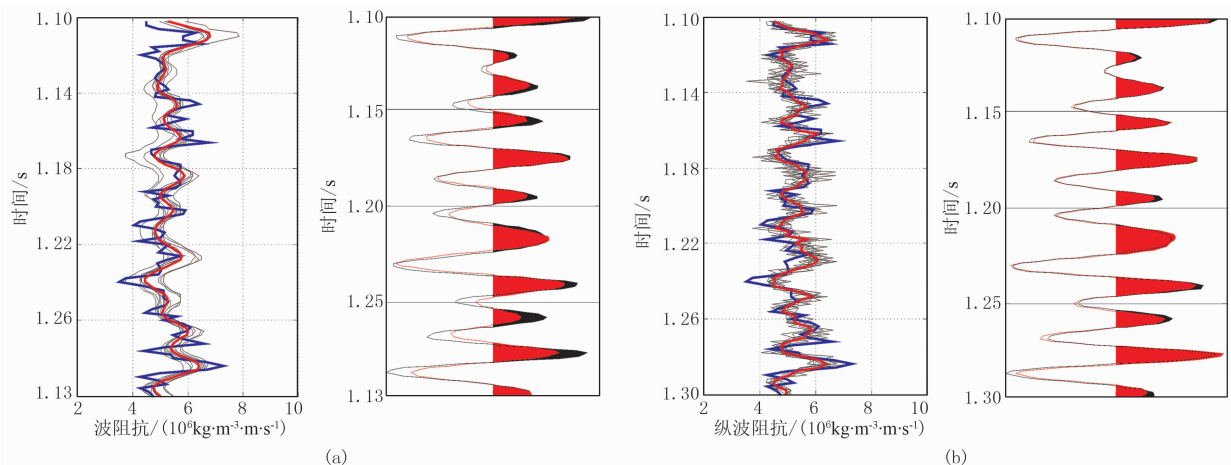


图 4 垂向变程为 10(a)、0.1(b)的叠后波阻抗反演结果(左)与合成记录(右)

综上所述:当垂向变程过大时,数据的连续性好,相应的加权值较大,数据变化平稳,导致反演结果纵向分辨率低;当垂向变程过小时,加权值小,数据变化快,反演结果的变化较剧烈。因此,变程对反演结果的分辨率有较大影响,合理选取数据空间结构参

数,对反演结果很重要。

### 3.2 非线性 AVO 反演

图 5 是基于 Metropolis 抽样的非线性 AVO 反演的纵、横波速度和密度曲线,由图中可见:纵波速度的反演效果很好(图 5a);横波速度的反演效果略

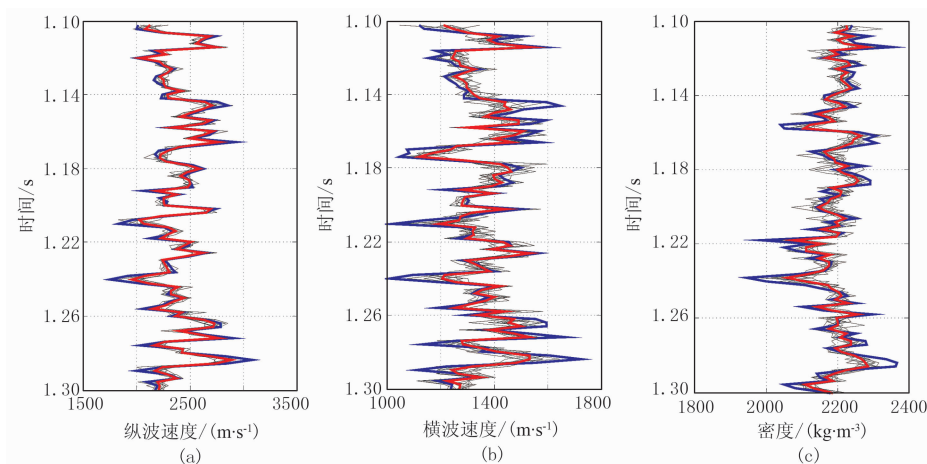


图 5 基于 Metropolis 抽样的非线性 AVO 反演的纵(a)、横波速度(b)和密度曲线(c)  
黑色曲线为反演结果,红色曲线为反演结果均值,蓝色曲线为模型数据(图 7 同)

差(图 5b);由于角度项的影响,导致反演矩阵是病态的,进而造成密度反演不准确<sup>[20]</sup>,这是 AVO 反演的一个缺陷(图 5c)。图 6 为基于图 5 数据得到的真实合成记录与反演合成记录对比图,由图中可见,真实合成记录(黑色曲线)与反演合成记录(红色曲线)较匹配,反演效果较好。图 7 为基于 Metropolis 抽样的非线性 AVO 反演的纵、横波阻抗和密度曲线,由图中可见:纵(图 7a)、横波阻抗(图 7b)的反演效果很好;由于角度项的影响,密度反演结果不准确(图 7c)。图 8 为基于图 7 数据得到的真实合成记录与反演合成记录对比图,由图中可见,真实合成记

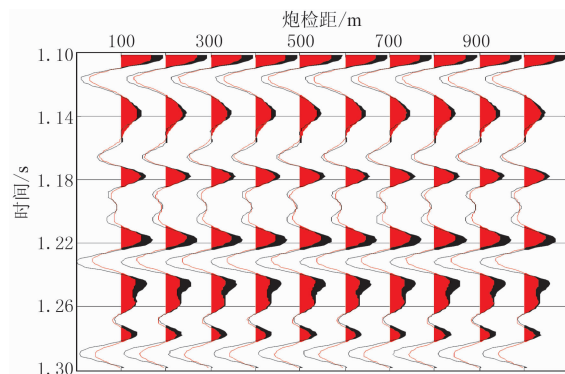


图 6 基于图 5 数据得到的真实合成记录(黑色曲线)与反演合成记录(红色曲线)对比

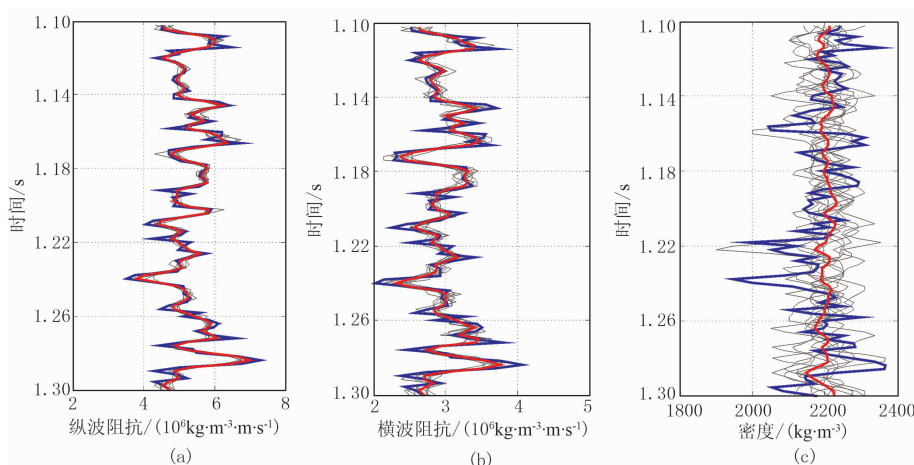


图 7 基于 Metropolis 抽样的非线性 AVO 反演的纵(a)、横波阻抗(b)和密度(c)

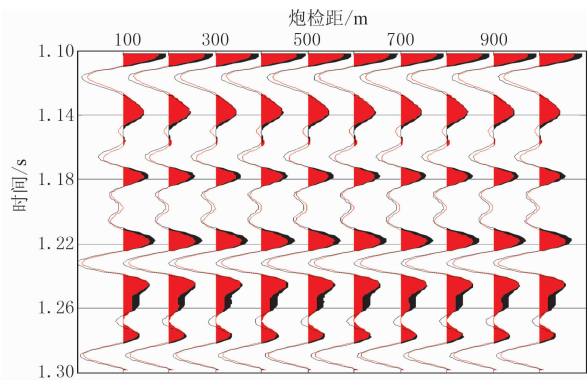


图 8 基于图 7 数据得到的真实合成记录(黑色曲线)与反演合成记录(红色曲线)对比

录(黑色曲线)与反演合成记录(红色曲线)较匹配,反演效果较好。由图 5~图 8 可见,纵、横波阻抗的反演分辨率较弹性参数本身的反演分辨率更高。

## 4 实际数据处理

选取中国 D 油田的实际资料验证基于 Metropolis 抽样的非线性反演方法的应用效果。从该油田实际数据中提取准确的正相位子波进行反演。图 9 为稀疏脉冲反演与随机反演结果对比图,由图中可明显地看出:稀疏脉冲反演可识别厚约 6m 的储层(图 9a),随机反演可以识别厚约 3m 的储层(图 9b);稀疏脉冲反演方法不能分辨井 A、井 B、井 C 和井 D 处的薄互层(由薄油层构成,图中椭圆区域)(图 9a),随机反演可以分辨(图 9b)。可见,随机反演的分辨率高于稀疏脉冲反演。需要指出的是,并不是随机反演方法总是优于确定性反演,需要

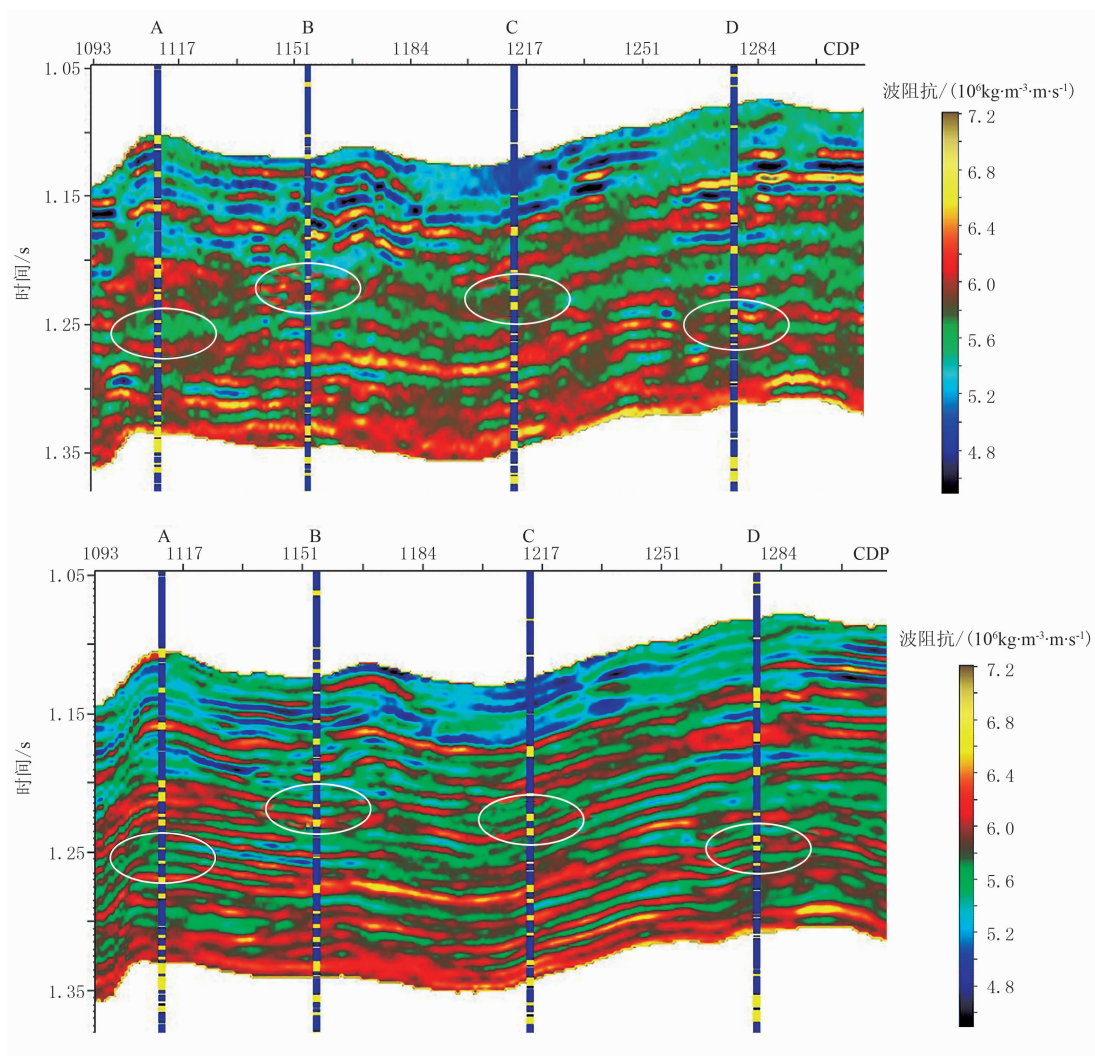


图 9 稀疏脉冲反演(上)与随机反演结果(下)对比  
井柱上黄色为含油砂岩,蓝色为泥岩和含水砂岩

根据具体问题具体分析。如:当反演较厚的储层时,可以应用稀疏脉冲反演,因为其反演速度较快;进行薄层识别时,需要应用随机反演方法。实际数据处理结果验证了本文提出的基于 Metropolis 抽样的非线性反演方法的有效性。

## 5 结束语

应用贝叶斯理论框架进行基于 Metropolis 抽样的非线性反演,对后验概率密度进行抽样可以得到反演问题的解。本文结合 FFT-MA 算法和 GDM 更新算法得到地质统计先验信息,并引入 Metropolis 算法对后验概率密度进行抽样,得到反问题的解。相比确定性反演,基于 Metropolis 抽样的非线性反演方法的主要优势是分辨率较高,较常规模拟方法的运算速度快。此外,地球物理反演中普遍存在非线性和不适宜性问题,因此非线性反演方法更符合实际地质模型。

通过模型试算和实际资料分析可知,基于 Metropolis 抽样的非线性反演可以提供合理的弹性参数信息。尤其是纵波速度的分辨率较高,即使信噪比较小时,仍然可以反演出合理的弹性参数信息,从而证明了该方法的有效性。当不考虑噪声时,纵、横波阻抗的反演分辨率较弹性参数本身的反演分辨率更高。

### 参 考 文 献

- [ 1 ] Sancevero S S, Remacre A Z, de Souza Portugal R et al. Comparing deterministic and stochastic seismic inversion for thin-bed reservoir characterization in a turbidite synthetic reference model of Campos Basin, Brazil. *The Leading Edge*, 2005, 24(11): 1168-1172.
- [ 2 ] Moyen R, Doyen P M. Reservoir connectivity uncertainty from stochastic seismic inversion. *SEG Technical Program Expanded Abstracts*, 2009, 28: 2378-2382.
- [ 3 ] Sams M S, Saussus D. Comparison of uncertainty estimates from deterministic and geostatistical inversion. *The 70th EAGE Conference & Exhibition*, 2008.
- [ 4 ] Francis A. Limitations of deterministic and advantages of stochastic seismic inversion. *Canadian Society of Exploration Geophysicists Recorder*, 2005, 30(2): 5-11.
- [ 5 ] Francis A. Understanding stochastic inversion; Part 1. *First Break*, 2006, 24(11): 69-77.
- [ 6 ] Francis A. Understanding stochastic inversion; Part 2. *First Break*, 2006, 24(12): 79-84.
- [ 7 ] Dubrule O. Workshop report: "Uncertainty in reserve estimates" EAGE Conference, Amsterdam, 2 June 1996. *Petroleum Geoscience*, 1996, 2(4): 351-352.
- [ 8 ] Kjongsberg H, Hauge R, Kolbjørnsen O et al. Bayesian Monte Carlo method for seismic predrill prospect assessment. *Geophysics*, 2010, 75(2): O9-O19.
- [ 9 ] 张繁昌,肖张波,印兴耀.地震数据约束下的贝叶斯随机反演. *石油地球物理勘探*, 2014, 49(1): 176-182. Zhang Fanchang, Xiao Zhangbo, Yin Xingyao. Bayesian stochastic inversion constrained by seismic data. *OGP*, 2014, 49(1): 176-182.
- [ 10 ] Le Ravalec M, Noetinger B, Hu L Y. The FFT moving average (FFT-MA) generator: An efficient numerical method for generating and conditioning Gaussian simulations. *Mathematical Geology*, 2000, 32(6): 701-723.
- [ 11 ] Hu L Y. Gradual deformation and iterative calibration of Gaussian-related stochastic models. *Mathematical Geology*, 2000, 32(1): 87-108.
- [ 12 ] John A S, Martin L S, Sven T. *Introductory Geophysical Inverse Theory*. Colorado and New England: Samizdat Press, 2001.
- [ 13 ] Oliver D S. Moving averages for Gaussian simulation in two and three dimensions. *Mathematical Geology*, 1995, 27(8): 939-960.
- [ 14 ] Duijndam A J W. Bayesian estimation in seismic inversion, Part II: Uncertainty analysis. *Geophysical Prospecting*, 1988, 36(8): 899-918.
- [ 15 ] Journel A G, Huijbregts C J. *Mining Geostatistics*. London, New York and San Francisco: Academic Press, 1978.
- [ 16 ] Hu L Y, Blanc G. Constraining a reservoir facies model to dynamic data using a gradual deformation method. *The 6th European Conference on the Mathematics of Oil Recovery*, 1998.
- [ 17 ] Hu L Y, Le Ravalec M, Blanc G et al. Reducing uncertainties in production forecasts by constraining geological modeling to dynamic data. *SPE Annual Technical Conference and Exhibition*, Society of Petroleum Engineers, 1999.
- [ 18 ] Mosegaard K, Tarantola A. Monte Carlo sampling of solutions to inverse problems. *Journal of Geophysical Research; Solid Earth (1978-2012)*, 1995, 100(B7): 12431-12447.
- [ 19 ] Metropolis N, Rosenbluth A W, Rosenbluth M N et al. Equation of state calculations by fast computing machines. *The Journal of Chemical Physics*, 1953, 21(6): 1087-1092.
- [ 20 ] Tarantola A. *Inverse Problem Theory and Methods for Model Parameter Estimation*. Paris: SIAM, 2005.

(本文编辑:刘勇)

### 作 者 简 介



王保丽 1981年生;2010年毕业于中国石油大学(华东)地质资源与地质工程专业,获博士学位;目前在中国石油大学(华东)地球科学与技术学院地球物理系从事教学与科研工作。