

时间倾斜法在叶轮机械非定常模拟中的应用

高丽敏^{1,2}, 李萍^{1,2}, 陈璇^{1,2}, 周莉¹

(1. 西北工业大学 动力与能源学院, 西安 710072;

2. 先进航空发动机协同创新中心, 北京 100191)

摘要: 应用时间倾斜法处理非定常模拟中前后两排叶片栅距不相等的问题, 通过对流动控制方程的时空转换, 发展了相邻两叶排任意转速下非等栅距的非定常时间精确算法, 使该方法拓展为适用于超常规动/动结构叶轮机械内的非定常流动计算. 在此基础上编写了完整的时间倾斜法计算程序与约化算法计算程序. 对某进口导叶/转子之间静/动干涉的非定常流场进行的计算表明: 与约化算法相比, 时间倾斜法采用原始单通道模型, 真实地反映了流场的非定常性; 同时, 计算量仅为全通道模拟的 2/41, 大大节约了计算成本.

关键词: 时间倾斜; 叶轮机械; 非等栅距; 区域约化; 非定常

中图分类号: V231.3

文献标志码: A

Application of time-inclined method on the unsteady simulation of turbomachinery

GAO Li-min^{1,2}, LI Ping^{1,2}, CHEN Xuan^{1,2}, ZHOU Li¹

(1. School of Power and Energy,

Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China;

2. Collaborative Innovation Center for Advanced Aero-Engine, Beijing 100191, China)

Abstract: The method of time-inclined was applied to deal with arbitrary pitch ratio for unsteady simulations. Through time and space conversion of the flow control equation, the unsteady time exact algorithm of two adjacent blade rows with unequal pitch at any speed was developed, so that the method was expanded to be suited to the unsteady flow calculation of turbomachinery with extraordinary rotor/rotor construction. On this basis, the programs of time-inclined algorithm and domain scaling algorithm were both written. The unsteady flow calculation of the stator/rotor interaction between an inlet guide vane and rotor shows that compared with domain scaling algorithm, time-inclined method using the original single-channel model truly reflects the unsteady flow field; at the same time, the amount of calculation is only 2/41 of the total channel simulation, greatly saving the cost calculation.

Key words: time-inclined; turbomachinery; arbitrary pitch; domain scaling; unsteady

在叶轮机械的非定常数值模拟中, 很容易对前后两排叶片数相等的叶片排施加空间周期性条件. 然而实际工程中, 由于避免共振的原因, 叶轮机械不同叶片排叶片数是不同的, 所以研究两排

叶片数不相等的非定常数值模拟方法, 便成为特殊问题而被人们关注. 近些年出现了很多处理两排叶片数不相等的非定常计算方法: 其中 Dawes^[1] 采用小的整数比作为近似的栅距比, 但

收稿日期: 2014-04-08

基金项目: 国家自然科学基金(51076132); 新世纪优秀人才支持计划(NCET-10-0078)

作者简介: 高丽敏(1973-), 女, 陕西韩城人, 教授、博士生导师, 博士, 主要从事叶轮机械气动热力学研究.

是为了保持稠度不变,叶片的弦长发生了改变. Arnane 等^[2]分析了 Rai 方法中叶片数比的影响,当叶片栅距的调整大于 1% 时,转子升力变化和频谱分析变化明显. He 和 Denton^[3]通过存储流动变量的瞬时 Fourier 元素,来实施相位滞后的边界条件. 以上对双排叶片的非定常计算中,均可采用叶片数约化方法使得非定常流动的计算量达到最小,然而约化之后,违背了重要的设计准则,会引起气动结构的变化,有可能导致性能恶化.

为了在处理非等栅距问题时减小计算量的同又不改变叶片结构,真实地模拟非定常流场, Giles^[4-5]提出并建立了适用于转/静结构叶轮机械二维非定常模拟的时间倾斜算法,将其应用在一个跨声速涡轮级的动/静干涉非定常流场的模拟中. Laumert^[6]采用时间倾斜的思想,发展了四维的任意叶片数动/静干涉算法,对某跨音涡轮的计算效果良好. 周莉等^[7]将三维圆柱坐标系下的时间倾斜法应用于离心压缩机动/静干涉的非定常模拟中,准确地预测了离心压缩机内部流场的细致结果.

本文基于时间倾斜算法,发展了相邻两叶排任意转速下非等栅距的非定常时间精确算法,使该方法拓展为适用于超常规动/静结构叶轮机械内的三维非定常流动计算. 与叶片数约化算法的计算结果表明,本文所发展的非等栅距非定常时间精确算法以较低的计算代价真实反映了叶轮机械内部的非定常特性.

1 数值计算方法

1.1 时间倾斜法原理

相邻叶片排间的相对转动是造成叶轮机械内部流动非定常性的根本原因^[8]. 因此,在非定常体系下,叶排通道间流场内气流的流动参数 $f(r, \theta, z, t)$ 为四维函数,即流动参数不仅在空间上存在一定梯度,而且在时间上也有较强的梯度. 然而,由于叶片通道在空间结构上的重复性以及转子周而复始转动,使得其流动参数在空间上和时间内具有一定的周期性. 当前后两排叶片数为 1:1 时,流动参数的空间周期为一个叶片通道,时间周期为一个叶片所通过的时间,具有这样特征的叶轮机械可在数值计算时将空间与时间计算域均缩减为一个周期. 然而实际叶轮机中,为了减少叶排共振的可能,相邻叶排叶片数大多互质,此时流动参数的空间与时间周期都会变的非常大,导致 CFD 计算的计算量急剧增大.

首先做一个合理的假设,假设两排叶片如果通道的相对位置相同,则叶片通道内的流动是相同的. 基于这个假设进行圆柱坐标系下的时间倾斜算法的推导.

图 1 简单示意了叶片数不等的两排叶片旋转过程中相对位置的变化. 其中,虚线代表叶片数为 N_1 的第 1 排叶片,其对应的栅距角为 θ_{p1} 、转速为 ω_1 ;实线代表叶片数为 N_2 的第 2 排叶片,栅距角为 θ_{p2} 、转速为 ω_2 . 由于两相邻叶排的叶片数不相等即 $N_1 \neq N_2$,第 2 叶排中每一通道的流场参数在任意 t 时刻下不具备空间周期性,即

$$f(r, \theta + \theta_{p2}, z, t) \neq f(r, \theta, z, t)$$

如图 1(a) 中第 2 叶排 b 通道中的 B 点与相邻 a 通道中的 A 点所示. 当两排叶排以各自的转速旋转时间 $\Delta T = T_1 - T_2 = |\theta_{p1} - \theta_{p2}| / |\Delta\omega|$, $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$ 后,图 1(a) 中 B 点与 A 点在 $t + \Delta T$

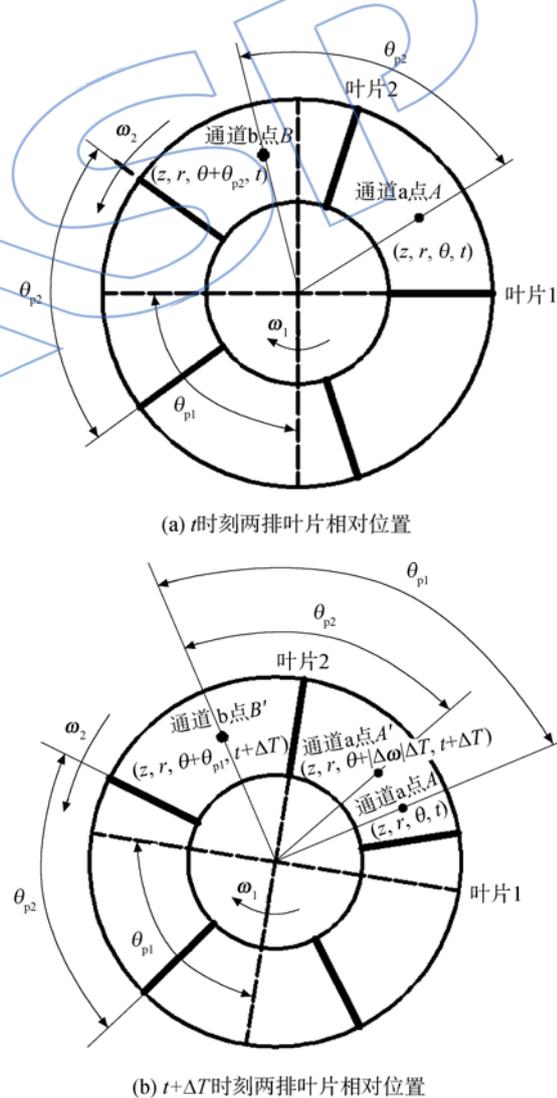


图 1 两排叶片数不相等时流场的周期性

Fig. 1 Flowfield periodicity of unequal blade number

时刻具有新的时空坐标,分别用 B' 和 A' 表示. 此时发现,在 $t + \Delta T$ 时刻, B' 点的流动参数将复现图 1(a) 中 t 时刻第 2 叶排通道 A 的,即

$$f(r, \theta + \theta_{p1}, z, t + \Delta T) = f(r, \theta, z, t) \quad (1)$$

上述这类经过一定滞后时间后,流场复现即相邻叶排的流动出现了周期性的现象即称之为“滞后的周期性”.

基于滞后的周期性,将物理时间 t 以一定斜率倾斜从而建立新时间坐标系 t' ,令 $t' = t - \lambda\theta$,其中 λ 被称为该时间倾斜域的倾斜参数,表达式如下:

$$\lambda = \begin{cases} \Delta T / \theta_{p1} & \text{以第 1 排叶片为参考系} \\ \Delta T / \theta_{p2} & \text{以第 2 排叶片为参考系} \end{cases}$$

在新的时间坐标系 t' 下,式(1)变为 $f(r, \theta + \theta_{p1}, z, t + \Delta T - \lambda(\theta + \theta_{p1})) = f(r, \theta, z, t - \lambda\theta)$,将 $\lambda = \Delta T / \theta_{p1}$ 代入化简即有

$$f(r, \theta + \theta_{p1}, z, t') = f(r, \theta, z, t') \quad (2)$$

通过上述对流场变量进行时空转换,便实现了叶片数不等的相邻叶排流场在倾斜时间坐标系下的空间周期性.

以第 1 排叶排为参考,物理坐标系与倾斜坐标系之间的时空转换可用图 2 表示,其中 t 为物理时间坐标, t' 为物理时间以斜率 λ 倾斜后的倾斜时间坐标,横坐标为周向坐标. 在这样的 $t - \theta$ 坐标系下,第 2 排叶片排以两排叶排相对转速 $\Delta\omega$ 旋转(如图中点划线所示). 由图可以看出在任意 t' 时刻,两排叶片通道内具有相同周向位置的空间点均有相同的周期性;在物理时间域内滞后时间均为 ΔT ,空间周期性上均为 θ_{p1} . 这意味着,在以第 1 排叶排为参考的倾斜时空坐标系下,两叶

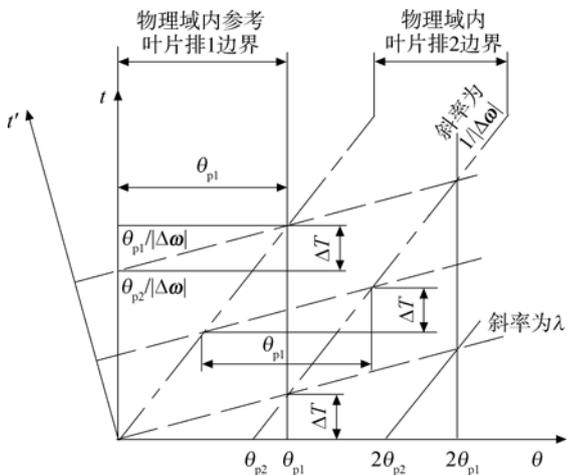


图 2 时间倾斜的计算域

Fig. 2 Time-inclined computational zone

排具有相同的栅距,可通过施加简单的空间周期性条件实现以单通道计算的代价反映不等栅距叶排的真实非定常流动.

1.2 流动控制方程的转换

为了在时间倾斜域求解流动参数,将相对圆柱坐标系的积分守恒型 Navier-Stokes(N-S)方程由物理域转换到时间倾斜域得

$$\frac{\partial}{\partial t'} \oint \mathbf{Q} dV = - \oint \mathbf{H} \cdot \mathbf{n} dS + \oint \rho \mathbf{G}_i dV + \oint \rho \mathbf{G}_v dV \quad (3)$$

对 N-S 方程进行转换时,借鉴文献[7]的方法,黏性项不参与转换,直接将其影响归到源项中. 式中 t' 为倾斜计算域内的时间项, \mathbf{H} 为通量项,下标 i 表示无黏部分, v 表示黏性部分, \mathbf{G} 为源项; \mathbf{Q} 为倾斜域内解变量矩阵, $\mathbf{Q} = \mathbf{U} - \lambda/r \mathbf{H}_\theta$, \mathbf{U} 为原物理域内 N-S 方程的解变量, \mathbf{H}_θ 为通量 \mathbf{H} 在 θ 方向的投影[9]. \mathbf{Q} 的具体表达式如下:

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \rho - \frac{\lambda}{r} \rho W_\theta \\ \rho W_z - \frac{\lambda}{r} \rho W_z W_\theta \\ r \rho W_\theta - \frac{\lambda}{r} (r \rho W_\theta^2 + p r) \\ \rho W_r - \frac{\lambda}{r} \rho W_r W_\theta \\ \rho E - \frac{\lambda}{r} \rho \left(E + \frac{p}{\rho} \right) W_\theta \end{bmatrix} \quad (4)$$

式中 W_z, W_θ, W_r 为相对速度矢量 \mathbf{W} 在圆柱系 3 个坐标方向上的投影. 求解中,需要将倾斜域内解变量 \mathbf{Q} 转换为原解变量 \mathbf{U} ,转换过程如下:消去倾斜变量 \mathbf{Q} 中的 ρ, W_z, W_θ, W_r ,并将完全气体状态方程 $p = \rho RT$ 作为补充方程,可得

$$Ap^2 - 2Bp + C = 0 \quad (5)$$

其中

$$A = (\kappa + 1) \frac{\lambda^2}{r^2}, \quad B = Q_1 - \frac{\lambda}{r^2} Q_3,$$

$$C = (\kappa - 1) \left[2Q_1 Q_5 - Q_2^2 - \frac{Q_3^2}{r^2} - Q_4^2 + Q_1^2 \omega^2 r^2 \right]$$

解出

$$p = \frac{C}{B \pm \sqrt{B^2 - AC}}$$

进一步有

$$W_\theta = \frac{Q_3 + \lambda p}{r Q_1}, \quad W_z = \frac{Q_2}{Q_1},$$

$$W_r = \frac{Q_4}{Q_1}, \quad \rho = \frac{Q_1}{1 - \frac{\lambda}{r} W_\theta}$$

其中 $Q_1 \sim Q_5$ 为倾斜变量的 5 个分变量; κ 为比热比; ω 为旋转速度; R 为气体常数, 便可将变量 U 从倾斜变量 Q 中解析地解出, 完成转换。

通过上述流动控制方程的转换, 即可对叶片数不相等的两排叶片进行单通道的非定常计算, 在保证模型不失真的同时削减计算量。

1.3 约化方法

为了对比验证时间倾斜法, 本文也发展了叶片数约化方法 (domain scaling) 时间精确模拟的数值计算程序。该方法是两排叶片数不相等时, 为了减少计算量而将叶片数近似处理的一种方法。

在对叶片数分别为 N_1, N_2 的叶排进行时间精确求解时, 希望以最小的计算通道数 M_1, M_2 完成计算, 然而严格意义上的求解所需通道数必须满足 $M_1/M_2 = N_1/N_2$ 。当 N_1, N_2 存在大的公约数时, M_1, M_2 可以为较小的整数; 但是工程实际中相邻叶排叶片数 N_1, N_2 大多互质, 而约化方法则对两排叶片数做近似修改, 使得修改后的叶片数存在较大的公约数, 同时对叶片弦长进行相应调整并以保证叶片稠度不变、根据弦长的变化适当缩放叶片的几何形状。由于计算量小、实施简单, 约化方法在非定常流场的工程求解中受到广泛应用。根据上述约化原则, 本文也发展了相应的约化算法。以期对时间倾斜算法的计算结果进行比较。

1.4 离散及求解方法

时间倾斜转换后的流动控制方程 (3) 与原始 N-S 方程形式类似, 所以本文的时间倾斜法与约化法两种方法可以采用相同的离散及求解方法。

运用有限体积法对控制方程进行空间离散, 其中对流项和耗散项的离散采用具有二阶精度的中心差分格式, 选用 Jameson 构造的自适应人工黏性项^[10], 并在此基础上引入一个四阶差分项作为背景数值黏性来平抑奇偶振荡, 用于增加流动光滑区的耗散, 使计算收敛趋于完全的稳态。时间项的求解采用双时间步法^[11], 虚拟时间项采用标准的四阶 Runge-Kutta 方法进行迭代求解, 物理时间项采用三点后插格式。采用滑移界面法^[12-14]在动静交界面上进行解变量的插值。湍流模型、边界条件和壁面函数等方法详见文献^[15]。

2 算例验证及结果对比

基于上述数值方法的研究, 本文编制了叶轮

机械静/动相干的时间倾斜法、约化法的数值模拟程序, 并以西北工业大学双排轴流对转压气机试验台中进口导叶及第 1 排转子为研究对象 (主要参数为: 进口导叶 (IGV) 叶片数为 22 个、转子 (rotor) 叶片数为 19), 将时间倾斜法与常规的叶片数约化方法计算结果进行了对比。

如图 3(a) 所示为进口导叶与转子的三维原始模型, 该模型也是进行时间倾斜法求解的对象。约化方法为了减小计算量使空间求解域为单通道, 需对所研究的几何模型按照上文的约化方法处理: 为了保证进口导叶尾迹扫过转子叶片的频率不变即保持进口导叶不变, 而将转子叶片数改为 22 片, 同时缩短其叶片弦长以保证转子的稠度。约化处理后的三维模型如图 3(b) 所示。与原型图 3(a) 相比, 后排转子的栅距与前排导叶相同, 但弦长较原型明显缩短。

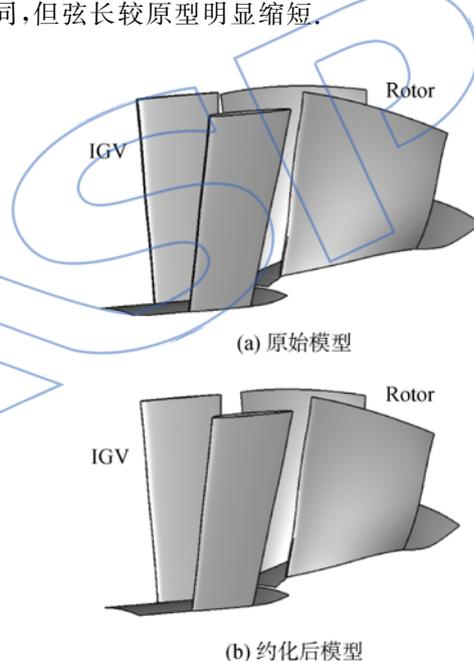


图 3 模型示意图

Fig. 3 Model sketch

两种算法均采用所采用相同的网格节点数, 用双时间步法进行非定常计算, 物理时间步均为 50 sept, 虚拟时间步均为 100 sept。图 4 给出了时间倾斜法计算中的残差 (c) 收敛史和叶片前缘监测点处的静压波动情况, 图中 S_t 为总的迭代步数, S_p 为物理迭代步数, 可以看到计算进行到 10 个周期之后, 流动已经呈现出周期性的波动, 可以认为时间倾斜的非定常流场计算已经收敛。

取计算收敛后同一周期进行时间平均, 50% 叶高处时均总压如图 5 所示, 时均相对马赫数如图 6 所示。由图可见, 两种计算得到的时均流场在

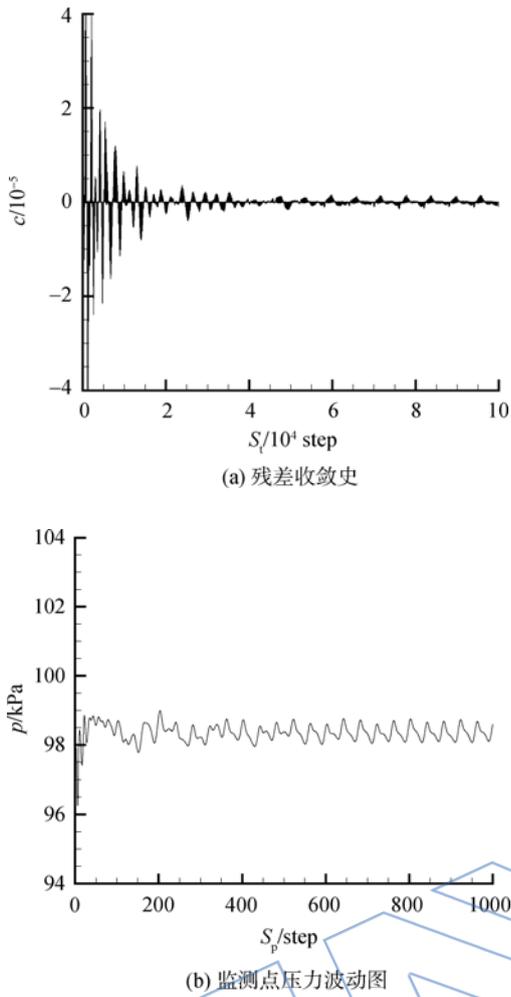


图4 残差和监测点压力
Fig. 4 Residual and monitor point pressure

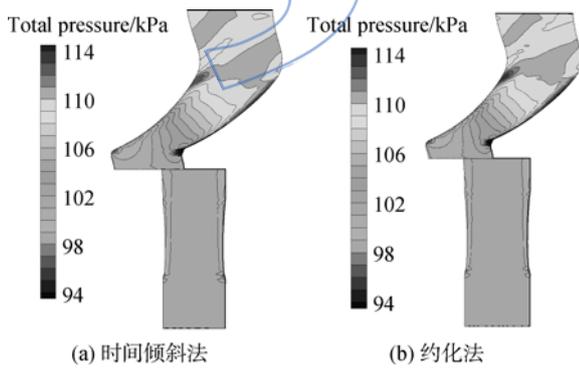


图5 50%叶高时均总压分布云图
Fig. 5 Time-averaged total pressure distributing at midspan

进口导叶通道里,几乎没有差别,转子通道里的时均总压与马赫数分布也基本吻合,但由于约化后转子栅距与弦长明显减小,在叶片尾缘处高压区的分布略不同。

分别取靠近50%叶高动静交界面附近沿流

向导叶与转子内若干监测点(距交界面的轴向网格数目为 $I=1,2,3$),并对其静压值运用快速傅里叶变换(FFT),结果如图7所示.从图中可以看出,时间倾斜法计算得到的进口导叶监测点峰值频率为2533 Hz,转子通道为2933 Hz;由于改变了转子叶片数,约化法计算出的进口导叶与转子静压非定常主频均为2933 Hz.两种方法计算得

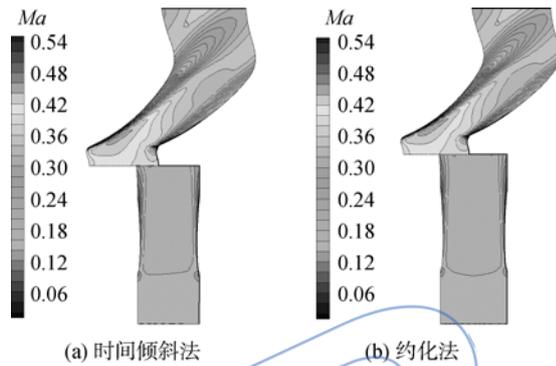
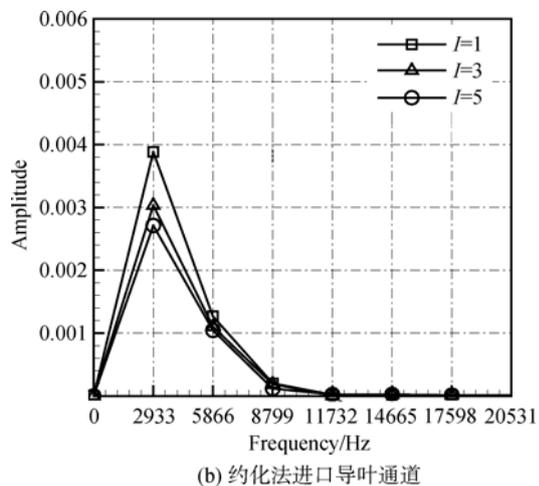
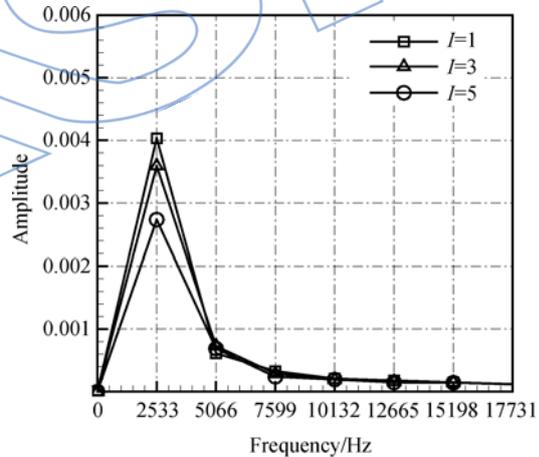
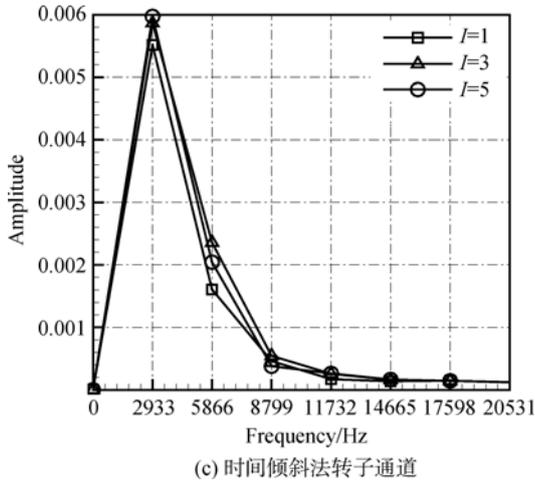
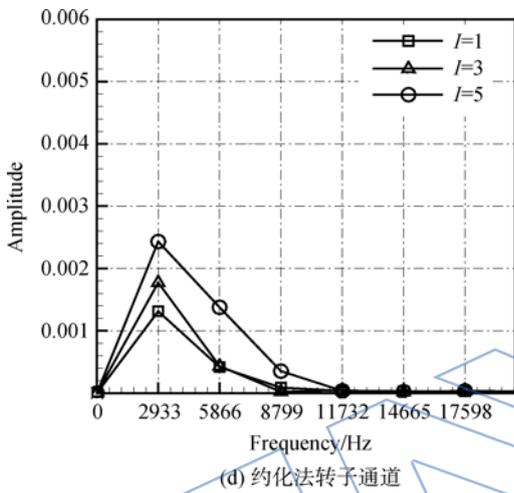


图6 50%叶高时均相对马赫数分布云图
Fig. 6 Time-averaged Mach number distributing at midspan





(c) 时间倾斜法转子通道



(d) 约化法转子通道

图 7 时间倾斜法与约化法近交界面处监测点静压波动频谱图

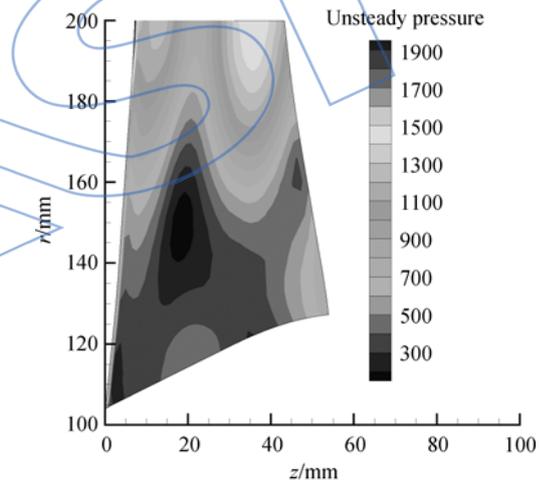
Fig. 7 Time-inclined and domain scaling pressure pulsation frequency analysis near interface

到的转子压力波动主频相同,而进口导叶主频相差很大.对于两排叶片来说,下游叶片排主要是受上游尾迹和势流干扰,所以下游叶排压力波动主频与上游叶片通过频率(频率=相对转速/60×叶片数)相同;上游叶排的压力波动主要来源于下游叶排的势反冲作用,所以上游叶排压力波动主频与下游叶片通过频率相同.该算例中,转子转速为 8000 r/min,两种方法进口导叶叶片数都为 22,上游叶片通过频率为 2933 Hz,时间倾斜法和约化法计算得到的转子叶片主频也都为 2933 Hz;对于转子叶片,时间倾斜法采用原始模型,叶片数为 19,下游叶片通过频率为 2533 Hz,计算得到的进口导叶主频也为 2533 Hz,而约化法改变叶片数为 22,下游叶片通过频率为 2933 Hz,计算得到的进口导叶主频也为 2933 Hz.由此可知,约化算法由于改变了叶片数,计算得到的压力波动已经失

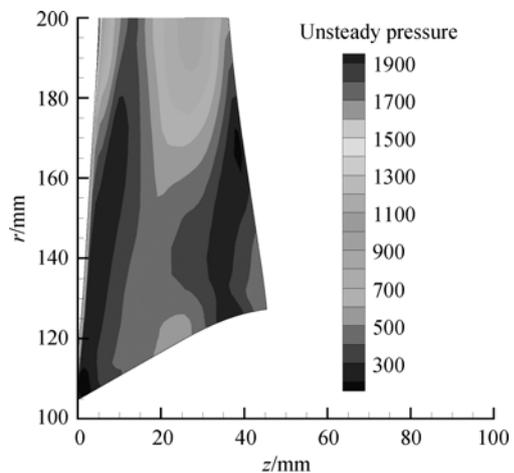
真,而时间倾斜法采用原始模型,真实地反映了流场的非定常性.另外,虽然两种方法计算得到转子内的主频相同,但由于对转子叶片弦长以及几何形状的缩放,使得约化法计算出的幅值较低(图 7(c)与图 7(d)).

借鉴文献[15]中提出的非定常强度概念(类似压力均方根脉动值),定量分析转子叶片表面压力非定常强度,如图 8 所示.由图可见,不仅约化后叶片弦长明显减小,而且两种方法计算出的非定常强度分布趋势均存在较大差异.在叶片吸力面,时间倾斜法计算出的非定常强度以 60%叶高为限,成“上大下小”的分布趋势;而在叶片压力面叶顶区前缘及叶根尾缘处非定常强度较大.对比约化方法,其吸力面与压力面非定常强度不仅低于时间倾斜法的计算,而且均沿弦长方向成层状分布.

采用地毯图的形式给出进口导叶、转子 50% 叶高叶片表面的静压在一个周期内随时间变化的



(a) 时间倾斜法转子吸力面



(b) 约化法转子吸力面

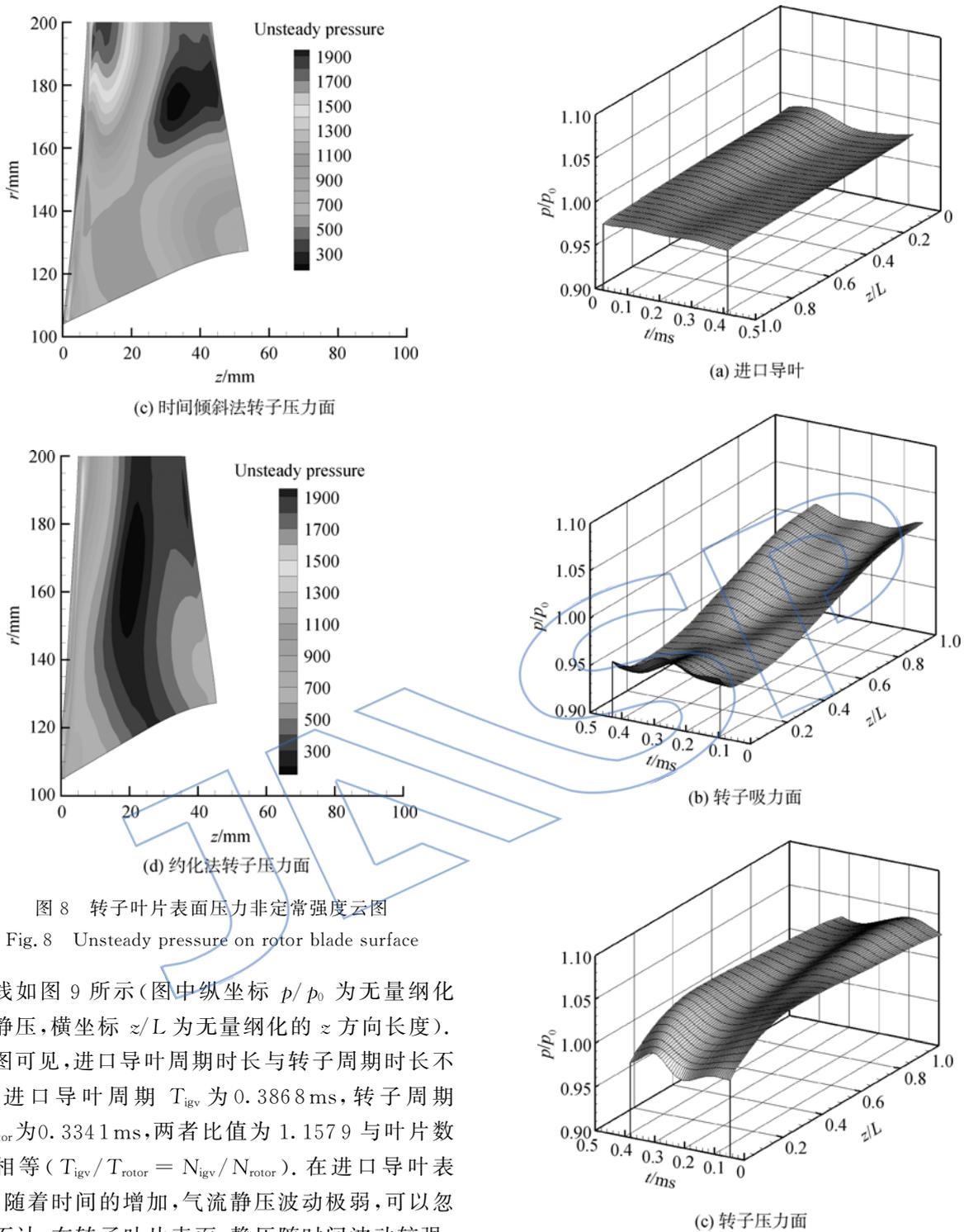


图8 转子叶片表面压力非定常强度云图

Fig.8 Unsteady pressure on rotor blade surface

曲线如图9所示(图中纵坐标 p/p_0 为无量纲化的静压,横坐标 z/L 为无量纲化的 z 方向长度)。由图可见,进口导叶周期时长与转子周期时长不等,进口导叶周期 T_{igv} 为 0.3868ms ,转子周期 T_{rotor} 为 0.3341ms ,两者比值为 1.1579 与叶片数比相等 ($T_{igv}/T_{rotor} = N_{igv}/N_{rotor}$)。在进口导叶表面,随着时间的增加,气流静压波动极弱,可以忽略不计。在转子叶片表面,静压随时间波动较强,且压力面波动大于吸力面波动。如图9(b)所示,转子吸力面叶片前缘处的静压值先增大再减小,最大值出现在约 0.27ms 左右。压力面(图9(c))前缘处压力值先减小后增大再减小,最大值出现在约 0.3ms 左右。转子叶片表面静压波动主要受上游叶片尾迹的影响,而上游叶片尾迹的低能流体向下游输运传播需要一定的时间,这就导致了压力面与吸力面上静压峰值在时间上的不同步。

图9 时间倾斜法50%叶高处进口导叶、转子叶片表面静压随时间变化的地毯图

Fig.9 Carpet plot of time-inclined IGV and rotor blade surface static pressure at midspan

3 结论

本文采用时间倾斜法,通过对流动控制方程

的时空转换,发展了相邻两叶排任意转速下非等栅距的非定常时间精确算法,使该方法不仅适用于常规的动/静结构,也适用于超常规动/静结构叶轮机械内的非定常流动计算.采用双时间步推进方法与滑移界面法,本文发展了完整的时间倾斜法计算程序与约化算法计算程序.对某进口导叶/转子之间静/动干涉的非定常流场的计算表明:

1) 本文所发展的时间倾斜算法可以用于相邻两叶排非等栅距叶轮机械的时间精确模拟.

2) 约化算法由于改变了叶片数,计算得到的压力波动已经失真,而时间倾斜法采用原始模型,真实地反映了流场的非定常性.

3) 采用时间倾斜法可以在单通道模拟的情况下真实反映流场的非定常性,计算量仅为全通道模拟的 2/41,大大节约了计算成本.

参考文献:

- [1] Dawes W N. A numerical study of the interaction of a transonic compressor rotor overtip leakage vortex with following stator blade row[R]. ASME Paper 94-GT156, 1994.
- [2] Arnone A, Pacciani R. Rotor-stator interaction analysis using the navier-stokes equations and a multigrid method [J]. Journal of Turbomachinery, 1996, 118(4): 679-689.
- [3] He L, Denton J D. Three-dimensional time-marching inviscid and viscous flow solutions for unsteady flows around vibrating cascades[J]. Journal of Turbomachinery, 1994, 116(3): 469-476.
- [4] Giles M. UNSFLO: a numerical method for the calculation of unsteady flow in turbomachinery[R]. [S. l.]: MIT Gas Turbine Laboratory, GTL Report 205, 1991.
- [5] Giles M B. Stator/rotor interaction in a transonic turbine [J]. Journal Propulsion and Power, 1990, 6(5): 621-627.
- [6] Laumert B. Simulation of rotor/stator interaction with a 4D finite volume method [R]. ASME Paper GT-2002-30601, 2002.
- [7] 周莉, 席光, 高丽敏, 等. 时间倾斜算子在离心压缩机动/静相干非定常模拟中的应用[J]. 工程热物理学报, 2005, 26(5): 770-772.
ZHOU Li, XI Guang, GAO Limin, et al. Application of time-inclined operator on the unsteady numerical simulation in centrifugal compressor[J]. Journal of Engineering Thermophysics, 2005, 26(5): 770-772. (in Chinese)
- [8] 王嘉炜. 叶轮机械中若干非定常流动特征的初步研究[D]. 北京: 中国科学院工程热物理研究所, 2006.
WANG Jiawei. Preliminary investigation on several unsteady flow characteristics in turbomachinery[D]. Beijing: Institute of Engineering Thermophysics Chinese Academy of Science, 2006. (in Chinese)
- [9] 高丽敏. 离心压缩机级内流动的数值分析与实验研究[D]. 西安: 西安交通大学, 2002.
GAO Limin. Numerical & experimental study on the three-dimensional flowfield inside centrifugal compressor stage[D]. Xi'an: Xi'an Jiaotong University, 2002. (in Chinese)
- [10] Jameson A, Schmidt W. Numerical solutions of the euler equations by finite volume methods using runge-kutta time stepping schemes[R]. AIAA 81-1259, 1981.
- [11] Jameson A. Time dependent calculation using mutigrid with application to unsteady flows past air foils and wings [R]. AIAA 91-1596, 1991.
- [12] 周莉. 离心压缩机级内动/静相干非定常流动的数值与实验研究[D]. 西安: 西安交通大学, 2006.
ZHOU Li. Numerical and experimental investigation on unsteady flowfields inside a centrifugal compressor stage [D]. Xi'an: Xi'an Jiaotong University, 2006. (in Chinese)
- [13] Denton J D. The calculation of three-dimensional viscous flow through multistage turbomachines [J]. Journal of Turbomachinery, 1992, 114(1): 18-26.
- [14] 任玉新, 王筑. 叶轮机械三维粘性动静叶干涉的数值模拟[J]. 航空动力学报, 2002, 17(2): 178-182.
REN Yuxin, WANG Zhu. Numerical methods for three-dimensional viscous rotor/stator interactions in turbomachinery[J]. Journal of Aerospace Power, 2002, 17(2): 178-182. (in Chinese)
- [15] 高丽敏, 席光, 周莉, 等. 级环境下叶片扩压器流场的实验与数值研究[J]. 力学学报, 2005, 37(1): 110-119.
GAO Limin, XI Guang, ZHOU Li, et al. Experimental and computational investigation of flows in a vaned diffuser under stage environment[J]. Acta Mechanica Sinica, 2005, 37(1): 110-119. (in Chinese)

(编辑: 叶青)