

文章编号: 1000-4750(2015)12-0225-08

非平稳随机地震作用的结构整体可靠度分析

刘章军, 王 磊, 黄 帅

(三峡大学土木与建筑学院, 宜昌 443002)

摘 要: 应用随机过程的正交展开-随机函数方法, 建立了非平稳地震动过程的概率模型, 实现了用一个基本随机变量来表达地震动过程的目的。通过选取基本随机变量的代表性离散点集, 可以直接获取地震动过程的代表性样本集合。结合概率密度演化理论, 进行了多自由度 Duffing 系统的随机地震反应分析与抗震可靠度计算。研究表明, 非平稳地震动过程的概率模型与概率密度演化理论有机结合, 可以实现复杂工程结构整体抗震可靠度的精确计算。

关键词: 非平稳地震动; 概率模型; 概率密度演化方法; 整体可靠度; Duffing 系统

中图分类号: O324; P315.9 **文献标志码:** A **doi:** 10.6052/j.issn.1000-4750.2014.07.0609

GLOBAL RELIABILITY ANALYSIS OF STRUCTURES UNDER NON-STATIONARY RANDOM EARTHQUAKE EXCITATIONS

LIU Zhang-jun , WANG Lei , HUANG Shuai

(College of Civil Engineering & Architecture, China Three Gorges University, Yichang 443002, China)

Abstract: Referring to the orthogonal expansion & random function of stochastic processes, the probabilistic model of non-stationary ground motion processes is established, and the earthquake ground motion can be represented using a basic random variable. The representative discrete point set of the basic random variable can be selected, and the representative sample ensemble for non-stationary ground motion processes can be directly generated by the probabilistic model. The proposed earthquake probability model provides an opportunity to employ the probability density evolution method (PDEM) to study the stochastic nonlinear responses and seismic reliability of general structural systems. An example, which deals with a non-linear MDOF Duffing system subjected to random earthquake excitations, is investigated to validate the above approach.

Key words: non-stationary ground motion; probabilistic model; probability density evolution method; global reliability; Duffing system

在地震、强风及海浪等随机动力作用下, 结构的动力可靠度分析一般分为首次超越破坏可靠度和疲劳破坏可靠度问题^[1]。结构首次超越破坏可靠度分析主要有基于跨越过程理论的方法和基于扩散过程理论的方法^[2]。基于跨越过程理论的动力可靠度分析方法有内外向级数法、泊松过程法及其改进方法和点过程法等, 其中, 泊松过程法及其改进方法为最具代表性的一类方法, 尤以 Vanmarcke 的

工作最具代表性^[3]。在本质上, 结构动力可靠度分析是一个无穷多个静力可靠度分析的耦联问题, 无论是泊松过程假定还是修正的 Markov 假定, 都不可避免地带有难以控制的误差和经验选择的成分。基于扩散过程理论的方法需要求解后向 Kolmogorov 方程或广义 Pontrygin 方程, 理论上是精确方法, 然而它假定系统受到白噪声或过滤白噪声激励, 且难以对四个自由度以上的系统进行求

收稿日期: 2014-07-11; 修改日期: 2015-02-02

基金项目: 国家自然科学基金项目(51278282, 50808113); 三峡地区地质灾害与生态环境湖北省协同创新中心项目(1681121)

通讯作者: 刘章军(1973-), 男, 湖北人, 教授, 博士, 博导, 主要从事工程结构抗震研究(E-mail: liuzhangjun73@aliyun.com).

作者简介: 王 磊(1989-), 男, 湖北人, 硕士生, 主要从事工程结构抗震研究(E-mail: 15697208475@163.com);

黄 帅(1988-), 男, 湖北人, 硕士生, 主要从事工程结构抗震研究(E-mail: molidadao@163.com).

解^[4]。20 世纪 70 年代中后期, 随机模拟方法及其改进技术在结构动力可靠度分析中得到了重视^[5], 发展了多种方差缩减技术, 提出了拉丁方抽样、重要抽样和方向抽样等诸多方法^[6]。这些方法在一定程度上提高了 Monte Carlo 方法的效率, 但对复杂结构动力可靠度分析问题, 仍然难以应用。近年来, 获得迅速发展的线抽样技术、子集抽样技术等新的抽样技术^[7-8], 与传统抽样方法相比极大地提高了效率。然而, 几乎所有这些改进的抽样技术都以牺牲随机分析问题中具有本质重要性的全局性和对问题的广泛适用性为代价, 而且所得结果是随机收敛的^[9]。

2004 年以来, 李杰和陈建兵^[10-12]基于概率密度演化的基本思想, 获得了结构动力可靠度分析的两种新方法^[13], 并发展了结构体系可靠度分析的新方法^[14]。在基于概率密度演化理论的结构动力可靠度分析中, 并不出现在基于跨越过程分析中的困难, 也避免了基于后向 Kolmogorov 方程求解动力可靠度时, 对多维系统无法求解的困境。同时, 在结构体系可靠度计算中, 由于基于非线性发展过程求解, 避免了经典结构体系可靠度分析中的相关性处理困境。可见, 概率密度演化理论提供了计算结构整体可靠度的工具。鉴于这一研究进展, 笔者在随机过程正交展开基础上^[15], 受文献^[16]的启发, 建立了平稳和非平稳地震动过程的正交展开-随机函数方法^[17-18], 实现了用一个基本随机变量来描述地震动过程的概率特性。本文进一步结合建筑抗震设计规范^[19], 建立符合建筑抗震设计所需的地震动概率模型, 并获得地震动过程的代表性样本集合, 进而与概率密度演化理论相结合, 可实现复杂工程结构的随机地震反应和抗震可靠度的精细化分析。

1 地震动过程的正交展开-随机函数方法

在地震工程中, 一般假定地震动加速度过程 $\{\ddot{X}_g(t), 0 \leq t \leq T\}$ 是一个零均值的二阶矩过程, 其近似的正交展开式^[15]:

$$\ddot{X}_g(t) \approx \sum_{n=1}^N \sqrt{\lambda_n} \xi_n f_n(t) \quad (1a)$$

$$f_n(t) = \sum_{k=1}^N \phi_{nk} \varphi_k(t) = \Phi_n^T \Psi(t) \quad (1b)$$

式中: $\ddot{X}_g(t)$ 为地震动加速度过程; N 为展开项数;

$\Psi(t) = \{\varphi_1(t), \varphi_2(t), \dots, \varphi_N(t)\}^T$ 为区间 $[0, T]$ 上标准三角函数基的前 N 个基函数所组成的正交函数集; ξ_n ($n=1, 2, \dots, N$) 为一组标准正交随机变量, 满足如下的基本条件:

$$E[\xi_n] = 0, \quad E[\xi_m \xi_n] = \delta_{mn} \quad (2)$$

其中: $E[\cdot]$ 为数学期望; δ_{mn} 为 Kronecker 记号。

在正交展开式(1)中, 特征值 λ_n ($n=1, 2, \dots, N$) 与标准特征向量 $\Phi_n = \{\phi_{n1}, \phi_{n2}, \dots, \phi_{nN}\}^T$ 应按特征值的大小依次递减排列, 且 λ_n 与 Φ_n 由相关矩阵 R 来计算:

$$R \Phi_n = \lambda_n \Phi_n, \quad \Phi_n^T \Phi_n = \delta_{nn} \quad (3)$$

而相关矩阵 $R = [r_{ij}]_{N \times N}$ 中元素的计算式为^[15]:

$$r_{ij} = \int_0^T \int_0^T R_{\ddot{X}_g}(t_1, t_2) \varphi_i(t_1) \varphi_j(t_2) dt_1 dt_2, \quad i, j = 1, 2, \dots, N \quad (4)$$

式中: $R_{\ddot{X}_g}(t_1, t_2) = E[\ddot{X}_g(t_1) \ddot{X}_g(t_2)]$ 为地震动加速度过程 $\ddot{X}_g(t)$ 的自相关函数; T 为地震动的持续时间。

于是, 地震动加速度过程模拟的均方相对误差可表示为^[15]:

$$\varepsilon(N) = 1 - \frac{\sum_{n=1}^N \lambda_n}{\int_0^T R_{\ddot{X}_g}(t, t) dt} \quad (5)$$

式中, 均方相对误差 $\varepsilon(N) \ll 1.0$, 对于地震动加速度过程, 本文建议其值不宜超过 0.05。

一般地, 若直接应用式(1)来模拟地震动加速度过程, 则需要模拟数百上千个标准正交随机变量 ξ_n ($n=1, 2, \dots, N$) 才能满足所需精度, 这必将增加工程结构随机地震反应分析的难度, 尤其是获取地震反应的概率密度函数。为此, 文献^[17]提出了随机函数思想, 将正交展开式(1)中的标准正交随机变量表达为一个基本随机变量的函数形式。

根据文献^[17], 假定标准正交随机变量的随机函数表达式为:

$$\xi_n = \text{cas}(n\Theta), \quad n=1, 2, \dots, N \quad (6)$$

式中: $\text{cas}(x) = \cos(x) + \sin(x)$ 为 Hartley 正交基函数; 基本随机变量 Θ 在区间 $[-\pi, \pi]$ 上均匀分布。可以验证^[17], 式(6)构造的一组标准正交随机变量满足式(2)的基本条件, 且其标准正交随机变量 ξ_n ($n=1, 2, \dots, N$) 是非高斯分布。

此外, 利用式(6)中的随机函数形式, 还可构造

一组高斯的标准正交(独立)随机变量^[16]:

$$\xi_n = \Phi^{-1} \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \arcsin \left(\frac{\cos(n\Theta)}{\sqrt{2}} \right) \right], \quad n=1,2,\dots,N \quad (7)$$

式中, Φ^{-1} 为标准高斯随机变量的分布函数 $\Phi(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^y \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) dt$ 的反函数。

2 非平稳地震动加速度过程的正交展开-随机函数模拟

在上述地震动加速度过程的正交展开-随机函数方法中, 首先需要由地震动加速度过程的自相关函数来计算相关矩阵 \mathbf{R} 的特征值 λ_n 和标准特征向量 Φ_n 。因此, 对于非平稳地震动加速度过程, 需要由演变功率谱密度函数来计算自相关函数。为简便之, 本文仅考虑均匀调制的非平稳地震动过程。

于是, 非平稳地震动加速度过程的演变功率谱密度函数(单边谱)可表示为^[18]:

$$S_{\ddot{x}_g}(t, \omega) = A^2(t)S(\omega) \quad (8)$$

式中: $S(\omega)$ 为平稳地震动加速度过程的功率谱密度函数; $A(t)$ 为确定性的强度调制函数, 可取为^[20]:

$$A(t) = at \exp(-bt) \quad (9)$$

其中: 参数 $a = 0.68 \text{ s}^{-1}$; $b = 0.25 \text{ s}^{-1}$ 。

在式(8)中, 可取平稳地震动加速度过程的功率谱密度函数(单边谱)^[20]:

$$S(\omega) = \frac{\omega_g^4 + 4\zeta_g^2 \omega_g^2 \omega^2}{(\omega^2 - \omega_g^2)^2 + 4\zeta_g^2 \omega_g^2 \omega^2} \cdot \frac{\omega^6}{\omega^6 + \omega_c^6} \cdot S_0 \quad (10)$$

式中: ω_g 和 ζ_g 分别为场地土的固有圆频率和阻尼比; ω_c 为低频截止频率; S_0 为谱强度因子, 可按下式计算:

$$S_0 = 2 \times \frac{\bar{a}_{\max}^2}{f^2 \pi \omega_g \left(2\zeta_g + \frac{1}{2\zeta_g} \right)} \quad (11)$$

其中: \bar{a}_{\max} 为随机地震动峰值加速度均值; f 为峰值因子。

根据 Wiener-Khinchine 定理, 平稳地震动加速度过程的自相关函数:

$$R(\tau) = S_0 \pi i \sum_{j=1}^5 R_j(\tau), \quad \tau = t_2 - t_1 \quad (12)$$

式中: i 为虚数单位; $R_j(\tau)$ ($j=1,2,\dots,5$) 为:

$$R_1(\tau) = \frac{\omega_g^4 + 4\zeta_g^2 \omega_g^2 \omega_1^2}{(\omega_1 - \omega_2)(\omega_1 - \omega_3)(\omega_1 - \omega_4)} \times \frac{\omega_1^6}{\omega_1^6 + \omega_c^6} \exp(i|\tau|\omega_1) \quad (13a)$$

$$R_2(\tau) = \frac{\omega_g^4 + 4\zeta_g^2 \omega_g^2 \omega_2^2}{(\omega_2 - \omega_1)(\omega_2 - \omega_3)(\omega_2 - \omega_4)} \times \frac{\omega_2^6}{\omega_2^6 + \omega_c^6} \exp(i|\tau|\omega_2) \quad (13b)$$

$$R_3(\tau) = \frac{\omega_g^4 + 4\zeta_g^2 \omega_g^2 \omega_5^2}{(\omega_5^2 - \omega_g^2)^2 + 4\zeta_g^2 \omega_g^2 \omega_5^2} \times \frac{\omega_5^6 \exp(i|\tau|\omega_5)}{(\omega_5 - \omega_6)(\omega_5 - \omega_7)(\omega_5 - \omega_8)(\omega_5 - \omega_9)(\omega_5 - \omega_{10})} \quad (13c)$$

$$R_4(\tau) = \frac{\omega_g^4 + 4\zeta_g^2 \omega_g^2 \omega_6^2}{(\omega_6^2 - \omega_g^2)^2 + 4\zeta_g^2 \omega_g^2 \omega_6^2} \times \frac{\omega_6^6 \exp(i|\tau|\omega_6)}{(\omega_6 - \omega_5)(\omega_6 - \omega_7)(\omega_6 - \omega_8)(\omega_6 - \omega_9)(\omega_6 - \omega_{10})} \quad (13d)$$

$$R_5(\tau) = \frac{\omega_g^4 + 4\zeta_g^2 \omega_g^2 \omega_7^2}{(\omega_7^2 - \omega_g^2)^2 + 4\zeta_g^2 \omega_g^2 \omega_7^2} \times \frac{\omega_7^6 \exp(i|\tau|\omega_7)}{(\omega_7 - \omega_5)(\omega_7 - \omega_6)(\omega_7 - \omega_8)(\omega_7 - \omega_9)(\omega_7 - \omega_{10})} \quad (13e)$$

其中:

$$\omega_1 = \sqrt{1 - \zeta_g^2} \omega_g + \zeta_g \omega_g i; \quad \omega_2 = -\sqrt{1 - \zeta_g^2} \omega_g + \zeta_g \omega_g i;$$

$$\omega_3 = \omega_1^*; \quad \omega_4 = \omega_2^*; \quad \omega_5 = \omega_c i; \quad \omega_6 = \frac{\sqrt{3}\omega_c}{2} + \frac{\omega_c}{2} i;$$

$$\omega_7 = -\frac{\sqrt{3}\omega_c}{2} + \frac{\omega_c}{2} i; \quad \omega_8 = \omega_5^*; \quad \omega_9 = \omega_6^*; \quad \omega_{10} = \omega_7^*;$$

符号“*”表示取共轭复数。

于是, 非平稳地震动加速度过程的自相关函数为:

$$R_{\ddot{x}_g}(t_1, t_2) = A(t_1)A(t_2)R(t_2 - t_1) \quad (14)$$

式中, $R(t_2 - t_1) = R(\tau)$ 为平稳地震动加速度过程的自相关函数, 即式(12)。

为了便于工程应用, 本文采用《建筑抗震设计规范》来确定非平稳地震动过程的概率模型参数值。在《建筑抗震设计规范》(GB50011-2010)^[19]中, 考虑场地类别为 III, 设计地震分组为第 1 组, 其特

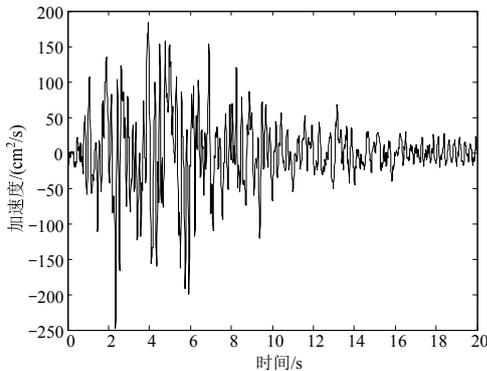
征周期为 0.45 s，在罕遇地震时，其特征周期应为 0.5 s，结构的阻尼比为 0.05，抗震设防烈度为 8 度，设计基本地震加速度为 0.2 g，其中 g 为重力加速度。对于上述非平稳地震动加速度过程的概率模型，参数 $\omega_g = 12.0 \text{ rad/s}$ ， $\zeta_g = 0.8$ ， $\omega_c = 2.0 \text{ rad/s}$ ， $f = 2.7$ ，设防地震时的峰值加速度均值 $\bar{a}_{\max} = 196 \text{ cm/s}^2$ ，罕遇地震时的峰值加速度均值 $\bar{a}_{\max} = 400 \text{ cm/s}^2$ 。

为了生成非平稳地震动加速度过程的代表性样本。首先，将均匀分布的基本随机变量 θ 在区间 $[-\pi, \pi]$ 上离散化，其离散代表点的计算公式^[17]：

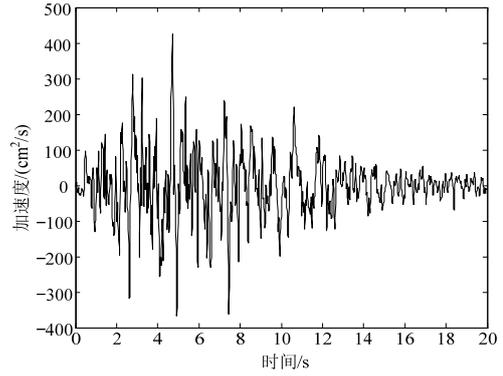
$$\theta_k = 0.01(k - 315) + 0.005, \quad k = 1, 2, \dots, 628 \quad (15)$$

从而，构成一个代表性离散点集 $\{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_{628}\}$ ，并计算离散代表点的赋得概率 P_k ($k = 1, 2, \dots, 628$)，显然 $\sum_{k=1}^{628} P_k = 1$ 。然后，将每一个离散代表点 θ_k ($k = 1, 2, \dots, 628$) 代入标准正交随机变量的随机函数表达式(6)或式(7)中，得到一组标准正交随机变量的离散点值。最后，将这组标准正交随机变量的离散点值代入正交展开式(1)中，即可生成非平稳地震动加速度过程的一个代表性样本时程，而代表性样本时程的出现概率即为相应离散代表点的赋得概率。同时，在地震动过程的正交展开-随机函数方法中，展开项数 $N = 600$ ，均方相对误差 $\varepsilon(N) = 4.8\%$ ，满足误差要求，地震动持续时间 $T = 20 \text{ s}$ ，时间步长 $\Delta t = 0.01 \text{ s}$ 。图 1 分别给出设防地震和罕遇地震作用的非高斯非平稳地震动加速度过程的代表性样本时程。

图 2 为 628 条地震动代表性样本的总体均值、标准差与目标均值、标准差的比较，从图中可知，628 条代表性样本的二阶统计值与目标值符合一致，这表明基本随机变量的离散点数可以满足二阶统计特性要求。



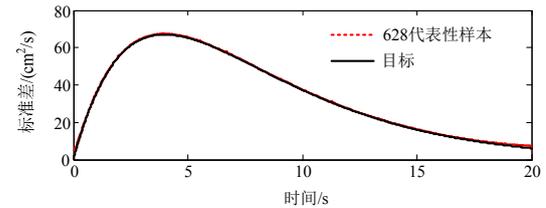
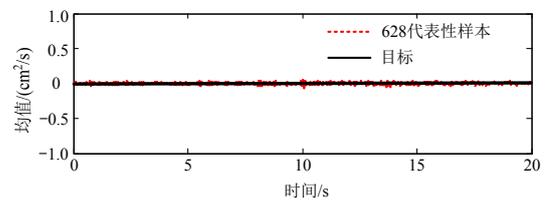
(a) 设防地震



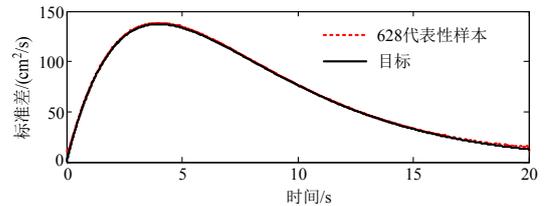
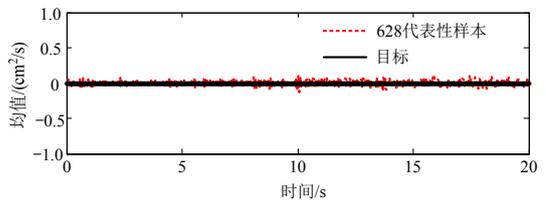
(b) 罕遇地震

图 1 非平稳地震动的代表性样本时程

Fig.1 Generated representative sample of non-stationary ground motion



(a) 设防地震

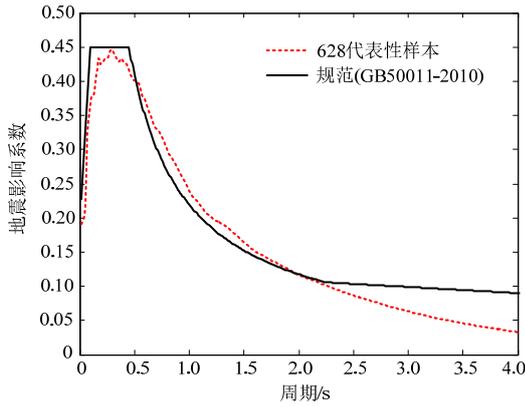


(b) 罕遇地震

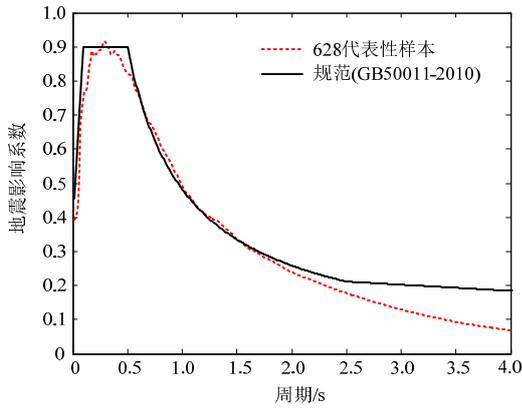
图 2 样本总体的均值、标准差与目标值比较

Fig.2 The mean and standard deviation of 628 samples' ensemble and target

图 3 为 628 条地震动代表性样本的均值反应谱曲线与规范反应谱曲线的比较，从图中可知，当结构的基本周期在 (0, 2.25] s 时，样本总体的均值反应谱曲线与规范反应谱曲线的符合程度较好，可以满足建筑抗震设计要求。



(a) 设防地震



(b) 罕遇地震

图3 样本总体的均值反应谱与规范比较

Fig.3 The mean response spectrum of 628 samples ensemble and the target spectrum

3 多自由度 Duffing 系统的随机地震反应

考察一个具有 Duffing 特性的 8 层剪切型钢筋混凝土框架结构, 底层层高 $h_1=5.0\text{ m}$, 其余层高 $h=4.0\text{ m}$, 如图 4 所示, 在随机地震作用下的运动方程为^[21]:

$$\ddot{X} + 2\xi_0\omega_0 E\dot{X} + \omega_0^2 E(X + \mu X^3) = G\ddot{X}_g(t) \quad (16)$$

式中: 参数 $\omega_0 = 10\pi\text{ rad/s}$, $\xi_0 = 0.05$, $\mu = 8.0\text{ m}^{-2}$; $\ddot{X}_g(t)$ 为地震动加速度过程, 如式(1)所示, 单位为 m/s^2 。 E 是一个 8×8 阶的常量矩阵:

$$E = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -1 & \cdots & 0 \\ & & & \ddots & & \\ 0 & \cdots & 0 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & \cdots & 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (17)$$

在式(16)中, 向量 X 、 X^3 及 G 分别为:

$$X = \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_8 \end{Bmatrix}, \quad X^3 = \begin{Bmatrix} X_1^3 \\ X_2^3 \\ \vdots \\ X_8^3 \end{Bmatrix}, \quad G = \begin{Bmatrix} -1 \\ \vdots \\ -1 \\ -1 \end{Bmatrix} \quad (18)$$

其中: $X_n/m (n=1,2,\dots,8)$ 表示第 n 层楼板的相对位移(相对于地面运动)。

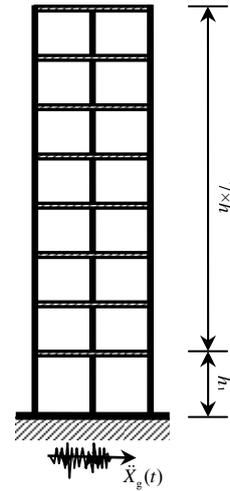


图4 结构计算简图

Fig.4 The model of structural analysis

对于上述物理上适定的随机动力系统, 式(16)的解答是存在且唯一的, 而且物理解答是基本随机向量 Θ 和时间 t 的函数, 即相对位移解答:

$$X = X(\Theta, t) \quad (19)$$

其分量形式可表示为:

$$X = X(\Theta, t) \quad (20)$$

这里, 为书写简便, 省去了 X_n 的下标记号。

根据文献[10]的推导, 广义密度演化方程为^[11]:

$$\frac{\partial p_{X\Theta}(x, \theta, t)}{\partial t} + \dot{X}(\theta, t) \cdot \frac{\partial p_{X\Theta}(x, \theta, t)}{\partial x} = 0 \quad (21)$$

式中: $p_{X\Theta}(x, \theta, t)$ 为 (X, Θ) 的联合概率密度函数; $\dot{X}(\theta, t)$ 为 $\{\Theta = \theta\}$ 条件下 $X(t)$ 的速度。

于是, 在获得联合概率密度函数 $p_{X\Theta}(x, \theta, t)$ 的基础上, 即可得到分量 $X(t)$ 的概率密度函数:

$$p_X(x, t) = \int_{\Omega_\Theta} p_{X\Theta}(x, \theta, t) d\theta \quad (22)$$

式中, Ω_Θ 为 Θ 的分布空间。

图 5 为设防地震作用下的顶层相对位移反应的的概率信息, 其中图 5(a)为地震反应的均值与标准差, 图 5(b)为典型时刻的概率密度函数。图 6 为罕遇地震作用下的顶层相对位移反应的的概率信息, 其中图

6(a)为均值与标准差,图 6(b)为典型时刻的概率密度函数。对比图 5(a)和图 6(a)可知,罕遇地震作用下的最大反应均值约是设防地震的 4.5 倍,而最大反应标准差约是设防地震的 2 倍。对比图 5(b)和图 6(b)可知,在罕遇地震作用下,不同时刻地震反应的概率密度函数变化明显,表明罕遇地震作用下反应的随机性更为显著。

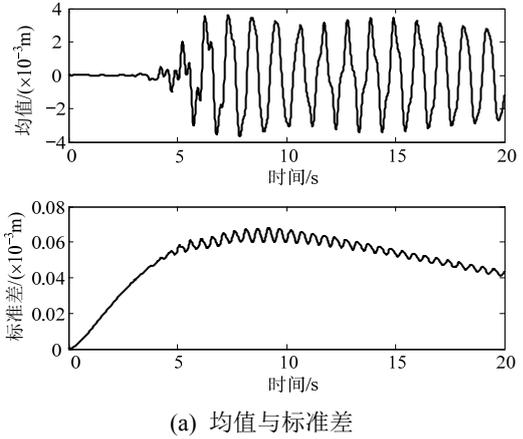


图 5 顶层相对位移反应的概率信息(设防地震)
Fig.5 The probabilistic information of the top floor displacement response under fortification earthquake

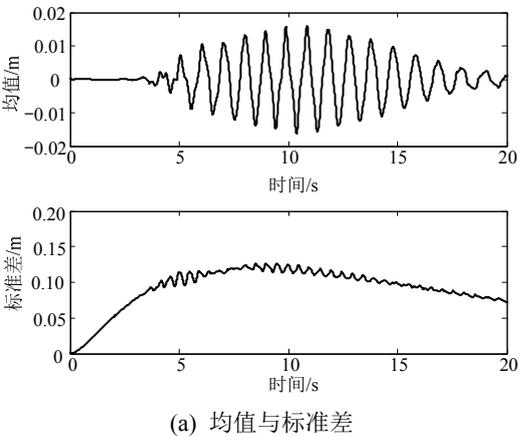


图 6 顶层相对位移反应的概率信息(罕遇地震)
Fig.6 The probabilistic information of the top floor displacement response under rare earthquake

4 多自由度 Duffing 系统的抗震可靠度分析

4.1 单一失效准则下的抗震可靠度

单一失效准则是指以框架结构中某一层的层间位移角超过限值 $[\phi_p]$,即认为结构失效:

$$R_{T,k} = \Pr \{ |\Delta X_k(t)| / h_k < [\phi_p], t \in [0, T] \} \quad (23)$$

式中: $R_{T,k}$ 是第 k 层层间位移角的抗震可靠度; $|\Delta X_k(t)|$ 是第 $(k-1)$ 层与第 k 层的层间位移,其中基底为第 0 层; h_k 是第 k 层的层间高度; $[\phi_p]$ 是层间位移角限值; T 为地震动的持续时间。

于是,构造每一层层间位移角的极值事件^[14]:

$$\bar{X}_{k,max} = \max_{t \in [0, T]} [|\Delta X_k(t)| / h_k] \quad (24)$$

显然,式(23)可改写为:

$$R_{T,k} = \Pr \{ \bar{X}_{k,max} < [\phi_p] \} \quad (25)$$

应用概率密度演化方法与等价极值事件思想^[14],在单一失效准则下,可以方便地计算剪切型框架结构的抗震可靠度。

4.2 结构整体抗震可靠度

结构整体失效准则是指在结构的所有层中只要某一层层间位移角超过限值 $[\phi_p]$,即认为结构失效:

$$R_T = \Pr \left\{ \bigcap_{k=1}^8 (|\Delta X_k(t)| / h_k < [\phi_p]), t \in [0, T] \right\} \quad (26)$$

根据等价极值事件思想^[14],可构造其等价极值事件为:

$$\bar{X}_{\max} = \max_{1 \leq k \leq 8} [\bar{X}_{k,\max}] \quad (27)$$

于是, 式(26)的等价形式可表示为:

$$R_T = \Pr \{ \bar{X}_{\max} < [\phi_p] \} \quad (28)$$

应用概率密度演化理论, 可以计算等价极值事件 \bar{X}_{\max} 的概率密度函数及其累积分布函数, 其中图 7 仅给出了设防地震和罕遇地震作用下框架结构的等价极值事件的累积分布函数, 根据累积分布函数即可获得给定限值 $[\phi_p]$ 下的结构整体抗震可靠度。

从图 7 可知, 当框架结构在设防地震作用下的整体抗震可靠度刚好达到 1.0(即完全可靠)时, 则对应的层间位移角限值为 0.019, 此时, 框架结构在罕遇地震作用下的整体抗震可靠度却为 0.6705。这表明, 即使框架结构在设防地震作用下是完全可靠的, 但在罕遇地震作用下结构整体失效的可能性却高达 32.95%。

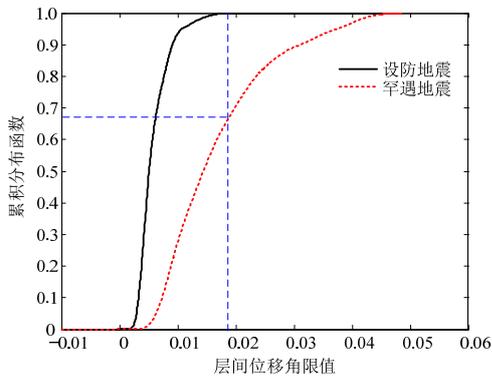


图 7 框架结构的整体抗震可靠度

Fig.7 The seismic global reliability of the frame structure

表 1 给出了层间位移角限值 $[\phi_p]$ 分别为 1/50 和 1/100 时, 按单一失效准则和整体失效准则计算的结构抗震可靠度。

表 1 8 层框架结构的抗震可靠度

Table 1 The seismic reliability of the multi-storey frame structure

失效准则	层间位移角限值 $[\phi_p]$			
	设防地震		罕遇地震	
	1/50	1/100	1/50	1/100
第 1 层	1.0000	0.9366	0.7078	0.2893
第 2 层	1.0000	0.9398	0.8427	0.2835
第 3 层	1.0000	0.9796	0.9327	0.4528
第 4 层	1.0000	0.9980	0.9874	0.5912
第 5 层	1.0000	1.0000	1.0000	0.7033
第 6 层	1.0000	1.0000	1.0000	0.8140
第 7 层	1.0000	1.0000	1.0000	0.7693
第 8 层	1.0000	1.0000	1.0000	0.9234
结构整体	1.0000	0.9357	0.7078	0.2752

从表 1 可知, 当层间位移角限值 $[\phi_p]=1/50$ 时, 按照结构整体失效准则计算的抗震可靠度与按单一失效准则计算的抗震可靠度相同, 这表明结构整体抗震可靠度与最弱链假设下的结构抗震可靠度等价, 所谓最弱链假设是指按单一失效准则计算的最小抗震可靠度即为结构整体抗震可靠度。当层间位移角限值 $[\phi_p]=1/100$ 时, 按照结构整体失效准则计算的抗震可靠度比按单一失效准则计算的抗震可靠度小, 这表明结构整体抗震可靠度与最弱链假设下的结构抗震可靠度并不等价。事实上, 仅在各个基本失效事件完全相关时, 两者才是等价的。可见, 层间位移角限值越大, 各基本失效事件趋于完全相关, 此时结构整体抗震可靠度与最弱链假设下的结构抗震可靠度趋于一致。

5 结论

应用随机过程的正交展开-随机函数方法, 根据国家《建筑抗震设计规范》(GB50011-2010), 建立了建筑抗震设计所用地震动过程的概率模型。同时, 结合概率密度演化理论, 进行了多自由度 Duffing 系统的随机地震反应分析与抗震可靠度计算。研究表明, 本文方法具有如下特点:

(1) 非平稳地震动过程的正交展开-随机函数方法较全面地反映了地震动的时域特性和频域特性, 如: 强度非平稳性、持续时间、场地类别、地震动峰值加速度、功率谱、反应谱。同时, 模型参数值能方便地由国家《建筑抗震设计规范》(GB50011-2010)来确定。

(2) 非平稳地震动过程的正交展开-随机函数方法可直接获取建筑抗震设计所用地震动的代表性样本集合, 进而能与最新发展的概率密度演化理论相结合, 可实现复杂工程结构的随机地震反应和抗震可靠度的精细化分析。

参考文献:

[1] 李桂青, 曹宏, 李秋胜. 结构动力可靠性理论及其应用[M]. 北京: 地震出版社, 1993: 48-52.
Li Guiqing, Cao Hong, Li Qiusheng. Structural dynamic reliability theory and its application [M]. Beijing: Seismological Press, 1993: 48-52. (in Chinese)

[2] 杨伟军, 张振浩. 基于连续 Markov 过程首超时间概率分析的结构动力可靠性研究[J]. 工程力学, 2011, 28(7): 124-129.
Yang Weijun, Zhang Zhenhao. Structural dynamic reliability study based on the probability analysis of

- first-passage time of continuous markov process [J]. *Engineering Mechanics*, 2011, 28(7): 124—129. (in Chinese)
- [3] Vanmarcke E H. Properties of spectral moments with applications to random vibration [J]. *Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE*, 1972, 98(EM2): 425—446.
- [4] Zhu W Q. Nonlinear stochastic dynamics and control in Hamiltonian formulation [J]. *Applied Mechanics Reviews*, 2006, 59(4): 230—248.
- [5] Goller B, Pradlwarter H J, Schuëller G I. Reliability assessment in structural dynamics [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2013, 332(10): 2488—2499.
- [6] Rubinstein R Y. *Simulation and the monte carlo method* [M]. New York: John Wiley & Sons, 1981: 119—160.
- [7] Au S K, Ching J, Beck J L. Application of subset simulation methods to reliability benchmark problems [J]. *Structural Safety*, 2007, 29(3): 183—193.
- [8] 徐瑞, 张加兴, 苏成. 非平稳随机激励下结构动力可靠度时域显式子集模拟法[J]. *工程力学*, 2013, 30(7): 28—33.
Xu Rui, Zhang Jiaxing, Su Cheng. Time-domain explicit formulation subset simulation method for dynamic reliability of structures subjected to non-stationary random excitations [J]. *Engineering Mechanics*, 2013, 30(7): 28—33. (in Chinese)
- [9] 黄宏伟, 陈建兵, 何军, 等. 工程结构可靠性与全过程风险控制[R]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2011.
Huang Hongwei, Chen Jianbing, He Jun, et al. *Reliability of engineering structure and the whole process of risk control* [R]. Beijing: China Architecture & Building Press, 2011. (in Chinese)
- [10] Li Jie, Chen Jianbing. *Stochastic dynamics of structures* [M]. Singapore: John Wiley & Sons Pte Ltd, 2009: 191—229.
- [11] 李杰, 陈建兵. 随机动力系统中的概率密度演化方程及其研究进展[J]. *力学进展*, 2010, 40(2): 170—188.
Li Jie, Chen Jianbing. Advances in the research on probability density evolution equations of stochastic dynamical systems [J]. *Advances in Mechanics*, 2010, 40(2): 170—188. (in Chinese)
- [12] 陈建兵, 李杰. 结构随机地震反应与可靠度的概率密度演化分析研究进展[J]. *工程力学*, 2014, 31(4): 1—9.
Chen Jianbing, Li Jie. Probability density evolution method for stochastic seismic response and reliability of structures [J]. *Engineering Mechanics*, 2014, 31(4): 1—9. (in Chinese)
- [13] Chen J B, Li J. The extreme value distribution and dynamic reliability analysis of nonlinear structures with uncertain parameters [J]. *Structural Safety*, 2007, 29(2): 77—93.
- [14] Li J, Chen J B, Fan W L. The equivalent extreme-value event and evaluation of the structural system reliability [J]. *Structural Safety*, 2007, 29(2): 112—131.
- [15] 李杰, 刘章军. 基于标准正交基的随机过程展开法[J]. *同济大学学报(自然科学版)*, 2006, 34(10): 1279—1283.
Li Jie, Liu Zhangjun. Expansion method of stochastic processes based on normalized orthogonal bases [J]. *Journal of Tongji University (Natural Science)*, 2006, 34(10): 1279—1283. (in Chinese)
- [16] 汤保新. 单源随机向量及其在随机分析中的应用[J]. *工程力学*, 2012, 29(12): 51—55.
Tang Baoxin. Monophyletic random vector and its application in stochastic analysis [J]. *Engineering Mechanics*, 2012, 29(12): 51—55. (in Chinese)
- [17] 刘章军, 万勇, 镇斌. 平稳地震动过程的正交展开-随机函数模型[J]. *应用基础与工程科学学报*, 2014, 22(2): 199—208.
Liu Zhangjun, Wan Yong, Zhen Bin. Simulation of stationary ground motion processes: hybrid orthogonal expansion and random function approach [J]. *Journal of Basic Science and Engineering*, 2014, 22(2): 199—208. (in Chinese)
- [18] 刘章军, 曾波, 周宜红, 等. 地震动过程的概率模型及在重力坝抗震可靠度分析中的应用[J]. *水利学报*, 2014, 45(9): 1066—1074.
Liu Zhangjun, Zeng Bo, Zhou Yihong, et al. Probabilistic model of ground motion processes and seismic dynamic reliability analysis of the gravity dam [J]. *Journal of Hydraulic Engineering*, 2014, 45(9): 1066—1074. (in Chinese)
- [19] GB50011-2010, 建筑抗震设计规范[S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2010.
GB50011-2010, Code for seismic design of buildings [S]. Beijing: China Architecture & Building Press, 2010. (in Chinese)
- [20] 胡聿贤. 地震工程学[M]. 北京: 地震出版社, 1988: 235—240.
Hu Yuxian. *Earthquake engineering* [M]. Beijing: Seismological Press, 1988: 235—240. (in Chinese)
- [21] Vasta M, Schuëller G I. Phase space reduction in stochastic dynamics [J]. *Journal of Engineering Mechanics*, 2000, 126(6): 626—632.