

文章编号: 1000-4750(2015)12-0084-06

电测法确定低强混凝土裂缝起裂和等效裂缝长度

徐世焯, 余秀丽, 李庆华

(浙江大学高性能建筑结构与材料研究所, 杭州 310058)

摘 要: 该文设计了 3 种低强度混凝土三点弯曲切口梁, 测试研究其双 K 断裂参数。试验中采用标距为 5 mm 和 10 mm 的应变片以半桥连接方式测量预制裂缝的起裂荷载, 比较其工作性, 发现应变片测量起裂荷载具有强度敏感性, 短标距应变片更适宜测量本试验用低强度混凝土的裂缝起裂。试验中另沿韧带方向布置 4 组半桥应变片, 根据各测点处拉应变回缩时的荷载与裂缝口张开位移, 计算裂缝发展至测点高度时刻的等效裂缝长度, 并与此时的实际缝长比较, 结果表明双 K 断裂模型在预测裂缝长度方面具有较好的适用性。

关键词: 混凝土; 双 K 断裂; 电测法; 应变片标距; 等效裂缝长度

中图分类号: TU502.6; TU528 文献标志码: A doi: 10.6052/j.issn.1000-4750.2014.05.0422

DETERMINATION OF CRACK INITIATION AND EQUIVALENT CRACK LENGTH OF LOW STRENGTH CONCRETE USING STRAIN GAUGES

XU Shi-lang, YU Xiu-li, LI Qing-hua

(Institute of Advanced Engineering Structures and Materials, Zhejiang University, Hangzhou 310058, China)

Abstract: The double- K fracture parameters of three low strength concretes are investigated using three point bending notched beams. In the tests, half-bridge strain gauges with lengths of 5 mm and 10 mm are used to determine the initial cracking load of the pre-cast cracks. Comparison of their workability results show that strain gauges are sensitive to material strengths and short ones are more suitable for low strength concrete. Four other half-bridge strain gauges are arranged along the fracture ligament. When the tensile strain of the gauge decreases, the factual crack has propagated to the measuring point. With the load and the crack mouth opening displacement at this moment, the corresponding equivalent crack length can be calculated and then compared with the actual one. Results show that double- K fracture model can be well applied to predict crack lengths in concrete.

Key words: concrete; double- K fracture; electrometric method; gauge length; equivalent crack length

混凝土是一种准脆性材料, 其构件裂缝尖端存在尺寸较大的断裂过程区, 因此断裂特性与金属材料相差较大。国内外研究表明, 混凝土中裂缝的发展可分为起裂、稳定扩展和失稳扩展等 3 个阶段^[1]。对于一般结构, 只需明确裂缝失稳的临界状态, 但对于混凝土高坝和混凝土压力容器等裂缝等级要求较高的结构, 判断裂缝起裂也十分必要。基于虚拟裂缝模型和弹性等效概念, 徐世焯等^[2]提出了以起裂韧度 K_{lc}^{ini} 和失稳断裂韧度 K_{lc}^{un} 为控制参数的双

K 断裂模型。若记裂缝尖端应力强度因子为 K , 则双 K 断裂准则可表达为: $K = K_{lc}^{ini}$, 裂缝起裂; $K_{lc}^{ini} < K < K_{lc}^{un}$, 裂缝稳定扩展; $K = K_{lc}^{un}$, 裂缝开始失稳扩展。

计算起裂韧度 K_{lc}^{ini} , 需确定起裂点从而测量起裂荷载 P_{ini} 。在现有测量手段中, 电测法是一种操作较为简单的方法。早在 1978 年, 电测法就被引入延性材料的起裂测量中, Kamath 等^[3]将电阻应变片横向粘贴于裂缝尖端后部并垂直于裂缝时, 其应

收稿日期: 2014-05-20; 修改日期: 2014-10-17

基金项目: 国家自然科学基金项目(51378461); 国家 973 计划课题项目(2013CB035901)

通讯作者: 李庆华(1981—), 女, 河北人, 副教授, 博士, 博导, 主要从事新型材料与新型结构、混凝土断裂力学方面研究(E-mail: liqinghua@zju.edu.cn).

作者简介: 徐世焯(1953—), 男, 湖北人, 教授, 博士, 博导, 主要从事混凝土断裂力学、新型材料与新型结构研究(E-mail: slxu@zju.edu.cn);

余秀丽(1991—), 女, 河南人, 硕士生, 主要从事混凝土断裂力学方面研究(E-mail: xiushanqingshui@163.com).

变会在增大到某个值后发生卸载,而极值点所对应的荷载与直流电位法和 R 阻力曲线法测得的起裂荷载一致。若将试件加载到应变到达极值后立即卸载,然后切取尖端样品用电镜扫描,发现在裂缝尖端确有微裂现象。2003年,赵志方^[4]首次将电测法应用于测量长江三峡泄洪坝混凝土裂缝的起裂荷载。试验时采取了三点弯曲切口梁和楔入劈拉试块等两种试件形式,收效均十分显著。由于测点布置避开了预制裂缝中心线,实验中可以完整地测到测点处的应变规律,信号不易中断。

电测法判断起裂的原理^[4]一般认为是:混凝土起裂前,裂缝尖端两侧产生拉应变,而且随着荷载增大而增加。当缝尖处拉应变达到峰值时,混凝土将因应力集中而开裂,表现为拉应变不再增加而荷载继续增大。混凝土开裂后,缝尖卸载,两侧变形也将得以释放从而应变值发生回缩。由于起裂前预制裂缝尖端两侧的应力状态对称,为放大输出信号,通常在裂缝尖端两侧对称布置两枚应变片并与两枚补偿片组成全桥来测量起裂荷载。在现有研究中,应变片标距多采用 10 mm 和 20 mm,两枚全桥工作片的间距为 20 mm 或等于最大骨料粒径。选用的应变片标距较短而非大于 3 倍骨料粒径,是因为测点附近应变梯度较大,而判断起裂不需要测试测点处的真实应变,只需测试应变回缩时的荷载。

2011年,国际结构与材料研究所联合会(RILEM)成立了确定混凝土双 K 断裂参数(TC-TDK)技术委员会,拟制定国际性规范化试验规程。在 TC-TDK 于 2013年5月提出的草案中,裂缝起裂点建议采用标距 10 mm、间距 20 mm 的全桥应变片测量。在支持该规程制定的相关循环试验中,笔者发现电测法测量起裂荷载具有材料强度敏感性,采用上述方法可以较好地测量高强度等级混凝土裂缝的起裂荷载,但对于低强度等级混凝土的适用性较差。为进一步验证以上结论并探索适宜测量低强度等级混凝土裂缝起裂荷载的应变片标距,本文对 3 组不同强度的预制切口三点弯曲梁进行断裂实验,采用标距为 5 mm 和 10 mm 的电阻应变片测量起裂荷载,比较其工作性。考虑到同面对比更具有可靠性,试件每个侧面的裂缝两侧分别布置有一枚 5 mm 和 10 mm 的电阻应变片并采用半桥连接方式。

双 K 断裂模型与早期等效弹性裂缝模型的区别之一,在于对等效裂缝的定义。双 K 断裂模型认为,混凝土的有效裂缝由应力为零的等效弹性自由裂

缝和可传递部分应力的等效弹性虚拟裂缝组成,引入线性渐进叠加假设后,临界等效裂缝长度可按照线弹性力学公式计算^[5]。早期等效弹性裂缝模型,以两参数断裂模型为例,认为裂缝稳定亚临界扩展中等效弹性裂缝长度对应的是裂缝口张开位移的弹性部分,因此其临界等效裂缝长度的计算公式看似与双 K 断裂模型一致,实际上相关柔度取的是峰值荷载处的卸载柔度^[6-7]。

本文在每个试件的预制裂缝延长线上布置了 4 组应变片,试图监测裂缝发展。若应变达到极值开始回缩,读取此时的荷载 P 和裂缝口张开位移 $CMOD$,计算等效裂缝长度并与真实值比较,研究双 K 断裂模型在预测裂缝长度方面的适用性。高淑玲等^[8]曾采用全桥接法的电阻应变片测量混凝土临界裂缝长度,但由于混凝土中存在粗骨料,实际裂缝发展时偏离预制缝延长线的可能性极大,延长线两侧对称位置处的应变并不对称。因此,本文的电阻应变片采用了半桥方式连接。

1 试验概况

1.1 试件制作

本次试验采用标准三点弯曲梁试件,初始缝高比 a_0/D 取为 0.4,此时裂纹尖端平行于裂纹表面的 T 应力约为 0,不会对混凝土断裂韧度的准确确定有影响^[9]。试件尺寸 $H \times B \times L$ 为 400 mm \times 240 mm \times 1800 mm,有效跨度 $S=1600$ mm。每组试件均有 6 个,全部试件按强度分三批浇筑完成,所用材料为商品混凝土,详细配比如表 1 所示。其中水泥为金园产 42.5 级普通硅酸盐水泥;粗骨料为中泰产碎石,最大粒径 25 mm;细骨料为河砂,最大粒径 5 mm。

表 1 混凝土配合比及抗压强度
Table 1 Concrete mixes and strengths

编号	水泥/ (kg/m ³)	水/ (kg/m ³)	石子/ (kg/m ³)	沙/ (kg/m ³)	粉煤灰/ (kg/m ³)	矿粉/ (kg/m ³)	减水剂/ (kg/m ³)	f_{cu} / MPa
C1	245	129.2	859	961.27	26	52	7.67	25.7
C2	298	129	879	811.44	49	54	8.97	28.8
C3	403	127	897	721	30	115	12.98	42.3

注: f_{cu} 代表立方体抗压强度。

试件浇筑时,利用端部呈 V 型的 3 mm 厚钢板制作预留缝。浇筑完成后用塑料膜覆盖试件,洒水养护 28 d 后拆模。试验测得的立方体抗压强度,如表 1 所示。

1.2 测试仪器

试验在 Instron100T 试验机上进行,采用量程

50 kN 的荷载传感器测量试验力, 裂缝口张开位移 ($CMOD$) 则由量程 4 mm 的夹式引伸计测量。加载时采用位移控制模式, 加载速度为 0.05 mm/min。测点及应变片布置如图 1 所示, 各工作片与粘贴在同一材料上的相应补偿片组成半桥电路进行测量。试验中所有数据通过 32 通道 IMC 自动采集。

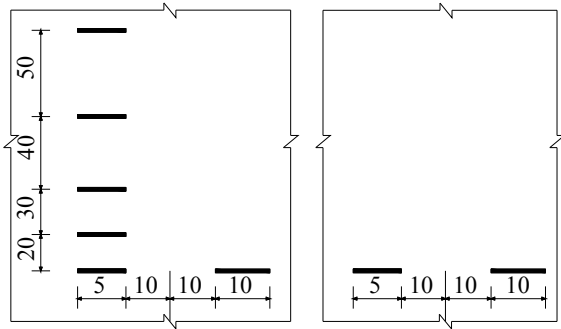


图 1 应变片布置方案 /mm

Fig.1 Distribution of strain gauges

2 试验结果

2.1 荷载-裂缝口张开位移($P-CMOD$)曲线

由于试件自重较大, 考虑对实际荷载 P 进行修正^[10], 根据修正前后跨中弯矩等效:

$$P = F + mg / 2 \quad (1)$$

其中: F 为测得的试验力; m 为支座间梁段自重; g 取 9.8 m/s^2 。

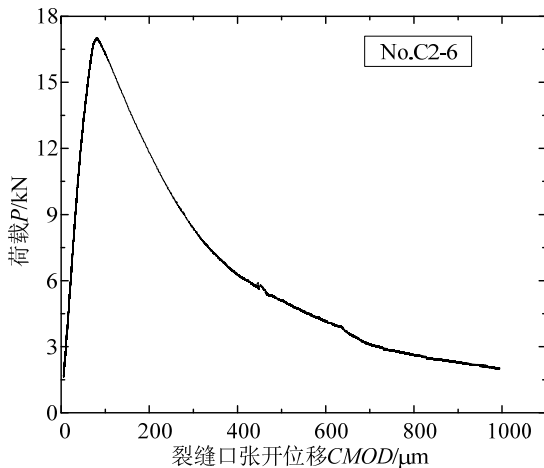


图 2 试件 C2-6 修正后的 $P-CMOD$ 曲线

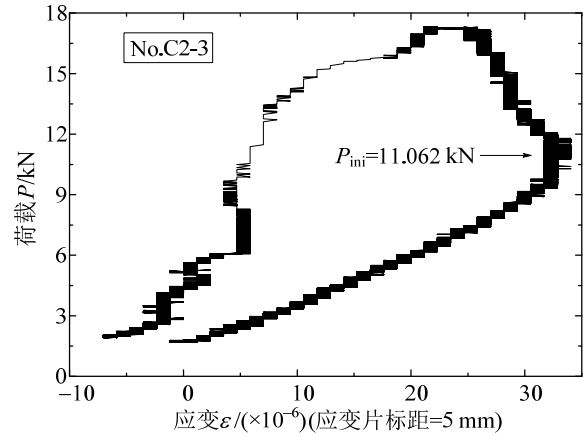
Fig.2 Modified $P-CMOD$ curve of C2-6

由于自重作用, 试件在加载前有初始裂缝口张开位移 $\Delta CMOD$, 所以应对试验测得的 $CMOD_1$ 进行修正^[11]。将最大荷载前的 $P-CMOD_1$ 曲线绘出, 用直尺确定线性段与非线性段的转折点, 然后对转折点之前的数据进行线性拟合, 得到斜率 k 与截距

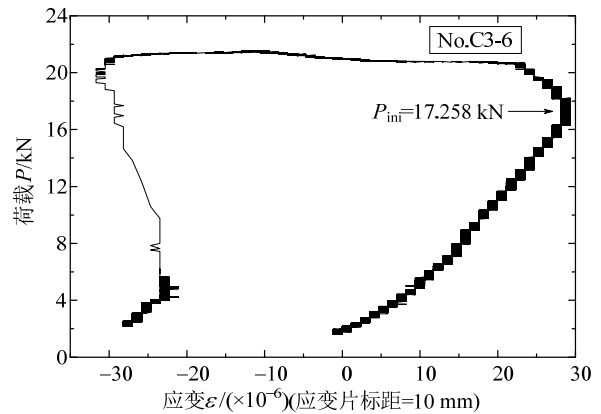
P_0 , 则 $\Delta CMOD = P_0 / k$, 而 $CMOD = \Delta CMOD + CMOD_1$ 。如图 2 所示为试件 C2-6 修正后的 $P-CMOD$ 曲线。

2.2 起裂荷载 P_{ini}

根据前文所述, 荷载-应变($P-\varepsilon$) 曲线上拉应变的极值点所对应荷载即为起裂 P_{ini} 。由于四枚应变片的标距和粘贴表面存有差异, 各自测量的起裂荷载会有所不同, 需结合 $P-CMOD$ 曲线进行判断。部分试件的 $P-\varepsilon$ 曲线, 如图 3 所示。



(a) 试件 C2-3 的 $P-\varepsilon$ 曲线



(b) 试件 C3-6 的 $P-\varepsilon$ 曲线

图 3 试件 C2-3 和 C3-6 的 $P-\varepsilon$ 曲线

Fig.3 $P-\varepsilon$ curves of C2-3 and C3-6

由于试件自重较大, 试验时需要用吊车将试件安装在加载装置上, 而吊装过程中试件预制裂缝尖端可能会损坏。部分试件在户外养护时被意外碰撞甚至推倒, 预制裂缝也可能在加载前损坏。当通过 $P-CMOD$ 曲线计算的试件弹性模量 E 低于该组平均值 15% 时, 认为试件初始裂缝在加载前已扩展。这时, 可取该组试件弹性模量的平均值 \bar{E} 作为损坏试件的真实弹性模量, 将其代入 E 的计算公式来反算初始裂缝长度, 并依据 $P-CMOD$ 曲线上线性段与非

线性段的转折点确定起裂荷载 P_{ini} 。

对于 C1 系列, 缝尖未损坏试件为 3 个, 其中 2 个试件的 P_{ini} 可由标距 5 mm 起裂应变片测得, 标距 10 mm 应变片工作性不稳定; 对于 C2 系列, 缝尖未损坏试件为 5 个, 其中 4 个试件的 P_{ini} 可由标距 5 mm 起裂应变片测得, 标距 10 mm 应变片工作性不稳定; 对于 C3 系列, 缝尖未损坏试件为 2 个, 其 P_{ini} 分别由标距 5 mm 和 10 mm 的起裂应变片测得。

缝尖处混凝土的极限拉应变随强度降低而减小, 由于应变片测量的是标距范围内的平均变形且

测点附近应力梯度较大, 标距 10 mm 应变片测得的最大拉应变值较小, 受应变片本身的测量误差和混凝土不均匀性影响更大, 回缩点难以寻找。此外, 应变片长度越长, 粘贴时越容易产生歪斜、气泡等瑕疵, 影响其最终工作性。结合前文试验结果, 认为标距 5 mm 的应变片比标距 10 mm 的应变片更适宜测量本试验用低强度混凝土的裂缝起裂荷载。但由于短标距应变片对骨料、水泥石和界面间刚度差异引起的应变差异更敏感^[12], 大骨料粒径低强混凝土的适宜应变片长度仍需进一步研究。

表 2 双 K 断裂参数计算结果

Table 2 Calculations of double-K fracture parameters

试件编号	a_0/m	P_{max}/kN	P_{ini}/kN	P_{ini}/P_{max}	$CMOD_c/\mu m$	E/GPa	a_c/m	$K_{lc}^{ini}/(MPa \cdot m^{1/2})$	$K_{lc}^{un}/(MPa \cdot m^{1/2})$
C1-1	0.181*	13.383	8.071	0.603	133.64	18.92	0.2135	0.497*	1.066
C1-2	0.185*	13.693	7.735	0.565	191.53	18.92	0.2349	0.498*	1.346
C1-3	0.160	13.750	9.830	0.715	100.07	20.09	0.1946	0.527	0.953
C1-4	0.160	12.925	7.870	0.609	100.72	17.00	0.1890	0.414	0.839
C1-5	0.160	13.538	8.226	0.608	126.10	19.66	0.2124	0.430*	1.051
Mean	—	—	—	—	—	18.92	—	0.473	1.051
S.D.	—	—	—	—	—	—	—	0.043	0.168
C.V.	—	—	—	—	—	—	—	0.092	0.160
C2-1	0.160	17.412	12.512	0.719	79.59	26.83	0.1839	0.653*	1.079
C2-2	0.159	14.105	9.721	0.689	122.02	22.52	0.2156	0.511	1.144
C2-3	0.158	17.303	11.062	0.639	95.58	24.17	0.1896	0.574	1.128
C2-4	0.159	15.246	10.088	0.662	113.88	24.46	0.2102	0.537	1.200
C2-6	0.160	17.000	11.790	0.694	81.40	24.53	0.1798	0.624	1.037
Mean	—	—	—	—	—	24.50	—	0.580	1.118
S.D.	—	—	—	—	—	—	—	0.053	0.056
C.V.	—	—	—	—	—	—	—	0.091	0.050
C3-1	0.183*	18.212	11.146	0.612	97.93	30.87	0.2046	0.696*	1.346
C3-4	0.162	22.081	17.232	0.780	76.60	31.83	0.1758	0.919	1.299
C3-6	0.160	21.513	17.258	0.802	81.36	29.91	0.1776	0.907	1.282
Mean	—	—	—	—	—	30.87	—	0.841	1.309
S.D.	—	—	—	—	—	—	—	0.102	0.027
C.V.	—	—	—	—	—	—	—	0.122	0.021

2.3 双 K 断裂参数计算

由于预制裂缝起裂前, 混凝土行为基本表现为线弹性, 所以可将起裂荷载 P_{ini} 和初始缝长 a_0 代入线弹性断裂力学(LEFM)公式, 直接计算起裂韧度 K_{lc}^{ini} 。对于三点弯曲梁, 其计算公式^[11]为:

$$K_{lc}^{ini} = \frac{1.5P_{ini}S}{D^2B} \sqrt{a_0} f\left(\frac{a_0}{D}\right) \quad (2)$$

其中函数项的计算公式为:

$$f\left(\frac{a_0}{D}\right) = \frac{1.99 - \frac{a_0}{D} \left(1 - \frac{a_0}{D}\right) \left[2.15 - 3.93 \frac{a_0}{D} + 2.7 \left(\frac{a_0}{D}\right)^2\right]}{\left(1 + 2 \frac{a_0}{D}\right) \left(1 - \frac{a_0}{D}\right)^{3/2}} \quad (3)$$

式(2)和式(3): S 为试件跨度; D 为试件高度; B 为试件宽度; a_0 为试件初始缝长。

引入线性渐进叠加假设后, 失稳断裂韧度 K_{lc}^{un} 也可通过将最大荷载 P_{max} 和临界等效裂缝长度 a_0 代入 LEFM 公式进行计算, 即:

$$K_{lc}^{un} = \frac{1.5P_{max}S}{D^2B} \sqrt{a_c} f\left(\frac{a_c}{D}\right) \quad (4)$$

其中, a_c 可通过徐世焱教授提出的如下经验公式^[13]计算:

$$a_c = \frac{2}{\pi} (D + H_0) \arctan \sqrt{\frac{BECMOD_c}{32.6P_{max}} - 0.1135} - H_0 \quad (5)$$

式中: $CMOD_c$ 为临界裂缝口张开位移; H_0 为夹

持夹式引伸计的刀口厚度；弹性模量 E 则通过 P - $CMOD$ 曲线的线性段斜率 k 确定：

$$E = \frac{k}{B} \left[3.7 + 32.6 \tan^2 \left(\frac{\pi a_0}{2D} \right) \right] \quad (6)$$

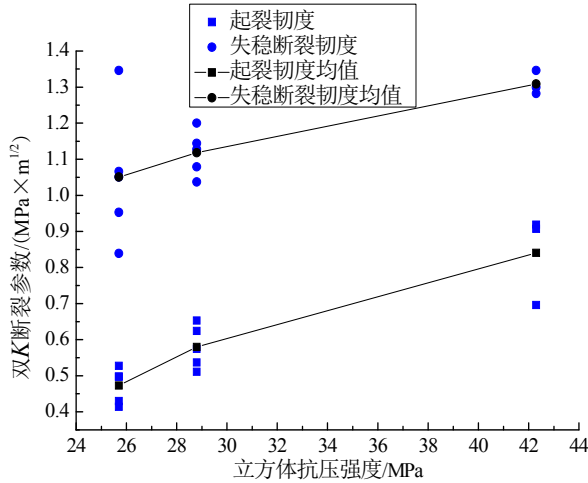


图4 双 K 断裂参数计算结果

Fig.4 Calculations of double- K fracture parameters

本次试验共浇筑 3 点弯曲梁 18 个，养护搬运过程中断掉 4 个。对剩余 14 个试件的试验数据按照上述方法计算，得到的 13 组有效双 K 断裂参数如表 2 和图 4 所示。

表 2 中带*标志的试件初始缝长为考虑损伤后反算得到，如前文 2.2 节所述，应按照曲线法测量其起裂荷载。所有带*标志的试件起裂初度为曲线法测得，与同组数据比较可知，电测法与曲线法测量起裂初度具有较好的一致性，各组试件的起裂初度和失稳断裂初度的离散度均在可接受范围内。由图 4 可见，双 K 断裂参数随混凝土强度增加而增大，而且起裂初度增长幅度较失稳断裂初度更大。

2.4 等效裂缝长度计算

根据电测法测量裂缝起裂原理，裂缝发展至应变片粘贴高度时，其拉应变值应发生回缩。读取此时的荷载 P_i 和裂缝口张开位移 $CMOD_i$ ，代入式(5)即可计算出此时的等效裂缝长度 a_i ，并与此时裂缝的实际长度比较，结果如表 3 所示。

由于试验装置刚度不足，试验测得的试件 P - $CMOD$ 曲线下降段并不理想。而且混凝土中存在粗骨料，使得裂缝扩展时具有一定宽度且极易偏离预制缝延长线，对于应变片测量起裂有不利影响。因此，本文中等效裂缝长度的计算具有一定的试验误差。尽管如此，由表 3 可见，双 K 断裂模型在预测实际裂缝长度方面，仍然具有相当的可靠性。

表 3 等效裂缝长度计算结果

Table 3 Calculations of equivalent crack lengths

试件编号	P_i /kN	$CMOD_i$ /μm	E /GPa	H/m	等效缝长 a_i/m	实际缝长 a_i^0/m	相对误差/(%)
C1-1	13.280	139.32	18.92	0.398	0.217	0.207	4.8
	10.031	330.50	18.92	0.398	0.288	0.297	-3.1
C1-2	11.578	98.43	18.92	0.396	0.201	0.211	-4.6
C1-4	10.810	173.22	17.00	0.399	0.239	0.250	-4.6
	6.581	314.66	17.00	0.399	0.299	0.300	-0.3
C1-5	12.455	229.51	19.66	0.400	0.257	0.250	2.8
C2-1	16.845	67.50	26.83	0.400	0.174	0.180	-3.2
	16.020	120.10	26.83	0.400	0.219	0.210	4.3
	13.802	179.80	26.83	0.400	0.255	0.250	1.9
C2-2	11.068	259.41	26.83	0.400	0.287	0.300	-4.2
	10.031	41.70	22.52	0.399	0.164	0.179	-8.5
	13.693	86.47	22.52	0.399	0.194	0.209	-7.1
	13.229	187.40	22.52	0.399	0.249	0.249	-0.2
C2-3	10.856	274.82	22.52	0.399	0.282	0.299	-5.8
	15.756	139.28	24.17	0.396	0.221	0.208	6.2
	15.343	147.10	24.17	0.396	0.226	0.248	-8.8
C2-4	10.753	230.97	24.17	0.396	0.275	0.298	-7.8
	14.782	67.68	24.46	0.396	0.175	0.179	-2.0
	14.885	96.11	24.46	0.396	0.200	0.209	-4.3
	12.925	173.59	24.46	0.396	0.248	0.249	-0.2
C2-6	12.151	187.80	24.46	0.396	0.257	0.299	-14.1
	15.607	65.05	24.53	0.398	0.170	0.180	-5.7
	15.813	111.25	24.53	0.398	0.207	0.210	-1.3
C3-1	14.627	136.84	24.53	0.398	0.227	0.250	-9.3
	11.171	216.44	24.53	0.398	0.271	0.300	-9.6
	17.594	134.18	30.87	0.398	0.228	0.207	10.3
C3-2	16.768	191.04	30.87	0.398	0.254	0.247	2.8
	13.313	309.74	30.87	0.398	0.293	0.297	-1.5
C3-4	16.717	81.23	30.87	0.400	0.198	0.205	-3.2
	14.241	335.68	30.87	0.400	0.295	0.295	-0.1
	21.359	68.82	31.83	0.399	0.170	0.182	-6.4
	18.883	138.47	31.83	0.399	0.228	0.212	7.7
C3-6	17.490	165.48	31.83	0.399	0.245	0.252	-2.8
	11.610	304.79	31.83	0.399	0.300	0.302	-0.6
	21.204	98.42	29.91	0.399	0.192	0.210	-8.4
C3-6	17.697	178.02	29.91	0.399	0.245	0.250	-2.1
	12.333	330.12	29.91	0.399	0.298	0.300	-0.5

3 结论

本文采用 3 点弯曲梁试验测定了 3 种低强度等级混凝土的双 K 断裂参数，分析了双 K 断裂参数随强度变化的规律。试验中采用标距 5 mm 和 10 mm 的短应变片以半桥连接方式测量预制裂缝起裂荷载，比较其工作性。根据电测法测量裂缝起裂原理，本文还计算了部分时刻试件的等效裂缝长度，并与真实值比较。所得结论如下：

(1) 双 K 断裂参数随混凝土强度增大而增大，且起裂初度的增长幅度高于失稳断裂初度，从断裂

力学的角度说明了混凝土随强度增大而脆性明显。

(2) 电测法测量裂缝起裂荷载具有强度敏感性, 标距 5 mm 的应变片比标距 10 mm 的应变片更适宜测量中小骨料低强度等级混凝土的裂缝起裂。

(3) 双 K 断裂模型中, 等效裂缝长度与实际裂缝长度相差基本不超过 10%, 体现了双 K 断裂模型在预测实际缝长方面的良好适用性。

参考文献:

- [1] 徐世焯. 混凝土断裂力学[M]. 北京: 科学出版社, 2011: 225—232.
Xu Shilang. Concrete Fracture Mechanics [M]. Beijing: Science Press, 2011: 225—232. (in Chinese)
- [2] Xu Shilang, Reinhardt H W. Determination of double- K criterion for crack propagation in quasi-brittle fracture Part I: Experimental investigation of crack propagation [J]. International Journal of Fracture, 1999, 98(2): 111—149.
- [3] Kamath M S, Neaves M J. A strain gauge method for detecting ductile crack initiation [J]. International Journal of Fracture, 1978, 14(4): R199—R204.
- [4] 赵志方. 基于裂缝粘聚力的大坝混凝土断裂特性研究[R]. 北京: 清华大学, 2004: 65—90.
Zhao Zhifang. Fracture behavior of dam concrete based on the cohesive stress [R]. Beijing: Tsinghua University, 2004: 65—90. (in Chinese)
- [5] Xu Shilang, Reinhardt H W. Determination of double- K criterion for crack propagation in quasi-brittle fracture, Part II: Analytical evaluating and practical measuring methods for three-point bending notched beams [J]. International Journal of Fracture, 1999, 98(2): 151—177.
- [6] Jenq Y S, Shah S P. Two parameter fracture model for concrete [J]. Journal of Engineering Mechanics, 1985, 111(10): 1227—1241.
- [7] Jenq Y S, Shah S P. A fracture toughness criterion for concrete [J]. Engineering Fracture Mechanics, 1985, 21(5): 1055—1069.
- [8] 高淑玲, 徐世焯. 电测法确定混凝土裂缝的临界长度[J]. 清华大学学报(自然科学版), 2007, 47(9): 1432—1434.
Gao Shuling, Xu Shilang. Critical concrete crack length determination using strain gauges [J]. Journal of Tsinghua University (Science and Technology Edition), 2007, 47(9): 1432—1434. (in Chinese)
- [9] 赵艳华, 刘津, 甘楠楠. 三点弯曲切口梁 T 应力的确定[J]. 工程力学, 2013, 30(10): 14—18, 27.
Zhao Yanhua, Liu Jin, Gan Nannan. Determination of T-Stress for three-point bending notched beams [J]. Engineering Mechanics, 2013, 30(10): 14—18, 27. (in Chinese)
- [10] 徐世焯, 张秀芳, 郑爽. 小骨料混凝土双 K 断裂参数的试验测定[J]. 水利学报, 2006, 37(5): 543—553.
Xu Shilang, Zhang Xiufang, Zheng Shuang. Experimental measurement of double- K fracture parameters of concrete with small size aggregate [J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2006, 37(5): 543—553. (in Chinese)
- [11] Tada H, Paris P H, Irwin G R. The Analysis of Cracks Handbook [M]. New York: ASME Press, 2000: 58—58.
- [12] Ross B E, Hamilton H R. Evaluation of strain gage lengths for testing limestone and granite aggregate concretes [J]. Construction and Building Materials, 2011, 25: 406—408.
- [13] Xu Shilang, Reinhardt H W. A simplified method for determining double- K fracture parameters for three-point bending tests [J]. International Journal of Fracture, 2000, 104(2): 181—209.