

文章编号 1004-924X(2015)09-2522-11

## 并联式六维加速度传感器的误差及容错处理

尤晶晶<sup>1\*</sup>, 李成刚<sup>2</sup>, 吴洪涛<sup>2</sup>, 申景金<sup>3</sup>

(1. 南京林业大学 机械电子工程学院, 江苏 南京 210037;

2. 南京航空航天大学 机电学院, 江苏 南京 210016;

3. 南京邮电大学 自动化学院, 江苏 南京 210046)

**摘要:**基于解耦算法研究了并联式六维加速度传感器的误差特性和容错策略。通过引入“辅助角速度”的概念,并借助于四元数将旋转参量扩展至四维空间,得到了两个形式简单的递推公式,实现了六维加速度的完全解耦。通过剖析解耦机理,找到了影响解耦精度的 3 类误差源,并分析了它们的产生原因。通过构建辅助角速度误差与源误差、输出误差之间的映射关系,推导出了 3 组基本误差方程的解析表达式,据此揭示了各误差因素的影响规律。仿真试验与数学推导的结果吻合得较好,验证了误差方程及规律的有效性。从尺度约束的角度挖掘出弹性体拓扑构型中隐藏的变形协调条件,推导出了 3 个力协调方程,由此给出了一种可解决 93 个组合故障问题的容错处理方案。样机试验结果显示,局部支链出现故障后重构系统的综合解耦误差不超过 8.5%,基本满足测量要求,验证了容错处理方案的可行性,同时也表明并联式六维加速度传感器具备一定的鲁棒性。

**关键词:**六维加速度传感器;解耦;误差;敏感度;容错处理;鲁棒性

**中图分类号:**TP212.12;TH825 **文献标识码:**A **doi:**10.3788/OPE.20152309.2522

## Error and fault-tolerant processing of parallel type six-axis accelerometer

YOU Jing-jing<sup>1</sup>, LI Cheng-gang<sup>2</sup>, WU Hong-tao<sup>2</sup>, SHEN Jing-jin<sup>3</sup>

(1. College of Mechanical and Electronical Engineering,  
Nanjing Forestry University, Nanjing 210037, China;

2. College of Mechanical and Electrical Engineering,  
Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China;

3. College of Automation, Nanjing University of Posts  
and Telecommunications, Nanjing 210046, China)

\* Corresponding author, E-mail: youjingjing251010@126.com

**Abstract:** On the basis of decoupling algorithm, the error characteristics and fault-tolerance strategy of a parallel type six-axis accelerometer were researched. By introducing an aided angular velocity and using quaternion to describe rotation parameters in a four-dimensional space, two explicit recursive formulas with simple forms were obtained, and six-axis accelerations were entirely decoupled. By analyzing the decoupling mechanism, three kinds of error sources affecting the decoupling precision

**收稿日期:**2015-03-05; **修订日期:**2015-04-10.

**基金项目:**国家自然科学基金资助项目(No. 51405237);江苏省高校自然科学研究计划资助项目(No. 14KJB460020);南京林业大学高学历人才基金资助项目(No. GXL2014045)

were obtained, and the reasons that cause the error were analyzed. By establishing the mapping relations between the error of aided angular velocity, source errors and output errors, the analytical expressions of the basic error equations were derived, and then the influence rules of error components were revealed. The verification experiment shows that the mathematical results are well consistent with the simulation ones in ADAMS, and the relative error between them is acceptable. Three force coordination equations were derived by establishing the hidden deformation compatibility conditions of elastomeric topological configuration, and then a fault-tolerant processing scheme was proposed to solve 93 combined failures. Experimental results indicate that the maximum relative error is 8.5% after using the new algorithm to decouple the six-axis acceleration of the systems with partial failures, which meets the accuracy requirements. Above results verify that the influence rules of errors and the scheme of fault-tolerant processing are both correct and feasible, and also demonstrate that the parallel type six-axis accelerometer has some level of robustness.

**Key words:** six-axis accelerometer; decoupling; error; sensitivity; fault-tolerant processing; robustness

## 1 引言

穿戴式跌倒检测系统由于不受场地、隐私等因素的限制而得到越来越多的关注<sup>[1]</sup>。然而,研究过程中暴露出的漏判、误判等问题严重阻碍了系统的实用化进程<sup>[2]</sup>,其技术瓶颈在于现有的前端传感单元与后续识别模块不匹配。理想的跌倒传感单元应具备结构紧凑、安装精度要求低、加速度参量完整、解算效率高、解耦精度高和故障修复能力强等6个特点。除此之外,在光学防抖<sup>[3]</sup>、惯性导航<sup>[4]</sup>、机器人控制<sup>[5]</sup>等领域都迫切需要能够同时满足以上特点的惯性传感器,以便实时获取载体加速度信息。

位形空间内物体的自由度为6,对应的加速度包括三维线加速度和三维角加速度。传统方法<sup>[6-7]</sup>采用由6个单维加速度计或陀螺仪构成的组合式传感器分别测量加速度的6个分量,存在尺度效应严重、横向灵敏度高缺陷。鉴于此,越来越多的学者致力于研究基于单惯性质量块的一体化构型六维加速度传感器,其主要包括弹簧光电式<sup>[8]</sup>、静电悬浮式<sup>[9]</sup>、并联式<sup>[10-13]</sup>等类型。

目前关于六维加速度传感器的研究<sup>[8-16]</sup>主要围绕上文谈及的6个特点中的前4个特点展开,而专门针对后2个特点(解耦精度高、故障修复能力强)的论证和分析较少。其主要难点为:(1)六维加速度传感器属于多输入多输出类系统,参量之间强非线性耦合,直接对动力学方程中的输入

量进行变分运算,难以获得输出误差的封闭解,不能针对具体工作要求下的测量误差实施定量评估和在线补偿;(2)六维加速度传感器中敏感元件和惯性质量块的布局方式比较复杂,且难以直接从解耦算法中提炼出对应参量之间的内在联系,因此,系统内的局部故障得不到及时地诊断和修复。

本文以并联式六维加速度传感器为例,对其误差和容错进行探索。定义了虚拟物理量“辅助角速度”,并以此为中间参量推导了误差方程及敏感度的解析表达式。揭示的误差影响规律,可用于指导解耦精度的进一步提高;也为未来实现组合测量系统的滤波分析<sup>[17-19]</sup>奠定了理论基础,有利于解决惯性传感器的误差累积问题。从机构拓扑学的角度对传感器的弹性体构型进行了剖析,挖掘出变形协调条件,给出了一种基于力协调方程的容错处理方案。样机试验结果表明,该方案可以保证局部支链出现故障时,系统依然能够“带病”正常工作。本文的结果可为其它型式多维传感器的误差及故障的研究提供参考。

## 2 六维加速度传感器的误差影响

### 2.1 位形空间内的解耦算法

图1所示为并联式六维加速度传感器的原理样机,主要零部件包括质量块(质量为 $m$ 、半边长为 $n$ )、外壳、压电陶瓷、复合弹性球铰链、弹性球铰链,等,数字①~⑨对应于支链序号。当外壳上作用加速度时,质量块在广义惯性力下压缩或拉伸串接在

9 条支链上的压电陶瓷,其轴向力用  $f_i$  表示。考虑到压电陶瓷的刚度较大<sup>[13]</sup>,质量块与外壳的运动特征量可近似视作相等。质量块质心的绝对线加速度矢量  $\mathbf{a}$  以及质量块的绝对角加速度矢量  $\boldsymbol{\varepsilon}$  就共同构成了传感器待测的六维加速度。

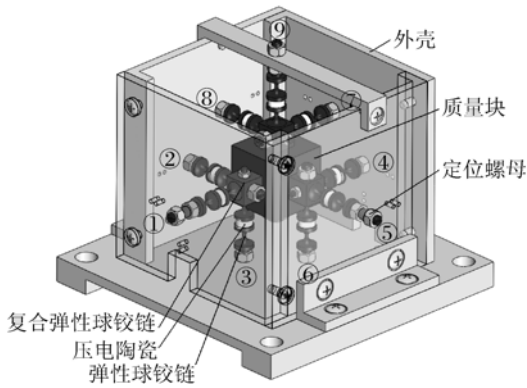


图 1 并联式六维加速度传感器的原理样机

Fig. 1 Principle prototype of parallel type six-axis accelerometer

将惯性参考系的坐标原点设定在零位状态下质量块的质心处,3 个正交坐标轴分别沿着支链⑨、⑤和①的反方向。传感器工作过程中,质量块的绝对姿态可以用关于四元数的四维旋转矩阵  $\mathbf{R}$  表示:

$$\mathbf{R} = (\bar{\boldsymbol{\Lambda}})^T \mathbf{A}^+ \quad (1)$$

式中:

$$\bar{\boldsymbol{\Lambda}} = \begin{pmatrix} \lambda_0 & \lambda_3 & -\lambda_2 & \lambda_1 \\ -\lambda_3 & \lambda_0 & \lambda_1 & \lambda_2 \\ \lambda_2 & -\lambda_1 & \lambda_0 & \lambda_3 \\ -\lambda_1 & -\lambda_2 & -\lambda_3 & \lambda_0 \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{A}^+ = \begin{pmatrix} \lambda_0 & -\lambda_3 & \lambda_2 & \lambda_1 \\ \lambda_3 & \lambda_0 & -\lambda_1 & \lambda_2 \\ -\lambda_2 & \lambda_1 & \lambda_0 & \lambda_3 \\ -\lambda_1 & -\lambda_2 & -\lambda_3 & \lambda_0 \end{pmatrix},$$

其中:  $\lambda_0$  为四元数的实部,  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$  为虚部。

运用 Newton-Euler 法构建系统的动力学方程:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{a} \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{m} \mathbf{R} \begin{pmatrix} -f_3 - f_6 + f_9 \\ -f_2 + f_5 - f_8 \\ f_1 - f_4 - f_7 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{g} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (2)$$

$$\begin{pmatrix} \boldsymbol{\varepsilon} \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{3}{2mn} \mathbf{R} \begin{pmatrix} -f_2 + f_4 \\ f_3 - f_7 \\ -f_6 + f_8 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (3)$$

式中:  $\mathbf{g}$  为测量当地的重力加速度值。

引入辅助角速度  $\boldsymbol{\omega}^*$ , 使其满足式(4), 其物理本质是质量块的绝对角速度在外壳连体坐标系中的投影:

$$\begin{pmatrix} \boldsymbol{\omega} \\ 0 \end{pmatrix} = \mathbf{R} \begin{pmatrix} \boldsymbol{\omega}^* \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (4)$$

式中:  $\boldsymbol{\omega}$  为质量块的绝对角速度, 可以用姿态四元数及其对时间的一阶导数描述:

$$\begin{pmatrix} \boldsymbol{\omega} \\ 0 \end{pmatrix} = 2 (\bar{\boldsymbol{\Lambda}})^T (\dot{\lambda}_1, \dot{\lambda}_2, \dot{\lambda}_3, \dot{\lambda}_0)^T. \quad (5)$$

将式(4)的等号两边同时对时间求导:

$$\begin{pmatrix} \boldsymbol{\varepsilon} \\ 0 \end{pmatrix} = \dot{\mathbf{R}} \begin{pmatrix} \boldsymbol{\omega}^* \\ 0 \end{pmatrix} + \mathbf{R} \begin{pmatrix} \dot{\boldsymbol{\omega}}^* \\ 0 \end{pmatrix} = \mathbf{R} \begin{pmatrix} \dot{\boldsymbol{\omega}}^* \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (6)$$

综合式(3)和(6):

$$\dot{\boldsymbol{\omega}}^* = \frac{3}{2mn} \begin{pmatrix} -f_2 + f_4 \\ f_3 - f_7 \\ -f_6 + f_8 \end{pmatrix}. \quad (7)$$

综合式(1)、(4)、(5):

$$(\dot{\lambda}_1, \dot{\lambda}_2, \dot{\lambda}_3, \dot{\lambda}_0)^T = \frac{1}{2} \mathbf{A}^+ \begin{pmatrix} \dot{\boldsymbol{\omega}}^* \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (8)$$

六维加速度传感器的外壳一般是由静止开始运动, 不妨假设零时刻的运动特征参量为:

$$\begin{cases} \bar{\boldsymbol{\omega}}_{(0)}^* = (0, 0, 0)^T \\ (\bar{\lambda}_{1(0)}, \bar{\lambda}_{2(0)}, \bar{\lambda}_{3(0)}, \bar{\lambda}_{0(0)}) = (0, 0, 0, 1) \end{cases}, \quad (9)$$

式中: 上标“ $-$ ”表示对应矢量或标量的初值。

基于改进的欧拉算法<sup>[11]</sup>, 列出第  $N$  个采样时刻的运动参量关于当前时刻敏感元件的测量值以及前一时刻运动参量的数值递推公式:

$$\boldsymbol{\omega}_{(N)}^* = \boldsymbol{\omega}_{(N-1)}^* + \frac{h}{2} (\dot{\boldsymbol{\omega}}_{(N-1)}^* + \dot{\boldsymbol{\omega}}_{(N)}^*), \quad (10)$$

$$\begin{pmatrix} \lambda_{1(N)} \\ \lambda_{2(N)} \\ \lambda_{3(N)} \\ \lambda_{0(N)} \end{pmatrix} = \mathbf{A}_{(N-1)}^+ \begin{pmatrix} \frac{h}{4} (\boldsymbol{\omega}_{(N)}^* + \boldsymbol{\omega}_{(N-1)}^*) + \frac{h^2}{8} \boldsymbol{\omega}_{(N-1)}^* \times \boldsymbol{\omega}_{(N)}^* \\ 1 - \frac{h^2}{8} \boldsymbol{\omega}_{(N-1)}^* \cdot \boldsymbol{\omega}_{(N)}^* \end{pmatrix}, \quad (11)$$

式中:  $h$  为采样步长; 右下标为  $(N-1)$  和  $(N)$  的矢量分别对应第  $N-1$  个、第  $N$  个采样时刻的值。

将式(10)代入(11):

$$(\lambda_{1(N)}, \lambda_{2(N)}, \lambda_{3(N)}, \lambda_{0(N)})^T = \mathbf{A}_{(N-1)}^+ \mathbf{W}_{(N)}. \quad (12)$$

式中:

$$\mathbf{W}_{(N)} = \begin{bmatrix} \frac{h^2}{8} \left[ \frac{4}{h} \boldsymbol{\omega}_{(N-1)}^* + \dot{\boldsymbol{\omega}}_{(N-1)}^* + \dot{\boldsymbol{\omega}}_{(N)}^* \right] + \frac{h^3}{16} \boldsymbol{\omega}_{(N-1)}^* \times (\dot{\boldsymbol{\omega}}_{(N-1)}^* + \dot{\boldsymbol{\omega}}_{(N)}^*) \\ 1 - \frac{h^3}{16} \boldsymbol{\omega}_{(N-1)}^* \cdot \left[ \frac{2}{h} \boldsymbol{\omega}_{(N-1)}^* + \dot{\boldsymbol{\omega}}_{(N-1)}^* + \dot{\boldsymbol{\omega}}_{(N)}^* \right] \end{bmatrix}$$

将四元数计算结果代入式(1),得到旋转矩阵  $\mathbf{R}$ ;再将  $\mathbf{R}$ 、 $f_i$ 代入式(2)和(3),得到待测的六维加速度  $(\mathbf{a}, \boldsymbol{\varepsilon})$ 。

### 2.2 解耦算法中的误差源

六维加速度的完全解耦过程如图 2 所示。

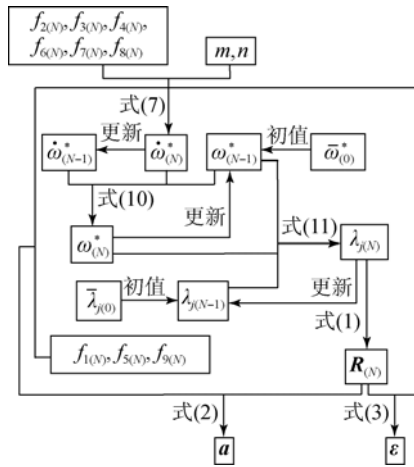


图 2 六维加速度完全解耦的基本流程

Fig. 2 Decoupling process of six-axis accelerations entirely

由图 2 看出,解耦系统的输入量由敏感元件的输出轴向力、初始时刻的辅助角速度和姿态四元数,以及解耦参数构成。它们均存在一定的偏差,且伴随着参量传递最终影响到输出加速度。因此,并联式六维加速度传感器解耦算法中的误差源主要包括:(I)敏感元件的输出误差,(II)初始时刻的对准误差,(III)解耦参数的辨识误差。它们之间满足叠加效应。

考虑到线加速度和角加速度的量纲、数量级不同,将它们的解耦误差分开讨论,并将误差值定义为对应矢量的谱范数:

$$\begin{bmatrix} \delta \mathbf{a}_{(N)} \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{m} (\mathbf{R}_{(N)} + \delta \mathbf{R}_{(N)}) \cdot \begin{bmatrix} -\delta f_{3(N)} - \delta f_{6(N)} + \delta f_{9(N)} \\ -\delta f_{2(N)} + \delta f_{5(N)} - \delta f_{8(N)} \\ \delta f_{1(N)} - \delta f_{4(N)} - \delta f_{7(N)} \\ 0 \end{bmatrix} + \delta \mathbf{R}_{(N)} \mathbf{R}_{(N)}^T \begin{bmatrix} \mathbf{a}'_{(N)} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (18)$$

$$\begin{cases} \|\delta \mathbf{a}_{(N)}\| = \sqrt{\delta \mathbf{a}_{(N)} \cdot \delta \mathbf{a}_{(N)}} \\ \|\delta \boldsymbol{\varepsilon}_{(N)}\| = \sqrt{\delta \boldsymbol{\varepsilon}_{(N)} \cdot \delta \boldsymbol{\varepsilon}_{(N)}} \end{cases} \quad (13)$$

### 2.3 误差源 (I) 对应的误差方程

从流程图 2 可以看出,待测线加速度与全部支链的轴向力有关,而角加速度只与支链②、③、④、⑥、⑦、⑧的轴向力有关。支链轴向力由敏感元件的输出电荷量正比例转化而来,测量时涉入的外界噪声以及去趋势项、数字滤波、阻抗变换等信号调理过程都会导致其发生一定的偏差,这正是误差源 (I) 产生的根本原因。假设误差源 (II)、(III)得到了有效控制,解耦算法中仅存在误差源 (I),对应的误差集合记为:  $\{\delta f_{1(N)}, \delta f_{2(N)}, \delta f_{3(N)}, \delta f_{4(N)}, \delta f_{5(N)}, \delta f_{6(N)}, \delta f_{7(N)}, \delta f_{8(N)}, \delta f_{9(N)}\}$ 。则式(7)可改写成:

$$\dot{\boldsymbol{\omega}}_{(N)}^* + \ddot{\boldsymbol{\omega}}_{(N)}^* = \frac{3}{2mn} \begin{bmatrix} -f_{2(N)} - \delta f_{2(N)} + f_{4(N)} + \delta f_{4(N)} \\ f_{3(N)} + \delta f_{3(N)} - f_{7(N)} - \delta f_{7(N)} \\ -f_{6(N)} - \delta f_{6(N)} + f_{8(N)} + \delta f_{8(N)} \end{bmatrix} \quad (14)$$

式(14)减去式(7):

$$\delta \dot{\boldsymbol{\omega}}_{(N)}^* = \frac{3}{2mn} \begin{bmatrix} -\delta f_{2(N)} + \delta f_{4(N)} \\ \delta f_{3(N)} - \delta f_{7(N)} \\ -\delta f_{6(N)} + \delta f_{8(N)} \end{bmatrix} \quad (15)$$

运用同样的处理方法,分别列出式(12)、(1)、(2)、(3)对应的误差方程:

$$(\delta \lambda_{1(N)}, \delta \lambda_{2(N)}, \delta \lambda_{3(N)}, \delta \lambda_{0(N)})^T = \mathbf{\Lambda}_{(N-1)}^+ \delta \mathbf{W}_{(N)}, \quad (16)$$

$$\delta \mathbf{R}_{(N)} = (\mathbf{\Lambda}_{(N)}^-)^T \delta \mathbf{\Lambda}_{(N)}^+ + (\delta \mathbf{\Lambda}_{(N)}^-)^T \mathbf{\Lambda}_{(N)}^+ + (\delta \mathbf{\Lambda}_{(N)}^-)^T \delta \mathbf{\Lambda}_{(N)}^+, \quad (17)$$

$$\begin{pmatrix} \delta \mathbf{e}_{(N)} \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{3}{2mn} (\mathbf{R}_{(N)} + \delta \mathbf{R}_{(N)}) \cdot \begin{pmatrix} -\delta f_{2(N)} + \delta f_{4(N)} \\ \delta f_{3(N)} - \delta f_{7(N)} \\ -\delta f_{6(N)} + \delta f_{8(N)} \\ 0 \end{pmatrix} + \delta \mathbf{R}_{(N)} \mathbf{R}_{(N)}^T \begin{pmatrix} \mathbf{e}_{(N)} \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (19)$$

式中:

$$\delta \mathbf{W}_{(N)} = \begin{pmatrix} \frac{h^2}{8} \delta \dot{\boldsymbol{\omega}}_{(N)}^* + \frac{h^3}{16} \boldsymbol{\omega}_{(N-1)}^* \times \delta \dot{\boldsymbol{\omega}}_{(N)}^* \\ -\frac{h^3}{16} \boldsymbol{\omega}_{(N-1)}^* \cdot \delta \dot{\boldsymbol{\omega}}_{(N)}^* \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{a}'_{(N)} = \mathbf{a}_{(N)} - (g, 0, 0)^T.$$

式(18)、(19)的等号两边均点乘自身,结合式(15)、(16)、(17),并忽略掉  $h$  的高次项:

$$\delta \mathbf{a}_{(N)} \cdot \delta \mathbf{a}_{(N)} \approx \frac{1}{m^2} \left\| \begin{pmatrix} -\delta f_{3(N)} - \delta f_{6(N)} + \delta f_{9(N)} \\ -\delta f_{2(N)} + \delta f_{5(N)} - \delta f_{8(N)} \\ \delta f_{1(N)} - \delta f_{4(N)} - \delta f_{7(N)} \end{pmatrix} \right\|^2, \quad (20)$$

$$\delta \mathbf{e}_{(N)} \cdot \delta \mathbf{e}_{(N)} \approx \frac{9}{4m^2 n^2} \left\| \begin{pmatrix} -\delta f_{2(N)} + \delta f_{4(N)} \\ \delta f_{3(N)} - \delta f_{7(N)} \\ -\delta f_{6(N)} + \delta f_{8(N)} \end{pmatrix} \right\|^2. \quad (21)$$

将式(20)、(21)代入式(13),得到第一组基本误差方程:

$$\begin{cases} \|\delta \mathbf{a}_{(N)}\| \approx \frac{1}{m} \left\| \begin{pmatrix} -\delta f_{3(N)} - \delta f_{6(N)} + \delta f_{9(N)} \\ -\delta f_{2(N)} + \delta f_{5(N)} - \delta f_{8(N)} \\ \delta f_{1(N)} - \delta f_{4(N)} - \delta f_{7(N)} \end{pmatrix} \right\| \\ \|\delta \mathbf{e}_{(N)}\| \approx \frac{1.5}{mn} \left\| \begin{pmatrix} -\delta f_{2(N)} + \delta f_{4(N)} \\ \delta f_{3(N)} - \delta f_{7(N)} \\ -\delta f_{6(N)} + \delta f_{8(N)} \end{pmatrix} \right\| \end{cases}. \quad (22)$$

将式(20)、(21)的等号两边分别依次对 9 组支链误差求偏导数并取其绝对值:

$$\left| \frac{\partial(\|\delta \mathbf{a}_{(N)}\|^2)}{\partial(\delta f_{3(N)})} \right| = \left| \frac{\partial(\|\delta \mathbf{a}_{(N)}\|^2)}{\partial(\delta f_{6(N)})} \right| = \left| \frac{\partial(\|\delta \mathbf{a}_{(N)}\|^2)}{\partial(\delta f_{9(N)})} \right| \approx \frac{2}{m^2} |-\delta f_{3(N)} - \delta f_{6(N)} + \delta f_{9(N)}|, \quad (23)$$

$$\left| \frac{\partial(\|\delta \mathbf{a}_{(N)}\|^2)}{\partial(\delta f_{2(N)})} \right| = \left| \frac{\partial(\|\delta \mathbf{a}_{(N)}\|^2)}{\partial(\delta f_{5(N)})} \right| = \left| \frac{\partial(\|\delta \mathbf{a}_{(N)}\|^2)}{\partial(\delta f_{8(N)})} \right| \approx \frac{2}{m^2} |-\delta f_{2(N)} + \delta f_{5(N)} - \delta f_{8(N)}|, \quad (24)$$

$$\left| \frac{\partial(\|\delta \mathbf{a}_{(N)}\|^2)}{\partial(\delta f_{1(N)})} \right| = \left| \frac{\partial(\|\delta \mathbf{a}_{(N)}\|^2)}{\partial(\delta f_{4(N)})} \right| =$$

$$\left| \frac{\partial(\|\delta \mathbf{a}_{(N)}\|^2)}{\partial(\delta f_{7(N)})} \right| \approx \frac{2}{m^2} |\delta f_{1(N)} - \delta f_{4(N)} - \delta f_{7(N)}|, \quad (25)$$

$$\left| \frac{\partial(\|\delta \mathbf{e}_{(N)}\|^2)}{\partial(\delta f_{2(N)})} \right| = \left| \frac{\partial(\|\delta \mathbf{e}_{(N)}\|^2)}{\partial(\delta f_{4(N)})} \right| \approx \frac{9}{2m^2 n^2} |-\delta f_{2(N)} + \delta f_{4(N)}|, \quad (26)$$

$$\left| \frac{\partial(\|\delta \mathbf{e}_{(N)}\|^2)}{\partial(\delta f_{3(N)})} \right| = \left| \frac{\partial(\|\delta \mathbf{e}_{(N)}\|^2)}{\partial(\delta f_{7(N)})} \right| \approx \frac{9}{2m^2 n^2} |\delta f_{3(N)} - \delta f_{7(N)}|, \quad (27)$$

$$\left| \frac{\partial(\|\delta \mathbf{e}_{(N)}\|^2)}{\partial(\delta f_{6(N)})} \right| = \left| \frac{\partial(\|\delta \mathbf{e}_{(N)}\|^2)}{\partial(\delta f_{8(N)})} \right| \approx \frac{9}{2m^2 n^2} |-\delta f_{6(N)} + \delta f_{8(N)}|, \quad (28)$$

$$\left| \frac{\partial(\|\delta \mathbf{e}_{(N)}\|^2)}{\partial(\delta f_{1(N)})} \right| = \left| \frac{\partial(\|\delta \mathbf{e}_{(N)}\|^2)}{\partial(\delta f_{5(N)})} \right| = \left| \frac{\partial(\|\delta \mathbf{e}_{(N)}\|^2)}{\partial(\delta f_{9(N)})} \right| \approx 0. \quad (29)$$

由式(23)~(29)可知:

(a)线加速度对支链③、⑥、⑨误差的敏感度、对支链②、⑤、⑧误差的敏感度、对支链①、④、⑦误差的敏感度均相等,它们各自的敏感系数由当前时刻的输出误差和质量块的质量共同决定。

(b)角加速度对支链②、④误差的敏感度、对支链③、⑦误差的敏感度、对支链⑥、⑧误差的敏感度均相等,它们各自的敏感系数由当前时刻的输出误差和质量块的质量、边长共同决定。支链①、⑤、⑨的误差不影响角加速度。

## 2.4 误差源(II)对应的误差方程

传感器在实际工作之前需要进行初始对准,然而对准设备及其操作都会存在一定的偏差,而且具体工作场合下的动态特性一般也不可预测,因此图 2 所示的两组初值与式(9)难以保证统一,这也是误差源(II)产生的根本原因。假设误差源(I)和(III)得到了有效控制,解耦算法中仅存在误差源(II),对应的误差集合记为:  $\{\delta \boldsymbol{\omega}_{(0)}^*, \delta \lambda_{1(0)}, \delta \lambda_{2(0)}, \delta \lambda_{3(0)}, \delta \lambda_{0(0)}\}$ 。结合式(9),算得递推初值的真实值为:

$$\begin{cases} \boldsymbol{\omega}_{(0)}^* = -\delta\boldsymbol{\omega}_{(0)}^* \\ (\lambda_{1(0)}, \lambda_{2(0)}, \lambda_{3(0)}, \lambda_{0(0)}) = \dots \\ (-\delta\lambda_{1(0)}, -\delta\lambda_{2(0)}, -\delta\lambda_{3(0)}, 1 - \delta\lambda_{0(0)}) \end{cases} \quad (30)$$

考虑到初始时刻的对准误差最先影响外壳在第 1 个采样时刻的运动参量,然后逐步叠加至后续时刻,从而产生误差累积效应。不失一般性,通过研究特征参量在第 1 个采样时刻的受影响情况,可以从机理上解释并削弱上述效应。

式(7)、(12)、(2)、(3)所对应的误差方程可以分别改写成:

$$\delta\dot{\boldsymbol{\omega}}_{(1)}^* = \mathbf{0}, \quad (31)$$

$$(\delta\lambda_{1(1)}, \delta\lambda_{2(1)}, \delta\lambda_{3(1)}, \delta\lambda_{0(1)})^T =$$

$$+\mathbf{A}_{(0)}\delta\mathbf{W}_{(1)} + \delta\mathbf{A}_{(0)}\mathbf{W}_{(1)} + \delta\mathbf{A}_{(0)}\delta\mathbf{W}_{(1)}, \quad (32)$$

$$\begin{bmatrix} \delta\mathbf{a}_{(1)} \\ 0 \end{bmatrix} = \delta\mathbf{R}_{(1)}\mathbf{R}_{(1)}^T \begin{bmatrix} \mathbf{a}'_{(1)} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (33)$$

$$\begin{bmatrix} \delta\boldsymbol{\varepsilon}_{(1)} \\ 0 \end{bmatrix} = \delta\mathbf{R}_{(1)}\mathbf{R}_{(1)}^T \begin{bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}_{(1)} \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (34)$$

式中:

$$(\lambda_{1(1)}, \lambda_{2(1)}, \lambda_{3(1)})^T \approx \begin{bmatrix} 1 - \delta\lambda_{0(0)} & \delta\lambda_{3(0)} \\ -\delta\lambda_{3(0)} & 1 - \delta\lambda_{0(0)} \\ \delta\lambda_{2(0)} & -\delta\lambda_{1(0)} \end{bmatrix}$$

将式(35)的等号两边分别依次对 7 个初始对准标量的误差求偏导并取其绝对值,结果表明所有误差项均影响线加速度和角加速度的解耦精度,且敏感度均不相等,敏感系数由全部对准误差和当前时刻的六维加速度值共同决定。

### 2.5 误差源(Ⅲ)对应的误差方程

由于加工和安装过程中机械部分会存在一定的偏差,传感器实物样机的解耦参数与其设计值不一致。文献[15]针对并联式六维加速度传感器提出了一种基于“四步法”的参数辨识算法,取得一定的效果(实际值与辨识值较接近)。然而,由于标定平台的驱动精度有限、采样信号中涉入了噪声,辨识结果很难保证绝对准确,其较小的辨识误差同样会影响到六维加速度的解耦精度,这正是误差源(Ⅲ)产生的根本原因。假设误差源(Ⅰ)、(Ⅱ)得到了有效控制,解耦算法中仅存在误差源(Ⅲ),对应的误差集合记为:  $\{\delta m, \delta n\}$ 。

式(7)、(12)、(2)、(3)所对应的误差方程可分别改写成:

$$\delta\dot{\boldsymbol{\omega}}_{(N)}^* \approx -\left(\frac{\delta m}{m} + \frac{\delta n}{n}\right)\dot{\boldsymbol{\omega}}_{(N)}^*, \quad (36)$$

式中:

$$\mathbf{W}_{(1)} = \begin{bmatrix} \frac{h}{2}\boldsymbol{\omega}_{(0)}^* + \frac{h^2}{4}\dot{\boldsymbol{\omega}}_{(1)}^* + \frac{h^3}{8}\boldsymbol{\omega}_{(0)}^* \times \dot{\boldsymbol{\omega}}_{(1)}^* \\ 1 - \frac{h^3}{8}\boldsymbol{\omega}_{(0)}^* \cdot \left(\frac{1}{h}\boldsymbol{\omega}_{(0)}^* + \dot{\boldsymbol{\omega}}_{(1)}^*\right) \end{bmatrix},$$

$$\delta\mathbf{W}_{(1)} =$$

$$\begin{bmatrix} \frac{h}{2}\delta\boldsymbol{\omega}_{(0)}^* + \frac{h^3}{8}\delta\boldsymbol{\omega}_{(0)}^* \times \dot{\boldsymbol{\omega}}_{(1)}^* \\ -\frac{h^3}{8}\left[\frac{1}{h}(2\boldsymbol{\omega}_{(0)}^* + \delta\boldsymbol{\omega}_{(0)}^*) \cdot \delta\boldsymbol{\omega}_{(0)}^* + \delta\boldsymbol{\omega}_{(0)}^* \cdot \dot{\boldsymbol{\omega}}_{(1)}^*\right] \end{bmatrix}.$$

综合式(1)、(12)、(13)、(17)、(30)、(31)、(32)、(33)、(34),考虑正交阵和四元数的性质,同时忽略掉  $h$  的高次项,得到第二组基本误差方程:

$$\begin{cases} \|\delta\mathbf{a}_{(1)}\| \approx 2 \left\| \begin{bmatrix} \lambda_{1(1)} \\ \lambda_{2(1)} \\ \lambda_{3(1)} \end{bmatrix} \times \mathbf{a}'_{(1)} \right\| \\ \|\delta\boldsymbol{\varepsilon}_{(1)}\| \approx 2 \left\| \begin{bmatrix} \lambda_{1(1)} \\ \lambda_{2(1)} \\ \lambda_{3(1)} \end{bmatrix} \times \boldsymbol{\varepsilon}_{(1)} \right\| \end{cases} \quad (35)$$

$$\begin{bmatrix} -\delta\lambda_{2(0)} & -\delta\lambda_{1(0)} \\ \delta\lambda_{1(0)} & -\delta\lambda_{2(0)} \\ 1 - \delta\lambda_{0(0)} & -\delta\lambda_{3(0)} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -\frac{h}{2}\delta\boldsymbol{\omega}_{(0)}^* \\ 1 - \frac{h^2}{8}\|\delta\boldsymbol{\omega}_{(0)}^*\|^2 \end{bmatrix}.$$

$$(\delta\lambda_{1(N)}, \delta\lambda_{2(N)}, \delta\lambda_{3(N)}, \delta\lambda_{0(N)})^T = \mathbf{A}_{(N-1)}\delta\mathbf{W}'_{(N)}, \quad (37)$$

$$\begin{bmatrix} \delta\mathbf{a}_{(N)} \\ 0 \end{bmatrix} \approx \mathbf{R}_{(N)}^T \delta\mathbf{R}_{(N)} \begin{bmatrix} \mathbf{a}'_{(N)} \\ 0 \end{bmatrix} - \frac{\delta m}{m} \begin{bmatrix} \mathbf{a}'_{(N)} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (38)$$

$$\begin{bmatrix} \delta\boldsymbol{\varepsilon}_{(N)} \\ 0 \end{bmatrix} = \mathbf{R}_{(N)}^T \delta\mathbf{R}_{(N)} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}_{(N)} \\ 0 \end{bmatrix} - \left(\frac{\delta m}{m} + \frac{\delta n}{n}\right) \begin{bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}_{(N)} \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (39)$$

式中:

$$\delta\mathbf{W}'_{(N)} = \begin{bmatrix} \frac{h^2}{8}\delta\dot{\boldsymbol{\omega}}_{(N)}^* + \frac{h^3}{16}\boldsymbol{\omega}_{(N-1)}^* \times \delta\dot{\boldsymbol{\omega}}_{(N)}^* \\ -\frac{h^3}{16}\boldsymbol{\omega}_{(N-1)}^* \cdot \delta\dot{\boldsymbol{\omega}}_{(N)}^* \end{bmatrix}.$$

综合式(1)、(13)、(17)、(36)、(37)、(38)、(39),得到第三组基本误差方程:

$$\begin{cases} \|\delta\mathbf{a}_{(N)}\| \approx \frac{\delta m}{m} \|\mathbf{a}'_{(N)}\| \\ \|\delta\boldsymbol{\varepsilon}_{(N)}\| \approx \left(\frac{\delta m}{m} + \frac{\delta n}{n}\right) \|\boldsymbol{\varepsilon}_{(N)}\| \end{cases} \quad (40)$$

将式(40)的等号两边分别依次对两个参数的误差求偏导:

$$\frac{\partial(\|\delta \mathbf{a}_{(N)}\|)}{\partial(\delta m)} \approx \frac{1}{m} \|\mathbf{a}'_{(N)}\|, \quad (41)$$

$$\frac{\partial(\|\delta \mathbf{a}_{(N)}\|)}{\partial(\delta n)} \approx 0, \quad (42)$$

$$\frac{\partial(\|\delta \boldsymbol{\varepsilon}_{(N)}\|)}{\partial(\delta m)} \approx \frac{1}{m} \|\boldsymbol{\varepsilon}_{(N)}\|, \quad (43)$$

$$\frac{\partial(\|\delta \boldsymbol{\varepsilon}_{(N)}\|)}{\partial(\delta n)} \approx \frac{1}{n} \|\boldsymbol{\varepsilon}_{(N)}\|. \quad (44)$$

由式(40)~(44)可知:

(a)质量块边长的辨识误差不影响线加速度的解耦精度,但质量块质量的辨识误差对它有影响,其敏感系数由实际质量和当前时刻的线加速度值共同决定。

(b)质量块质量和边长的辨识误差均影响角加速度的解耦精度,其敏感系数分别由实际质量、当前时刻的角加速度值以及实际边长、当前时刻的角加速度值共同决定。

### 2.6 误差方程的算例验证

在动力学软件 ADAMS 中构建并联式六维加速度传感器的虚拟样机,如图 3 所示。其中,质量块的质量和边长分别设定为 0.71 kg 和 22.50 mm,仿真器的步长设定为 0.002 s。

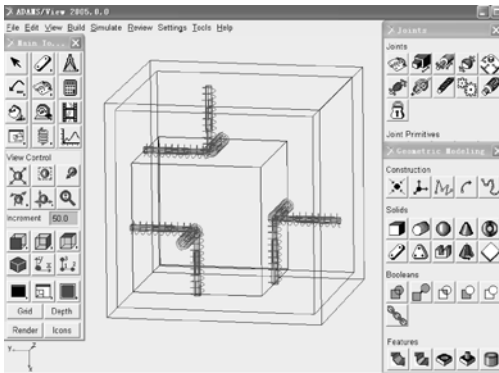


图 3 并联式六维加速度传感器的虚拟样机  
Fig. 3 Virtual prototype of parallel type six-axis accelerometer

对样机外壳施加驱动,直线驱动的方向矢量为(5,-6,7),位移函数(mm)如式(45)所示;旋转驱动的方向矢量为(17,12,-20),位移函数(rad)如式(46)所示:

$$s_L = 19.859 \cos(10\pi t) - 19.859, \quad (45)$$

$$s_R = 0.524 \cos(10\pi t) - 0.524. \quad (46)$$

在轴向力数据流中随机添加一系列的扰动,并将运用式(22)计算出的解耦误差值与在

ADAMS 中仿真出的误差值进行对比。为了排除误差累积效应的次级影响(涉及数值稳定性的问题,将另文研究),仅比较第 1 个采样时刻,结果如表 1 所示。可见第一组基本误差方程的理论计算值与软件仿真值吻合得较好。

表 1 第一组基本误差方程的算例验证

Tab. 1 Numerical examples of the first group basic error equations

误差项	算例 1	算例 2	算例 3	算例 4
$\delta f_{1(1)}/N$	1	1	1	0
$\delta f_{2(1)}/N$	4	0.1	0.1	10
$\delta f_{3(1)}/N$	4	0	-0.2	0
$\delta f_{4(1)}/N$	4	0	0	0
$\delta f_{5(1)}/N$	-2	-2	-2	0
$\delta f_{6(1)}/N$	4	0	-0.3	0
$\delta f_{7(1)}/N$	4	0	0	0
$\delta f_{8(1)}/N$	4	0	0	0
$\delta f_{9(1)}/N$	3	3	3	0
式(22)计算的 $\ \delta \mathbf{a}_{(1)}\ /g$	1.893	0.545	0.603	1.435
ADAMS 仿真的 $\ \delta \mathbf{a}_{(1)}\ /g$	1.893	0.545	0.603	1.437
式(22)计算的 $\ \delta \boldsymbol{\varepsilon}_{(1)}\ /(\text{rad} \cdot \text{s}^{-2})$	0	9.378	35.090	937.823
ADAMS 仿真的 $\ \delta \boldsymbol{\varepsilon}_{(1)}\ /(\text{rad} \cdot \text{s}^{-2})$	0.017	9.385	35.105	937.831

对 7 个初始对准标量添加摄动,并将运用式(35)计算出的误差值与仿真出的误差值进行对比,结果如表 2 所示。假想质量块的质量和边长存在一定的辨识误差,并将运用式(40)计算出的误差值与仿真误差值进行对比,结果如表 3 所示。可见第 2、3 组基本误差方程的理论计算值与软件仿真值也均吻合得较好。

表 2 第二组基本误差方程的算例验证

Tab. 2 Numerical examples of the second group basic error equations

误差项	算例 1	算例 2
$\delta \lambda_{(0)}/1$	0.000 51	0.000 51
$\delta \lambda_{2(0)}/1$	0.000 36	0.000 36
$\delta \lambda_{3(0)}/1$	-0.000 60	-0.000 60
$\delta \lambda_{0(0)}/1$	0.000 00	0.000 00
$\delta \boldsymbol{\omega}_{(0)}^*/(\text{rad/s})$	(0.06,0.05,-0.08)	(3.23,2.28,-3.80)
式(35)计算的 $\ \delta \mathbf{a}_{(1)}\ /g$	0.005 13	0.033 19
ADAMS 仿真的 $\ \delta \mathbf{a}_{(1)}\ /g$	0.005 12	0.033 22
式(35)计算的 $\ \delta \boldsymbol{\varepsilon}_{(1)}\ /(\text{rad} \cdot \text{s}^{-2})$	0.000 00	0.000 00
ADAMS 仿真的 $\ \delta \boldsymbol{\varepsilon}_{(1)}\ /(\text{rad} \cdot \text{s}^{-2})$	0.000 99	0.031 91

表 3 第 3 组基本误差方程的算例验证

Tab. 3 Numerical examples of the third group basic error equations

误差项	算例 1	算例 2	算例 3
$\delta m/\text{kg}$	0.05	0.03	0.03
$\delta n/\text{mm}$	0.1	0.1	1.5
式(40)计算的 $\ \delta a_{(1)}\ /\text{g}$	0.184 50	0.110 70	0.110 70
ADAMS 仿真的 $\ \delta a_{(1)}\ /\text{g}$	0.172 33	0.106 17	0.106 17
式(40)计算的 $\ \delta \ddot{a}_{(1)}\ /(\text{rad} \cdot \text{s}^{-2})$	38.568 51	24.058 00	56.149 20
ADAMS 仿真的 $\ \delta \ddot{a}_{(1)}\ /(\text{rad} \cdot \text{s}^{-2})$	36.011 09	23.060 28	51.800 62

### 3 六维加速度传感器的容错处理

#### 3.1 容错处理的数学模型

图 1 原理样机的拓扑构型如图 4 所示。其中,空心圆圈代表弹性球铰链,实心圆圈代表复合弹性球铰链。分析可知,该构型本质上属于一种含混合单开链支路的四面体冗余并联机构。

考虑到支链的弹性变形是客观存在的,工作过程中 3 个复合弹性球铰链在外壳连体坐标系  $\{o-xyz\}$  内的位置坐标均不断地发生变化。将它们分别记为  $b_1$ 、 $b_2$  和  $b_3$ ,运用并联机构的正向运动学理论<sup>[13]</sup>并忽略掉二阶小量,得到反映力与位移之间映射关系的坐标矩阵:

$$(b_1, b_2, b_3) \approx \begin{pmatrix} -f_3/k_3 & -f_6/k_6 & f_9/k_9 - n \\ -f_2/k_2 & f_5/k_5 - n & -f_8/k_8 \\ f_1/k_1 - n & -f_4/k_4 & -f_7/k_7 \end{pmatrix}, \quad (47)$$

式中:  $k_i$  表示第  $i$  条支链的刚度系数。

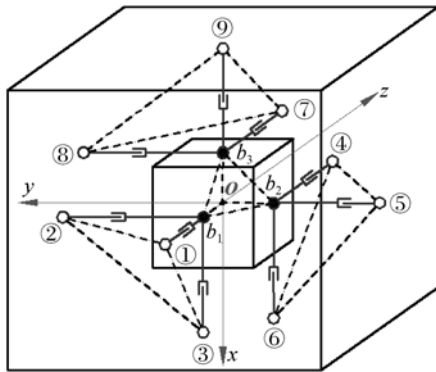


图 4 并联式六维加速度传感器的拓扑构型

Fig. 4 Topological configuration of parallel type six-axis accelerometer

复合弹性球铰链刚性固定在质量块上,且质量块可近似视作刚体,因此,3 个复合弹性球铰链转动中心之间的相对距离(长度)始终保持恒定,也就是说,并联式六维加速度传感器的弹性体拓扑构型在理论上满足 3 个变形协调条件:

$$\begin{cases} |b_1 - b_2| = \sqrt{2}n \\ |b_1 - b_3| = \sqrt{2}n \\ |b_2 - b_3| = \sqrt{2}n \end{cases} \quad (48)$$

将式(47)代入(48)并忽略掉二阶小量后,整理得到 3 个对应的力协调方程:

$$\begin{cases} f_1/k_1 + f_2/k_2 + f_4/k_4 + f_5/k_5 \approx 0 \\ f_1/k_1 + f_3/k_3 + f_7/k_7 + f_9/k_9 \approx 0 \\ f_5/k_5 + f_6/k_6 + f_8/k_8 + f_9/k_9 \approx 0 \end{cases} \quad (49)$$

式(49)表明:9 个轴向力之间存在 3 组固有约束关系,在有部分支链(最大数目等于本机构的冗余度 3)出现故障时,其近似理论值可以通过其它正常支链的轴向力输出值反推出来。

进一步分析可知:若仅 1 条支链出现故障,则能够修复的组合有 9 个;若 2 条支链同时出现故障,则其中能够修复的组合有 33 个;若 3 条支链同时出现故障,则其中能够修复的组合有 51 个。也就是说,合计有 93 个组合的故障支链能够实现容错处理,具体统计结果如表 4 所示。

表 4 可实现容错处理的故障支链组合

Tab. 4 Combinations of fault chains which can be corrected

①	②	③	④	⑤	⑥	⑦
⑧	⑨	①②	①③	①④	①⑤	①⑥
①⑦	①⑧	①⑨	②③	②⑤	②⑥	②⑦
②⑧	②⑨	③④	③⑤	③⑥	③⑧	③⑨
④⑤	④⑥	④⑦	④⑧	④⑨	⑤⑥	⑤⑦
⑤⑧	⑤⑨	⑥⑦	⑥⑨	⑦⑧	⑦⑨	⑧⑨
①②⑤	①②⑥	①②⑧	①②⑨	①③⑤	①③⑥	①③⑧
①③⑨	①④⑤	①④⑥	①④⑧	①④⑨	①⑤⑥	①⑤⑦
①⑤⑧	①⑤⑨	①⑥⑦	①⑥⑨	①⑦⑧	①⑦⑨	①⑧⑨
②③⑤	②③⑥	②③⑧	②③⑨	②⑤⑦	②⑤⑨	②⑥⑦
②⑥⑨	②⑦⑧	②⑦⑨	②⑧⑨	③④⑤	③④⑥	③④⑧
③④⑨	③⑤⑥	③⑤⑧	③⑤⑨	④⑤⑦	④⑤⑨	④⑥⑦
④⑥⑨	④⑦⑧	④⑦⑨	④⑧⑨	⑤⑥⑦	⑤⑥⑨	⑤⑦⑧
⑤⑦⑨	⑤⑧⑨					



分别以 3 种最典型的支链故障为例,具体给出并联式六维加速度传感器的容错处理方案。

当支链①中敏感元件的输出信号出现诸如通道数据空白或缺失、局部野值、频谱异常等错误时,在加速度解耦算法中就需要对轴向力  $f_1$  及时自动地进行更新、替换。通过求解力协调方程(49),反推出对应的近似修正值  $\hat{f}_1$ :

$$\hat{f}_1 \approx -0.5k_1 \left[ \frac{f_2}{k_2} + \frac{f_3}{k_3} + \frac{f_4}{k_4} + \frac{f_5}{k_5} + \frac{f_7}{k_7} + \frac{f_9}{k_9} \right]. \quad (50)$$

当支链①和②中敏感元件的输出信号均出现某种错误时,基于力协调方程(49),分别将轴向力  $f_1$  和  $f_2$  近似修正为  $\hat{f}_1, \hat{f}_2$ :

$$\begin{cases} \hat{f}_1 \approx -k_1 \left[ \frac{f_3}{k_3} + \frac{f_7}{k_7} + \frac{f_9}{k_9} \right] \\ \hat{f}_2 \approx k_2 \left[ \frac{f_3}{k_3} - \frac{f_4}{k_4} - \frac{f_5}{k_5} + \frac{f_7}{k_7} + \frac{f_9}{k_9} \right] \end{cases}. \quad (51)$$

当支链①、②和⑤中敏感元件的输出信号同时出现错误时,同样基于力协调方程(49)分别将轴向力  $f_1, f_2$  和  $f_5$  近似修正为  $\hat{f}_1, \hat{f}_2, \hat{f}_5$ :

$$\begin{cases} \hat{f}_1 \approx -k_1 \left[ \frac{f_3}{k_3} + \frac{f_7}{k_7} + \frac{f_9}{k_9} \right] \\ \hat{f}_2 \approx k_2 \left[ \frac{f_3}{k_3} - \frac{f_4}{k_4} + \frac{f_6}{k_6} + \frac{f_7}{k_7} + \frac{f_8}{k_8} + \frac{2f_9}{k_9} \right] \\ \hat{f}_5 \approx -k_5 \left[ \frac{f_6}{k_6} + \frac{f_8}{k_8} + \frac{f_9}{k_9} \right] \end{cases}. \quad (52)$$

### 3.2 容错模型的算例验证

加工制作了并联式六维加速度传感器的实物样机,并将其安装在项目组自行研发的基于双曲柄滑块机构的标定平台<sup>[15]</sup>上进行试验,如图 5 所示。

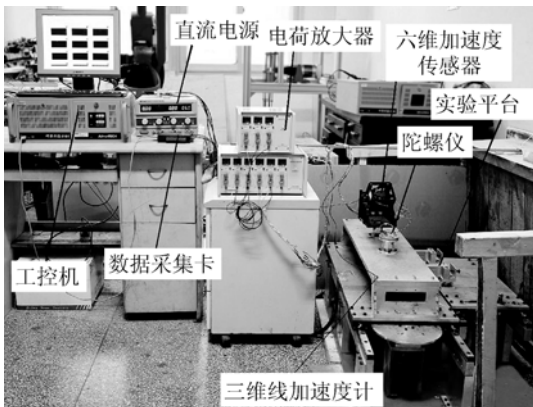


图 5 并联式六维加速度传感器的样机试验

Fig. 5 Prototype testing of parallel type six-axis accelerometer

依次对表 4 中 93 个组合的支链人为地制造出故障,并分别计算原始故障状态下的和经过容错处理之后的六维加速度值。这里仅给出支链①、②、⑤同时出现故障时的对比结果,如图 6、7 所示。统计结果显示:容错处理之前的六维加速度几乎完全失真,处理之后得到了有效改善,且综合解耦误差能够控制在 8.5% 以内。

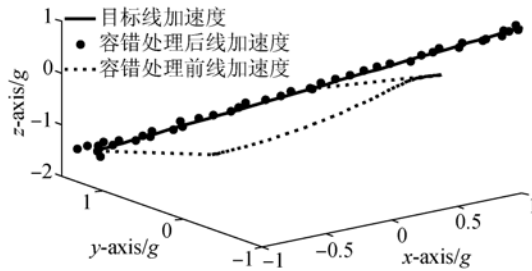


图 6 容错处理前、后的线加速度对比

Fig. 6 Linear acceleration before and after fault-tolerant processing

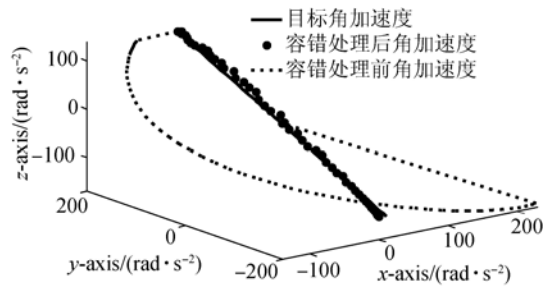


图 7 容错处理前、后的角加速度对比

Fig. 7 Angular acceleration before and after fault-tolerant processing

## 4 结 论

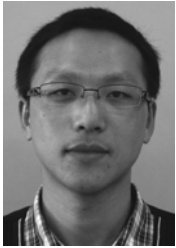
本文通过引入“辅助角速度”的概念并借助于四元数将旋转参量扩展至四维空间,推导出并联式六维加速度传感器的解耦算法。该算法没有增加计算量,且更有利于误差分析,特别是有利于各类误差的根源挖掘和独立建模。以辅助角速度为中间参量,推导出误差方程的解析表达式,据此得到 3 类误差源对解耦精度的影响规律及敏感度,为后续建立完善可行的补偿方法和精度控制奠定了理论基础。通过将弹性体拓扑构型内的协调关系从位移空间向力空间映射,对传感器“带病”状态下的解耦算法进行了重构,并给出了一种容错处理策略。样机试验结果表明,在局部支链出现故障的前提下,重构系统的综合解耦误差不超过 8.5%。

## 参考文献:

- [1] CHOI H R, RYU M H, YANG Y S, *et al.*. Evaluation of algorithm for the fall and fall direction detection during bike riding [J]. *International Journal of Control and Automation*, 2013, 6 (6): 209-218.
- [2] PLANINC R, KAMPEL M. Introducing the use of depth data for fall detection [J]. *Personal and Ubiquitous Computing*, 2013, 17(6):1063-1072.
- [3] LI T H S, CHEN C C, SU Y T. Optical image stabilizing system using fuzzy sliding-mode controller for digital cameras [J]. *IEEE Transactions on Consumer Electronics*, 2012, 58(2):237-245.
- [4] 战德军,戴东凯,张忠华,等. 单轴旋转 INS/GPS 组合导航中重力垂线偏差引起的姿态误差分析[J]. *中国惯性技术学报*, 2014, 22(3):301-305.  
ZHAN D J, DAI D K, ZHANG ZH H, *et al.*. Analysis of gravity vertical deflection-induced attitude error in single-axis rotation INS/GPS integrated navigation system [J]. *Journal of Chinese Inertial Technology*, 2014, 22(3):301-305. (in Chinese)
- [5] PETER S, HUBERT G. State estimation on flexible robots using accelerometers and angular rate sensors [J]. *Mechatronics*, 2012, 22 (8): 1043-1049.
- [6] TAN C W, PARK S. Design of accelerometer-based inertial navigation systems [J]. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2005, 54(6):2520-2530.
- [7] WANG D H, YUAN G. A six degree of freedom acceleration sensing method based on six coplanar single axis accelerometers [J]. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2011, 60 (4):1433-1442.
- [8] CHAPSKY V, PORTMAN V T, SANDLER B Z. Single-mass 6-DOF isotropic accelerometer with segmented PSD sensors [J]. *Sensors and Actuators, A: Physical*, 2007, 135(2):558-569.
- [9] 万镇. 六轴静电悬浮微加速度计的设计及系统级仿真[D]. 上海:上海交通大学, 2012.  
WAN ZH. *Design and system-level simulation of a micromachined electrostatically suspended accelerometer* [D]. Shanghai: Shanghai Jiao Tong University, 2012. (in Chinese)
- [10] XIA Y H, LI C G, YOU J J, *et al.*. Influences analysis of configurations on the performance of parallel type six-axis accelerometers [J]. *Transactions of Famena*, 2013, 37(2):67-86.
- [11] 尤晶晶,李成刚,吴洪涛. 并联式六维加速度传感器的哈密顿动力学研究[J]. *机械工程学报*, 2012, 48(15):9-17.  
YOU J J, LI CH G, WU H T. Research on Hamiltonian dynamics of parallel type six-axis accelerometer [J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2012, 48(15):9-17. (in Chinese)
- [12] 于春战,刘晋浩,孙治博. 一种并联式六维加速度传感器参数优化研究[J]. *仪器仪表学报*, 2014, 35 (10):2216-2222.  
YU CH ZH, LIU J H, SUN ZH B. Parameters optimization of a six-axis accelerometer based on parallel mechanism [J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2014, 35 (10): 2216-2222. (in Chinese)
- [13] 尤晶晶. 基于 6-SPS 并联机构的压电式六维加速度传感器的研究[D]. 南京:南京航空航天大学, 2010.  
YOU J J. *Research on a piezoelectric six-axis accelerometer based on 6-SPS parallel mechanism* [D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2010. (in Chinese)
- [14] 严恭敏,周琪,翁浚,等. 捷联惯导系统内杆臂补偿方法及试验验证[J]. *宇航学报*, 2012, 33 (1): 62-67.  
YAN G M, ZHOU Q, WENG J, *et al.*. Inner lever arm compensation and its test verification for SINS [J]. *Journal of Astronautics*, 2012, 33(1): 62-67. (in Chinese)
- [15] 尤晶晶,李成刚,吴洪涛. 并联式六维加速度传感器的参数辨识[J]. *光学精密工程*, 2013, 21(10): 155-166.  
YOU J J, LI CH G, WU H T. Parameter identification of parallel type six-axis accelerometer [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2013, 21(10):155-166. (in Chinese)
- [16] LIN P CH, LU J CH, TSAI CH H, *et al.*. Design and implementation of a nine-axis inertial measurement unit [J]. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2012, 17(4):657-668.
- [17] 陈颖,纪明,康臻,等. 光纤陀螺惯导系统航位推算误差补偿方法研究[J]. *应用光学*, 2014, 35 (4): 563-567.  
CHEN Y, JI M, KANG ZH, *et al.*. Error compensation for dead reckoning in fiber optical gyroscope in-

- ertial navigation system [J]. *Journal of Applied Optics*, 2014, 35(4):563-567. (in Chinese)
- [18] 崔留争,高思远,贾宏光,等. 神经网络辅助卡尔曼滤波在组合导航中的应用[J]. *光学精密工程*, 2014,22(5):1304-1311.  
CUI L ZH, GAO S Y, JIA H G, *et al.*. Application of neural network aided Kalman filtering to SINS/GPS [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2014, 22(5):1304-1311. (in Chinese)
- [19] 张欣,白越,赵常均,等. 多旋翼姿态解算中的改进自适应扩展 Kalman 算法[J]. *光学精密工程*, 2014,22(12):3384-3390.  
ZHANG X, BAI Y, ZHAO CH J, *et al.*. Improved adaptive extended Kalman algorithm for attitude estimation of multi-rotor UAV [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2014, 22(12):3384-3390. (in Chinese)

#### 作者简介:



**尤晶晶**(1985—),男,江苏南通人,讲师,2010年、2013年于南京航空航天大学分别获得硕士、博士学位,主要从事六维加速度传感器和并联机器人等方面的研究。E-mail: youjingjing251010@126.com



**李成刚**(1975—),男,辽宁辽阳人,副教授,硕士生导师,2001年于吉林大学获得硕士学位,2004年于北京理工大学获得博士学位,主要从事机器人技术、机电控制及自动化、六维加速度传感器等方面的研究。E-mail: lichenggang@nuaa.edu.cn

(版权所有 未经许可 不得转载)