

文章编号 1004-924X(2015)07-2079-07

应用序列二次规划的波达方向与多普勒频率联合估计

单泽彪¹, 石要武¹, 单泽涛², 刘小松^{1*}

(1. 吉林大学 通信工程学院, 吉林 长春 130022;

2. 诺博橡胶制品有限公司, 河北 保定 072550)

摘要: 为了快速准确地联合估计阵列信号波达方向(DOA)与多普勒频率, 提出了将序列二次规划(SQP)应用于最大似然函数优化的联合谱估计算法。该方法利用空时信号模型通过 Hankel 矩阵构造出阵列流型中包含 DOA 与多普勒频率信息的广义天线阵模型, 并推导出其最大似然函数, 从而将参数估计问题转化为非线性函数优化问题。然后, 将 SQP 方法应用于似然函数的优化求解中, 得到 DOA 与多普勒频率的估计值。最后应用 SQP 方法、微分进化法、遗传算法和量子粒子群算法分别进行了优化的仿真对比实验。结果表明: 提出的算法具有寻优时间短, 估计精度高, 参数自动配对等特点, 在信噪比为 0 dB 时估计两个目标信号源的 DOA 与多普勒频率的均方根误差分别为 0.2636° 和 0.0076 rad, 基本达到了阵列信号处理中参数联合估计方法的设计要求。

关键词: 空时信号模型; 波达方向; 多普勒频率; 序列二次规划; 最大似然估计

中图分类号: TN911; TP391 **文献标识码:** A **doi:** 10.3788/OPE.20152307.2079

Joint estimation of DOA and Doppler frequency by SQP

SHAN Ze-biao¹, SHI Yao-wu¹, SHAN Ze-tao², LIU Xiao-song^{1*}

(1. College of Communication Engineering, Jilin University, Changchun 130022, China;

2. Nuobo Rubber Production Co., Ltd., Baoding 072550, China)

* Corresponding author, E-mail: liuxiaosong9@163.com

Abstract: To estimate the Direction of Arrival (DOA) and Doppler frequency in array signal processing accurately and quickly, a joint spectrum estimation method based on maximum likelihood algorithm and Sequence Quadratic Program (SQP) was presented. With this method, a space-time signal model was used to construct a generalized array manifold matrix containing the information of DOAs and Doppler frequency based on the Hankel matrix, the joint spectrum was fitted using maximum likelihood algorithm, so that the joint parameter estimation was converted to multidimensional nonlinear function optimization. Then, the SQP algorithm was used to solve and optimize the maximum likelihood function and to obtain the estimation of DOAs and Doppler frequency. Finally, the simulation results were compared with the SQP method, differential evolution method, genetic method and quantum particle swarm optimization method. Experimental results indicate that the Root Mean Square Error (RMSE) of DOAs and Doppler frequency estimation are 0.2636° and 0.0076 rad respectively under

收稿日期: 2015-02-05; 修订日期: 2015-04-03.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (No. 51475198); 吉林省青年科研基金资助项目 (No. 20140520064JH)

the condition of estimating two signal sources with 0 dB for SNR. It satisfies the requirements of design of joint parameter estimation method in the array signal processing.

Key words: space-time signal model; Direction of Arrival(DOA); Doppler frequency; Sequence Quadratic Program(SQP); maximum likelihood estimation

1 引言

作为阵列信号处理中一个基本问题,信源定位近年来得到了广泛关注和重点研究^[1-2]。信源定位通常是涉及距离、波达方向(Direction of Arrival, DOA)和速度等相关参数的综合估计。由于动态目标的回波具有多普勒效应,通过有效估计多普勒频率就可以间接计算出目标速度。因此,DOA 与多普勒频率的联合估计就成为阵列多参数估计中的一个研究热点^[3-4],许多估计算法已相继被提出。如方位-频率联合估计的线性预测算法^[5]、多维 MUSIC(Multiple Signal Classification)算法、ESPRIT(Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Techniques)方法以及最大似然(Maximum Likelihood, ML)方法等。以上方法中,线性预测方法计算相对比较简单,但是其估计性能较差。为了提高参数的估计精度,Lin Jen Der 等提出了一种基于 MUSIC 的 DOA 与多普勒频率联合估计算法^[6],然而该算法必须通过一次角度估计和两次频率估计来实现,计算过程相对比较繁琐。Lemma A N 等基于 ESPRIT 方法提出了一类联合估计算法^[7-8],该类算法的优点是无需谱峰搜索,且其中一些算法可以实现参数的自动配对,但是该类算法无法得到参数最优的估计精度,并且只适用于均匀线阵,在低信噪比或小快拍情况下,估计性能进一步下降。Atheley F 等提出了一种应用具有最优估计性能的最大似然方法的 DOA 与多普勒频率的联合估计算法^[9],该算法需要多个一维搜索而且参数无法自动配对。王慧刚等利用重要性采样技术解决了基于最大似然函数的联合估计算法的参数自动配对问题,并且还有效降低了其计算量^[10-11],但是当信噪比发生变化时,该算法必须重新调整重要性采样函数才能适应新环境下的参数估计问题,而且该算法中参数设置较多,不便于工程实际应用。

针对以上问题,本文利用空时信号模型通过

Hankel 矩阵构造出一种广义天线阵模型,在此基础上提出应用序列二次规划(Sequence Quadratic Program, SQP)对其进行优化的最大似然联合谱估计算法^[12]。随后推导出其广义最大似然函数,并将全局最优且局部超线性收敛的 SQP 用于求解,极大地减少了算法的计算量、加快了寻优过程。文中最后设置实验对比分析了所提算法与典型联合估计算法和其他优化算法的性能,以验证本文算法的有效性。

2 阵列信号数学模型

2.1 空时信号模型

假设有一个由 M 个阵元构成的线列阵,其阵元位置为 $(0, d_1, \dots, d_{M-1})$ 。同时假设具有相同载频的、各信源 DOA 分别为 $(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_P)$ 的远场窄带目标信号源的数量为 P ,并且 $M > P$,则在 t 时刻阵列所接收到的信号可表示为:

$$\mathbf{X}(t) = \sum_{p=1}^P \mathbf{a}(\theta_p) s_p(t) + \mathbf{G}(t), \quad (1)$$

式中: $s_p(t)$ 为投射到阵列的第 p 个源信号,可表示为 $s_p(t) = \alpha_p e^{j2\pi f_p t}$,其中 α_p 为幅度, f_p 为多普勒频率; $\mathbf{G}(t)$ 表示该阵列上的噪声向量,假设为高斯白噪声; θ_p 为第 p 个信号源的 DOA; $\mathbf{a}(\theta_p)$ 表示 θ_p 的方向向量,可表示为:

$$\mathbf{a}(\theta_p) = [1, e^{-j2\pi f_c \frac{d_1}{c} \sin\theta_p}, \dots, e^{-j2\pi f_c \frac{d_{M-1}}{c} \sin\theta_p}]^T, \quad (2)$$

式中: f_c 为信号的载波频率, c 为光速。

把多普勒频率归一化后,式(1)可表示成矩阵形式:

$$\mathbf{X}(t) = \mathbf{A}\mathbf{S}(t) + \mathbf{G}(t), \quad (3)$$

其中:

$$\mathbf{A} = [\mathbf{a}(\theta_1), \mathbf{a}(\theta_2), \dots, \mathbf{a}(\theta_P)]$$

$$\mathbf{S}(t) = [s_1(t), s_2(t), \dots, s_P(t)]^T$$

则得到如下的空时信号模型:

$$\mathbf{S}(t+1) = \mathbf{\Phi}\mathbf{S}(t), \quad (4)$$

$$\mathbf{X}(t) = \mathbf{A}\mathbf{S}(t) + \mathbf{G}(t),$$

式中: $\mathbf{\Phi} = \text{diag}[e^{j\omega_1}, e^{j\omega_2}, \dots, e^{j\omega_P}]$, $\omega_p = 2\pi f_p$ 。

2.2 广义阵列信号模型

为了抑制噪声,同时为了准确估计包含在矩阵 \mathbf{A} 和 Φ 中的 DOA 与多普勒频率,首先构造阵列接收数据矩阵及噪声数据矩阵的 Hankel 矩阵:

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} \mathbf{X}(0) & \mathbf{X}(1) & \cdots & \mathbf{X}(N-1) \\ \mathbf{X}(1) & \mathbf{X}(2) & \cdots & \mathbf{X}(N) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{X}(K-1) & \mathbf{X}(K) & \cdots & \mathbf{X}(K+N-1) \end{bmatrix}, \quad (5)$$

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} \mathbf{G}(0) & \mathbf{G}(1) & \cdots & \mathbf{G}(N-1) \\ \mathbf{G}(1) & \mathbf{G}(2) & \cdots & \mathbf{G}(N) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{G}(K-1) & \mathbf{G}(K) & \cdots & \mathbf{G}(K+N-1) \end{bmatrix}, \quad (6)$$

式中: K, N 分别为构成 Hankel 矩阵的行数和列数, $K+N$ 表示采样快拍数。

然后再定义信号采样序列:

$$\mathbf{S} = [\mathbf{S}(0), \mathbf{S}(1), \dots, \mathbf{S}(N-1)], \quad (7)$$

则构造出广义阵列信号接收模型:

$$\mathbf{X} = \mathbf{\Gamma}_K \mathbf{S} + \mathbf{G}, \quad (8)$$

式中: $\mathbf{\Gamma}_K$ 为广义阵列流型,它包含了待估计的 DOA 与多普勒频率二者的信息,其形式如下:

$$\mathbf{\Gamma}_K = \begin{bmatrix} \mathbf{A} \\ \mathbf{A}\Phi \\ \vdots \\ \mathbf{A}\Phi^{K-1} \end{bmatrix}. \quad (9)$$

比较发现,式(8)与式(3)具有相同的阵列结构形式,式(8)可视为一种广义的阵列接收信号模型,把矩阵 \mathbf{X} 中的每一列视为一次采样,则式(8)可写作:

$$\mathbf{X}(n) = \mathbf{\Gamma}_K \mathbf{S}(n) + \mathbf{G}(n) \quad n = 0, 1, \dots, N-1. \quad (10)$$

2.3 最大似然估计

最大似然估计因具有优越的估计性能一直被广泛应用于 DOA 等参数的估计问题中。因此本文用其来实现 DOA 与多普勒频率的联合估计。

类比传统 DOA 最大似然估计的构造方法^[2],取式(10)中 $\mathbf{X}(n)$ 的对数似然函数:

$$L(\mathbf{X} | \mathbf{\Gamma}_K) = -MN \ln(\pi\sigma^2) - \frac{1}{\sigma^2} \sum_{n=0}^{N-1} \|\mathbf{X}(n) - \mathbf{\Gamma}_K \mathbf{S}(n)\|^2. \quad (11)$$

式(11)是一个关于未知参量 θ, ω, σ^2 和 $\mathbf{S}(n)$

的函数,其中 σ^2 和 $\mathbf{S}(n)$ 的最大似然估计为:

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{M} \text{tr}[\Pi_{\mathbf{\Gamma}_K}^\perp \hat{\mathbf{R}}_X], \quad (12)$$

$$\hat{\mathbf{S}}(n) = \mathbf{\Gamma}_K^+ \mathbf{X}(n), \quad (13)$$

式中: $\Pi_{\mathbf{\Gamma}_K}^\perp = \mathbf{I} - \mathbf{\Gamma}_K (\mathbf{\Gamma}_K^H \mathbf{\Gamma}_K)^+ \mathbf{\Gamma}_K^H$ 为矩阵 $\mathbf{\Gamma}_K$ 的正交投影矩阵; $\mathbf{\Gamma}_K^+$ 为 $\mathbf{\Gamma}_K$ 的伪逆矩阵; $\hat{\mathbf{R}}_X$ 为采样协方差矩阵。

把式(12)和式(13)代入式(11)得到 DOA 及多普勒频率的最大似然估计:

$$\begin{aligned} (\hat{\Theta}, \hat{\Omega}) &= \min_{\theta, \omega} V(\theta, \omega) \\ \text{s. t. } & -90^\circ \leq \theta_p \leq 90^\circ \\ & -\pi \leq \omega_p \leq \pi \end{aligned} \quad (14)$$

式中: $V(\theta, \omega) = \text{tr}[\Pi_{\mathbf{\Gamma}_K}^\perp \hat{\mathbf{R}}_X]$, 为了后面部分的表达方便,在 θ 与 ω 不混淆的情况下,均用 z 来表示,即 $V(z) = V(\theta, \omega)$; $\hat{\Theta} = (\theta_1, \dots, \theta_p)$; $\hat{\Omega} = (\omega_1, \dots, \omega_p)$ 。

因此参数估计就转化为函数优化问题。求解式(14)需要非线性多维搜索实现,为了保证算法的准确性和快速性,本文采用 SQP 方法对其进行优化。

3 似然函数的优化

3.1 基于 SQP 方法的似然函数优化

SQP 方法是一种已知梯度等相关信息情况下的确定性最优化算法,与遗传算法等随机性优化算法相比,更适合应用于阵列信号处理这一已知模型的参数估计优化问题。与其他优化算法相比较,它具有收敛速度快(超线性收敛)、计算效率高、数值稳定等优点。似然函数 SQP 的优化求解分为三步:拉格朗日函数 Hesse 矩阵的 Broyden Fletcher Goldfarb Shanno(BFGS)近似更新、二次规划(Quadratic Program, QP)子问题的求解和一维搜索与似然函数的计算。

3.1.1 Hesse 矩阵的 BFGS 近似更新

在 SQP 每次迭代的过程中,利用拟牛顿法思想可以避免直接计算 Hesse 矩阵,从而提高计算效率。具体为利用 BFGS 的变尺度法计算一个正定拟牛顿矩阵 \mathbf{H} 来逼近拉格朗日函数的 Hesse 矩阵。其中, Hesse 矩阵的 BFGS 更新公式表示为:

$$\mathbf{H}^{(n+1)} = \mathbf{H}^{(n)} + \frac{\boldsymbol{\eta}^{(n)} [\boldsymbol{\eta}^{(n)}]^T}{[\boldsymbol{\delta}^{(n)}]^T \boldsymbol{\eta}^{(n)}} - \frac{\mathbf{H}^{(n)} \boldsymbol{\delta}^{(n)} [\boldsymbol{\delta}^{(n)}]^T \mathbf{H}^{(n)}}{[\boldsymbol{\delta}^{(n)}]^T \mathbf{H}^{(n)} \boldsymbol{\delta}^{(n)}}, \quad (15)$$

其中:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\delta}^{(n)} &= \mathbf{z}^{(n+1)} - \mathbf{z}^{(n)} \\ \boldsymbol{\eta}^{(n)} &= \vartheta \boldsymbol{\gamma}^{(n)} + (1 - \vartheta) \mathbf{H}^{(n)} \boldsymbol{\delta}^{(n)} \\ \boldsymbol{\gamma}^{(n)} &= [\mathbf{V}'(\mathbf{z}^{(n+1)}) - \mathbf{V}'(\mathbf{z}^{(n)})] - [\mathbf{J}_I(\mathbf{z}^{(n)})^T - \mathbf{J}_I(\mathbf{z}^{(n)})^T] \boldsymbol{\mu}^{(n)} \end{aligned}$$

当 $[\boldsymbol{\delta}^{(n)}]^T \boldsymbol{\gamma}^{(n)} \geq 0.2 [\boldsymbol{\delta}^{(n)}]^T \mathbf{H}^{(n)} \boldsymbol{\delta}^{(n)}$ 时, $\vartheta = 1$;

当 $[\boldsymbol{\delta}^{(n)}]^T \boldsymbol{\gamma}^{(n)} < 0.2 [\boldsymbol{\delta}^{(n)}]^T \mathbf{H}^{(n)} \boldsymbol{\delta}^{(n)}$ 时,

$$\vartheta = \frac{0.8 [\boldsymbol{\delta}^{(n)}]^T \mathbf{H}^{(n)} \boldsymbol{\delta}^{(n)}}{[\boldsymbol{\delta}^{(n)}]^T \mathbf{H}^{(n)} \boldsymbol{\delta}^{(n)} - [\boldsymbol{\delta}^{(n)}]^T \boldsymbol{\gamma}^{(n)}},$$

式中: $\mathbf{z}^{(n)}$ 为第 n 次迭代的参数估计向量; $\mathbf{V}'(\mathbf{z}^{(n)})$ 为似然函数 $V(\mathbf{z}^{(n)})$ 的梯度值; $\mathbf{J}_I(\mathbf{z}^{(n)})$ 为不等式约束函数的 Jacobi 矩阵值; $\boldsymbol{\mu}^{(n)}$ 为拉格朗日乘子向量; $\boldsymbol{\delta}^{(n)}, \boldsymbol{\eta}^{(n)}, \boldsymbol{\gamma}^{(n)}, \vartheta$ 均为中间变量。初始化时,常设置 $\mathbf{H}^{(n)}$ 为单位阵。

3.1.2 QP 子问题的求解

SQP 方法的基本思想就是利用一系列的 QP 子问题来近似逼近原问题,因此 SQP 方法的每次迭代都需要求解一个 QP 问题,本文中其形式如式(16)所示:

$$\begin{aligned} \min \quad & \frac{1}{2} \boldsymbol{\delta}^T \mathbf{H}^{(n)} \boldsymbol{\delta} + \boldsymbol{\delta}^T \mathbf{V}'(\mathbf{z}^{(n)}) \\ \text{s. t.} \quad & \mathbf{J}_I(\mathbf{z}^{(n)}) \boldsymbol{\delta} \geq -c_I(\mathbf{z}^{(n)}), \end{aligned} \quad (16)$$

式中: $c_I(\mathbf{z}^{(n)})$ 为似然函数的不等式约束; $\mathbf{H}^{(n)}$ 即为 3.1.1 小节中 Hesse 矩阵的 BFGS 近似,因为 $\mathbf{H}^{(n)}$ 总是正定矩阵,所以式(16)是一个凸二次规划问题。

3.1.3 一维搜索与似然函数的计算

利用 Wolfe 非精确一维搜索方法获得效益函数的迭代步长 $\beta^{(n)}$,并根据 3.1.2 小节中求解 QP 子问题得到的下降方向 $\mathbf{d}^{(n)}$ 可组成如式(17)所示的一个迭代公式:

$$\mathbf{z}^{(n+1)} = \mathbf{z}^{(n)} + \beta^{(n)} \mathbf{d}^{(n)}. \quad (17)$$

把 $\mathbf{z}^{(n+1)}$ 带入 $V(\mathbf{z})$ 中便可得到似然函数值。

3.2 最大似然函数的梯度

在应用 SQP 方法求解上述似然函数时,需要已知似然函数 $V(\mathbf{z})$ 的梯度 $\mathbf{V}'(\mathbf{z})$ 。

首先,在此引入一个中间向量 \mathbf{r} ,即:

$$\mathbf{r} = [r_1, r_2, \dots, r_M]^T. \quad (18)$$

其中向量 \mathbf{r} 的第 i 个元素为:

$$r_i = \sqrt{\sum_{j=1}^M \|\Pi_{\Gamma_K}^\perp \mathbf{W}\|_{ij}^2}, i = 1, 2, \dots, M, \quad (19)$$

式中: \mathbf{W} 为协方差矩阵 \mathbf{R}_X 的 Hermite 平方根,即 $\mathbf{W}\mathbf{W}^H = \mathbf{R}_X$; $\|\Pi_{\Gamma_K}^\perp \mathbf{W}\|_{ij}^2$ 表示矩阵 $\Pi_{\Gamma_K}^\perp \mathbf{W}$ 的第 (i, j) 个元素的模值的平方。所以,似然函数 $V(\mathbf{z})$ 可表示为:

$$V(\mathbf{z}) = \|\mathbf{r}\|^2 = \mathbf{r}^H \mathbf{r}. \quad (20)$$

然后求得 \mathbf{r} 对 \mathbf{z}_p 的偏导数为:

$$\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \mathbf{z}_p} = \begin{bmatrix} \frac{1}{r_1} \text{Re} \left\{ \Pi_{\Gamma_K}^\perp \mathbf{R}_X \frac{\partial \Pi_{\Gamma_K}^\perp}{\partial \mathbf{z}_p} \right\}_{11} \\ \frac{1}{r_2} \text{Re} \left\{ \Pi_{\Gamma_K}^\perp \mathbf{R}_X \frac{\partial \Pi_{\Gamma_K}^\perp}{\partial \mathbf{z}_p} \right\}_{22} \\ \vdots \\ \frac{1}{r_M} \text{Re} \left\{ \Pi_{\Gamma_K}^\perp \mathbf{R}_X \frac{\partial \Pi_{\Gamma_K}^\perp}{\partial \mathbf{z}_p} \right\}_{MM} \end{bmatrix}. \quad (21)$$

结合式(20)求得 $V(\mathbf{z})$ 对 \mathbf{z}_p 的偏导数为:

$$\begin{aligned} \frac{\partial V(\mathbf{z})}{\partial \mathbf{z}_p} &= 2\text{Re} \{ \mathbf{r}_{z_p}^H \mathbf{r} \} = \\ &= 2\text{Re} \left\{ \sum_{i=1}^m \text{Re} \left\{ \Pi_{\Gamma_K}^\perp \mathbf{R}_X \frac{\partial \Pi_{\Gamma_K}^\perp}{\partial \mathbf{z}_p} \right\}_{ii} \right\}, \end{aligned} \quad (22)$$

式中 $\frac{\partial \Pi_{\Gamma_K}^\perp}{\partial \mathbf{z}_p}$ 为正交投影矩阵 $\Pi_{\Gamma_K}^\perp$ 对 \mathbf{z}_p 的一阶偏导数,即:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Pi_{\Gamma_K}^\perp}{\partial \mathbf{z}_p} &= -\frac{\partial \Pi_{\Gamma_K}}{\partial \mathbf{z}_p} = -\Pi_{\Gamma_K} \frac{\partial \Gamma_K}{\partial \mathbf{z}_p} \Gamma_K^\perp - \\ &= (\Pi_{\Gamma_K}^\perp \frac{\partial \Gamma_K}{\partial \mathbf{z}_p} \Gamma_K^\perp)^H. \end{aligned} \quad (23)$$

再把式(23)带回式(22),经整理可得 $V(\mathbf{z})$ 对 \mathbf{z}_p 的偏导数为:

$$\frac{\partial V(\mathbf{z})}{\partial \mathbf{z}_p} = -2\text{Re} \{ \Gamma_K^\perp \mathbf{R}_X \Pi_{\Gamma_K}^\perp \mathbf{D} \}_{pp}. \quad (24)$$

进而可得似然函数的梯度为:

$$\mathbf{V}'(\mathbf{z}) = -2\text{Re} \{ \text{diag}(\Gamma_K^\perp \mathbf{R}_X \Pi_{\Gamma_K}^\perp \mathbf{D}) \}, \quad (25)$$

式中 \mathbf{D} 为广义阵列流型 Γ_K 的一阶导数。

3.3 初始化参数的选取

首先,求出第一个信源的 DOA 和多普勒频率初始值:

$$(\hat{\theta}_1^{(0)}, \hat{\omega}_1^{(0)}) = \min_{\theta_1, \omega_1} \{ \text{tr}[\Pi_{\Gamma_K}^\perp \hat{\mathbf{R}}_X] \}. \quad (26)$$

假定第一个信源参数即为 $\hat{\theta}_1^{(0)}$ 和 $\hat{\omega}_1^{(0)}$,然后再用式(27)求出第二个信源的 DOA 和多普勒频率初始值:

$$(\hat{\theta}_2^{(0)}, \hat{\omega}_2^{(0)}) = \min_{\theta_2, \omega_2} \{ \text{tr}[\Pi_{\Gamma_K}^\perp \hat{\mathbf{R}}_X] \}. \quad (27)$$

按照上述方法依次进行下去,直至求出 P 个信源参数的初始估计值。

4 实验验证与比较

为了验证上述方法的有效性,对算法进行了 200 次独立蒙特卡罗实验。设有两个远程窄带目标信号源,它们的 DOA 分别为 20° 和 50° ,多普勒频率分别为 0.7 rad 和 1 rad 。实验中的噪声为高斯白噪声,阵列天线采用阵元数 $M = 10$ 、阵元间隔为半波长的均匀线阵列,采样快拍数取为 110。以式(28)及式(29)所示均方根误差(Root Mean Squared Error, RMSE)作为算法性能指标测试的标准:

$$\text{RMSE}_\theta = \sqrt{\frac{1}{PN_{\text{run}}} \sum_{p=1}^P \sum_{q=1}^{N_{\text{run}}} [\hat{\theta}_p(q) - \theta_p]^2}, \quad (28)$$

$$\text{RMSE}_\omega = \sqrt{\frac{1}{PN_{\text{run}}} \sum_{p=1}^P \sum_{q=1}^{N_{\text{run}}} [\hat{\omega}_p(q) - \omega_p]^2}. \quad (29)$$

式中: P 为目标信号源数目, N_{run} 为独立实验次数, θ_p 及 ω_p 表示第 p 个信源 DOA 及频率的真实值, $\hat{\theta}_p(q)$ 及 $\hat{\omega}_p(q)$ 表示第 q 次独立蒙特卡罗实验所得到的 DOA 与频率的估计值。

实验 1 为与其他联合估计算法之间的性能对比实验。选取 2 个比较典型的联合估计算法 FSF-MUSIC(Frequency Space Frequency-multiple Signal Classification)^[6] 算法及 JAFE(Joint Angle Frequency Estimation)^[8] 算法与本文所提 SQP-ML 算法进行比较。图 1 与图 2 分别给出了 3 种不同的联合估计算法的 DOA 与多普勒频率的均方根误差变化曲线以及相应的克拉美罗界(CRB)。从图 1 及图 2 中可以看出,本文所提算法是有效的,与 FSF-MUSIC 及 JAFE 方法相比,其具有更高的估计精度,在较低的信噪比下即可以贴近克拉美罗界,这主要归功于本文算法中所采用的最大似然估计是一种渐进无偏估计。另外,算法中所应用的 SQP 方法具有较高的搜索精度。

实验 2 为与随机性优化算法之间的搜索精度

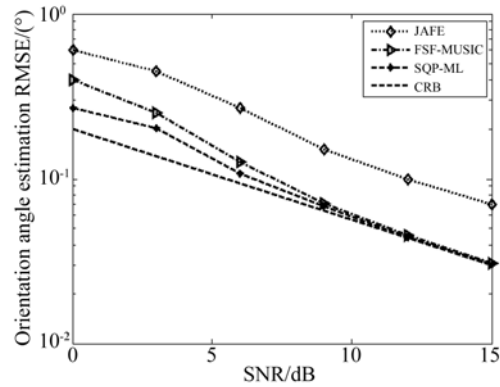


图 1 3 种联合算法估计 DOA 的均方根误差

Fig. 1 DOA RMSEs estimated by three joint estimation methods

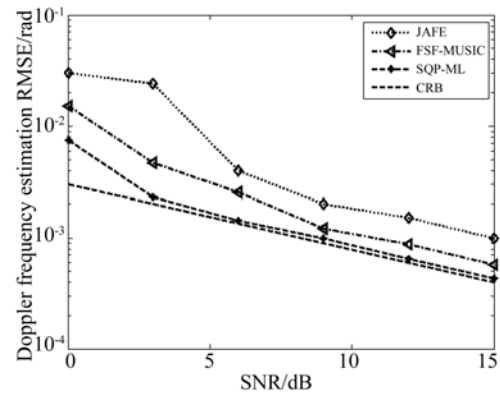


图 2 3 种联合算法频率估计的均方根误差

Fig. 2 RMSEs of Doppler frequency estimated by three joint estimation methods

及收敛速度的对比实验。选取遗传(Genetic Algorithm, GA)算法、微分进化(Differential Evolution, DE)算法以及量子粒子群优化(Quantum-behaved Particle Swarm Optimization, QPSO)算法^[4]和本文方法对似然函数分别进行优化求解。图 3 及图 4 给出了以上 4 种优化算法 DOA 与多普勒频率估计的均方根误差曲线以及相应的克拉美罗界。从图 3 及图 4 中可以看出, SQP 方法能够很好地对似然函数进行优化,基本每次都找到全局最优解,且数值求解稳定,精度较高。而 DE 算法、遗传算法或 QPSO 算法由于种群数量及迭代次数的限制,不能保证每次都能搜索到全局最优,要想获得更高的估计精度,必须增加种群数量或迭代次数,这将大大增加算法的计算量。

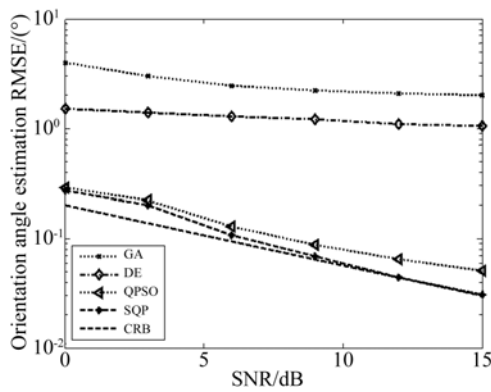


图 3 4 种优化算法 DOA 估计的均方根误差

Fig. 3 DOA RMSEs estimated by four optimization methods

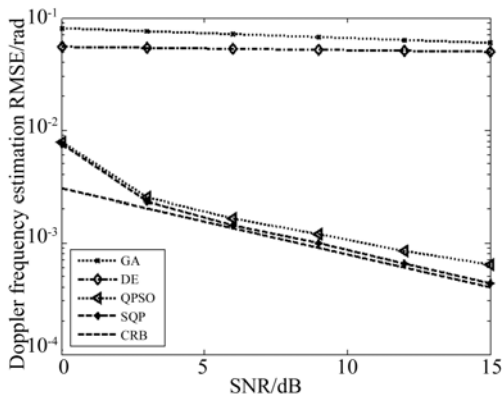


图 4 4 种优化算法频率估计的均方根误差

Fig. 4 RMSEs of Doppler frequency estimated by four optimization methods

为了避免在不同电脑设备上实验所反映出的计算用时差异,表 1 给出了以上 4 种方法在 DOA 与多普勒频率联合估计中寻优的相对平均计算时间,即:

$$\sum_{q=1}^{N_{\text{run}}} T_{\text{SQP}} / \sum_{q=1}^{N_{\text{run}}} T_{\text{GA/DE/QPSO}}. \quad (30)$$

从表 1 可以得知,相同信噪比下,应用 SQP 对似然函数求解的平均寻优用时小于另外 3 种随机性优化方法,这主要是因为 SQP 方法在每步迭代过程中都运用了梯度这一方向性信息,从而给每次迭代过程都指明了方向,较大程度地加快了

寻优速度,而另外 3 种随机性算法由于其本身的特性没有运用这一有效的信息。上述结果表明,在已知梯度等相关先验信息的前提下,SQP 方法具有更大的优势。另外,经仿真实验测试得知,不同信噪比下,实验中种群数量及迭代次数均相同时,DE 算法、遗传算法和 QPSO 算法的寻优时间基本保持不变,所以从表 1 中还可以看出,随着信噪比不断下降,SQP 方法寻优所用的时间有所增加。这是因为不断加大的噪声对梯度的正确指向性影响加剧,致使寻优迭代步数增加所致。综合分析可知,SQP 方法可以用较少的计算时间实现对似然函数的优化求解,保证了算法目标参数估计的快速性和实时性。

表 1 相对平均计算时间

Tab. 1 Relative average computing time

方法	平均计算时间比			
	0 dB	5 dB	10 dB	15 dB
$T_{\text{SQP}}/T_{\text{GA}}$	0.813 9	0.727 4	0.651 9	0.617 3
$T_{\text{SQP}}/T_{\text{DE}}$	0.857 8	0.770 4	0.688 8	0.655 2
$T_{\text{SQP}}/T_{\text{QPSO}}$	0.898 4	0.804 4	0.724 2	0.686 8

5 结 论

研究了阵列信号处理中 DOA 与多普勒频率的联合估计问题。首先利用空时信号模型通过 Hankel 矩阵构造出一个广义天线阵模型,通过该模型将 DOA 与多普勒频率信息转化到同一阵列流型矩阵中;然后利用最大似然估计方法对该广义天线阵模型进行 DOA 与多普勒频率的联合估计;最后将局部超线性收敛且全局最优的 SQP 方法应用于似然函数的求解中,从而极大地减少了算法的计算量,加快了寻优速度。为了验证本文算法性能,将本文算法与其他联合算法进行了对比,并与随机性优化算法进行对比。实验表明所提算法具有寻优时间短,估计精度高,参数自动配对等特点,在信噪比为 0 dB 时估计两个目标信号源的 DOA 及多普勒频率的均方根误差仅为 0.263 6°和 0.007 6 rad。

参考文献:

[1] REDDY V V, NG B P, KHONG A W H. Deriva-

tive-constrained frequency-domain wideband DOA estimation [J]. *Multidimensional Systems and Signal Processing*, 2014, 25(1): 211-233.

[2] ZHANG Z H, LIN J, SHI Y W. Application of ar-

- tificial bee colony algorithm to maximum likelihood DOA estimation[J]. *Journal of Bionic Engineering*, 2013, 10(1):100-109.
- [3] 张志成,温炎,石要武. 利用隔离小生境混合蛙跳方法联合估计波达方向和多普勒频率[J]. *光学精密工程*, 2014, 22(9): 2565-2571.
ZHANG ZH CH, WEN Y, SHI Y W. Joint estimation of DOAs and Doppler frequency using isolation niche shuffled frog leaping algorithm [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2014, 22(9): 2565-2571. (in Chinese)
- [4] 张志成,林君,石要武,等. 用加权子空间拟合和量子粒子群算法联合估计多普勒频率和波达方向[J]. *光学精密工程*, 2013, 21(9):2445-2451.
ZHANG ZH CH, LIN J, SHI Y W. Joint estimation of Doppler and DOAs by WSF-QPSO method [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2013, 21(9): 2445-2451. (in Chinese)
- [5] JACKSON L B, CHIEN C H. Frequency and bearing estimation by two-dimensional linear prediction [C]. *Proceedings of IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing, Washington, DC, USA: ICASSP, 1979, 4: 665-668.*
- [6] LIN J D, FANG W H, WANG Y Y, et al.. FSF MUSIC for joint DOA and frequency estimation and its performance analysis[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2006, 54(12): 4529-4542.
- [7] LEMMA A N, VAN D V A J, DEPRETTERE E F. Analysis of ESPRIT based joint angle-frequency estimation [C]. *Proceedings of IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing, Istanbul, Turkey: ICASSP, 2000: 3053-3056.*
- [8] LEMMA A N, VAN D V A J, DEPRETTERE E F. Analysis of joint angle-frequency estimation using ESPRIT [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2003, 51(5): 1264-1283.
- [9] ATHELEY F. Asymptotically decoupled angle-frequency estimation with sensor arrays [C]. *The Thirty-Third Asilomar Conference on Signal, Systems and Computers, Pacific Grove, USA: ACSSC, 1999: 1098-1102.*
- [10] 王惠刚,刘强. 多普勒方位联合估计的蒙特卡洛算法[J]. *电子学报*, 2009, 37(9):1965-1970.
WANG H G, LIU Q. A Monte Carlo method for joint estimation of Dopplers and DOAs[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2009, 37(9): 1965-1970. (in Chinese)
- [11] WANG H G, KAY S. Maximum likelihood angle-Doppler estimator using importance sampling[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronics Systems*, 2010, 46(2): 610-622.
- [12] 岳武陵,吴勇. 基于多目标优化的空间直线度误差评定[J]. *光学精密工程*, 2008, 16(8):1423-1428.
YUE W L, WU Y. Evaluation of spatial straightness errors based on multi-target optimization[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2008, 16(8): 1423-1428. (in Chinese)

作者简介:



单泽彪(1986—),男,河北邢台人,博士研究生,2010年于吉林化工学院获得学士学位,2013年于吉林大学硕转博直接攻读博士学位,主要从事阵列信号处理及DOA跟踪,信号检测与自动控制的研究工作。E-mail: zbshan@126.com

导师简介:



石要武(1954—),男,吉林长春人,教授,博士生导师,1994年于吉林工业大学获得博士学位,主要从事生产过程自动检测与综合控制、信号检测与估计理论、阵列信号处理理论与应用等方面的研究。E-mail: shiyw@jlu.edu.cn

(版权所有 未经许可 不得转载)