

基于协作多点传输的非线性顽健预编码

顾浙骐, 张忠培

(电子科技大学 通信抗干扰技术国家级重点实验室, 四川 成都 611731)

摘要: 提出了非线性顽健预编码算法, 该算法利用下行信道误差的统计特性, 重新设计了传统非线性预编码算法的前向矩阵、反馈矩阵以及缩放矩阵。计算机仿真表明当存在下行信道误差时, 该算法的性能不仅优于传统的线性和非线性预编码, 也优于现有的线性顽健预编码。此外, 在协作多点传输中, 用户具有不同的下行信道误差, 这使现有的“best-first”排序算法失效。于是对该排序算法进行了改进, 使其仍能降低非线性顽健预编码算法的平均误码率。

关键词: 无线通信; 协作多点传输; 非线性顽健预编码

中图分类号: TN911.6

文献标识码: A

Nonlinear robust precoding for coordinated multipoint transmission

GU Zhe-qi, ZHANG Zhong-pei

(National Key Laboratory of Science and Technology on Communication,
University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 611731, China)

Abstract: A nonlinear robust precoding algorithm was proposed, which redesigned the feedback matrix, the forward matrix and the scaling matrix of the traditional tomlinson-harashima precoding algorithm based on the statistical characteristics of the downlink channel state information errors. Simulation results show that the nonlinear robust precoding algorithm can achieve better performance than the traditional linear and nonlinear precoding algorithms when the downlink channel state information errors exist. Due to the different downlink channel state information errors between user equipments in the coordinated multi-point transmission, the traditional “best-first” ordering algorithm was invalid. So an improved ordering algorithm was proposed to reduce the average bit error rate of the nonlinear robust precoding algorithm.

Key words: wireless communication; coordinated multipoint; non-linear robust precoding

1 引言

协作多点传输技术(CoMP, coordinated multipoint)作为未来蜂窝网络的备选技术, 能降低或消除同频小区之间的干扰, 改善小区边缘用户吞吐量, 大幅提高系统频谱资源效率^[1]。根据基站的协作方式, CoMP技术的下行传输方案可分为协作波束成形(CB, coordinated beamforming)和联合传输(JT, joint transmission)^[2,3]。其中, 联合传

输是指各同频小区的基站通过有线链路连接到中央部件(CU, central unit), 与各小区用户构成一个虚拟多输入多输出系统(MIMO, multiple input multiple output), 实现下行传输。联合传输可通过迫零预编码(ZF, zero-force)和最小均方误差预编码(MMSE, minimum mean square error)等线性预编码, 获得较现有移动通信系统1倍以上的性能增益^[3]。

由于预编码需要理想的下行信道信息(CSI,

收稿日期: 2014-09-03; 修回日期: 2014-12-23

基金项目: 国家高技术研究发展计划(“863”计划)基金资助项目(2014AA01A704); 国家自然科学基金资助项目(61101092)

Foundation Items: The National High Technology Research and Development of China(863 Program) (2014AA01A704); The National Natural Science Foundation of China(61101092)

channel state information), 因此基站端如何获得准确的下行 CSI 成为联合传输实现的关键。时分双工(TDD, time division duplex)模式利用信道互易性, 使基站能通过上行导频估计获得下行 CSI, 从而避免了频分双工(FDD, frequency division duplex)模式的反馈开销及量化误差^[4]。因此, TDD 模式更易于协作多点技术的实现。若非特殊说明, 后文中的系统均采用 TDD 模式。尽管 TDD 模式的信道互易性保证了在相干时间内上行 CSI 与下行 CSI 相等, 但由于基站对上行 CSI 的估计存在误差, 基站无法获得准确的上行 CSI, 导致基站获得的下行 CSI 也存在误差。

Rui 和 Li 等分析了下行 CSI 误差对协作多点技术各下行传输方案的可达速率的影响^[5]。其分析结果表明下行 CSI 误差导致联合传输的预编码无法完全消除用户间的干扰, 使联合传输的可达速率大幅下降, 造成系统性能损失。Tajer 和 Prasad 等推导了当下行 CSI 存在误差时, 联合传输对应各用户的等效信干噪比(SINR, signal to interference and noise ratio), 并通过对各用户的传输速率匹配和对各协作基站的发送功率分配, 优化了最差条件(worst case)下系统的加权和速率(weighted sum rate)^[6]。针对 TDD 模式的联合传输, Lagen、Agustin 和 Vidal 设计了迭代算法以获得最优的线性预编码矩阵和线性接收矩阵^[7]。该算法对下行 CSI 误差具有顽健性, 但其迭代操作收敛慢、复杂度高。Bogale、Vandendorpe 和 Chalise 以 MMSE 为准则, 设计了线性顽健预编码^[8]。与传统线性 MMSE 预编码相比, 该预编码能在下行 CSI 误差存在的条件下获得更大的增益。

由于在理想下行 CSI 条件下, 非线性预编码的性能远远高于线性预编码的性能^[9]。首先根据文献[8]中的线性顽健预编码算法的思想提出了非线性顽健预编码算法。该算法充分利用协作多点传输下行 CSI 误差的统计特性, 重新设计了传统非线性 TH 预编码(tomlinson-harashima precoding)的前向矩阵, 反馈矩阵以及缩放矩阵, 使其对下行 CSI 误差具有顽健性。同时本文还对非线性顽健预编码算法的复杂度进行了分析。本文发现由于协作多点传输中不同用户具有不同的下行 CSI 误差, 导致传统的“first-best”排序算法不再适用于本文的非线性顽健预编码。于是本文对该排序算法进

行了改进, 不仅使其能进一步降低非线性顽健预编码算法的平均误码率, 并且还降低了排序算法的复杂度。仿真结果表明, 当协作多点传输存在下行 CSI 误差时, 本文所设计非线性顽健预编码的性能不仅优于传统的线性预编码和非线性 TH 预编码, 而且也优于文献[8]中的线性顽健预编码。

文中斜黑体表示向量或矩阵, $(\cdot)^T$ 、 $(\cdot)^H$ 、 $(\cdot)^{-1}$ 和 $(\cdot)^{-H}$ 分别表示转置、共轭转置、矩阵的逆和矩阵共轭转置的逆, $|\cdot|$ 与 $\|\cdot\|$ 分别表示模和 2-范数, $\text{vec}(\cdot)$ 表示矢量化算子, $E(\cdot)$ 表示取期望值, $\text{diag}(\cdot)$ 为对角矩阵, \mathbf{I} 表示单位矩阵, $A(m, m)$ 表示矩阵 A 对角线的第 m 个元素, \mathbf{Z} 为整数集, \mathbf{R} 表示实数集, \mathbf{C} 表示复数集。

2 系统模型

如图 1 所示, 采用联合传输模式的协作多点系统有 B 个协作基站, 各基站均装配 n_b 根天线, 有 M 个用户, 各用户均装配单根天线。各协作基站通过光纤连接到中央处理单元, 通过联合传输模式实现对各用户的下行传输。各协作基站到用户 m 的上下行信道可表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_{m_UL} &= [\mathbf{h}_{m1_UL} \cdots \mathbf{h}_{mb_UL} \cdots] \in \mathbf{C}^{1 \times Bn_b} \\ \mathbf{H}_{m_DL} &= [\mathbf{h}_{m1_DL} \cdots \mathbf{h}_{mb_DL} \cdots] \in \mathbf{C}^{1 \times Bn_b} \end{aligned} \quad (1)$$

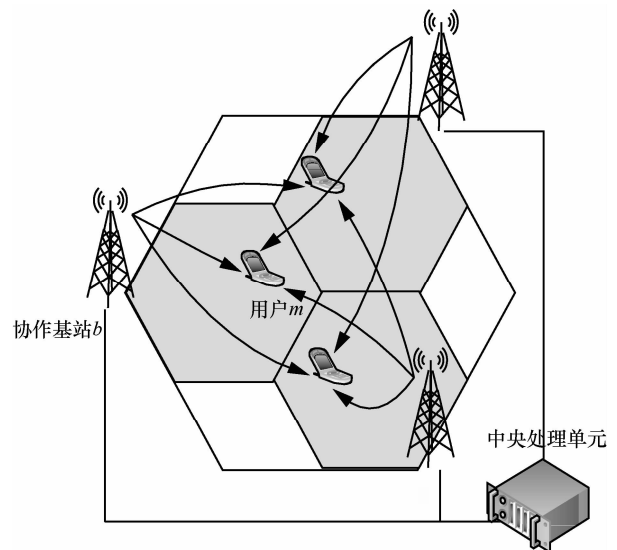


图 1 协作多点系统的联合传输模式

其中, $\mathbf{h}_{mb_UL}, \mathbf{h}_{mb_DL} \in \mathbf{C}^{1 \times n_b}$ 分别表示协作基站 b 与

用户 m 间的上行与下行信道。

联合传输需要下行 CSI, 即 $\mathbf{H}_{DL} = [\mathbf{H}_{1_DL}^T \mathbf{H}_{2_DL}^T \cdots \mathbf{H}_{M_DL}^T]^T \in \mathbf{C}^{M \times Bn_t}$, 用于预编码矩阵的计算。若采用 TDD 模式, 则同频段的上行信道与下行信道在相干时间内具有信道互易性, 即 $\mathbf{H}_{DL} = \mathbf{H}_{UL}$ 。各协作基站可通过各用户发送的探测参考信号(SRS, sounding reference signal)^[10]获得对上行信道 $\mathbf{H}_{UL} = [\mathbf{H}_{1_UL}^T \mathbf{H}_{2_UL}^T \cdots \mathbf{H}_{M_UL}^T]^T \in \mathbf{C}^{M \times Bn_t}$ 的信道估计 $\hat{\mathbf{H}}_{UL} = [\hat{\mathbf{H}}_{1_UL}^T \hat{\mathbf{H}}_{2_UL}^T \cdots \hat{\mathbf{H}}_{M_UL}^T]^T \in \mathbf{C}^{M \times Bn_t}$ 。如图 1 所示, 在协作多点传输中, 协作基站和用户均在空间上离散分布, 所以各协作基站到各用户的信道可认为是相互独立的。同时, 在实际的协作多点通信中, 协作基站的角色常由远端射频单元(RRU, radio remote unit)扮演, 其天线数量较少, 天线的间距也足够保证各天线到各用户的信道近似独立。所以本文未采用 Kronecker 天线相关模型, 而主要关注相互独立的信道估计误差, 则下行信道 \mathbf{H}_{DL} 与上行信道估计 $\hat{\mathbf{H}}_{UL}$ 的关系可以表示为

$$\mathbf{H}_{DL} = \mathbf{H}_{UL} = \hat{\mathbf{H}}_{UL} + \Delta\mathbf{H} \quad (2)$$

其中, $\Delta\mathbf{H} = [\Delta\mathbf{H}_1^T \Delta\mathbf{H}_2^T \cdots \Delta\mathbf{H}_M^T]^T \in \mathbf{C}^{M \times Bn_t}$ 表示上行信道估计误差。假设上行信道估计与下行联合传输的时间间隔不超过信道相干时间, 则中央处理单元将上行信道估计 $\hat{\mathbf{H}}_{UL}$ 当作下行 CSI 计算预编码矩阵。此时, 上行信道估计误差 $\Delta\mathbf{H}$ 即为下行 CSI 误差。

$\Delta\mathbf{H}$ 中各元素的大小与其对应用户的 SRS 到达基站的等效信噪比(SNR, signal to noise ratio)成反比^[11], 假设 $\Delta\mathbf{H}$ 中的元素为相互独立的零均值复正态分布随机变量, $\Delta\mathbf{H} \sim \text{CN}(0, \mathbf{C}_{\Delta\mathbf{H}})$ 。其中 $\mathbf{C}_{\Delta\mathbf{H}}$ 为 $\Delta\mathbf{H}$ 的自相关矩阵, 如式(3)所示。

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_{\Delta\mathbf{H}} &= \text{E}(\Delta\mathbf{H}\Delta\mathbf{H}^H) \\ &= \text{diag}(\text{E}(\Delta\mathbf{H}_1\Delta\mathbf{H}_1^H), \text{E}(\Delta\mathbf{H}_2\Delta\mathbf{H}_2^H), \dots, \text{E}(\Delta\mathbf{H}_M\Delta\mathbf{H}_M^H)) \\ &= \text{diag}(\sigma_{e1}^2, \sigma_{e2}^2, \dots, \sigma_{em}^2, \dots, \sigma_{eM}^2) \end{aligned} \quad (3)$$

根据 $\Delta\mathbf{H}$ 中的元素相互独立且均值为零, 式(3)中的等式 a 可通过简单推导得到, 等式 b 中 $\mathbf{C}_{\Delta\mathbf{H}}$ 的第 m 个对角元素 σ_{em}^2 可表示为

$$\begin{aligned} \sigma_{em}^2 &= \text{E}(\Delta\mathbf{H}_m\Delta\mathbf{H}_m^H) = \sum_{b=1}^B \text{E}(\Delta h_{mb}\Delta h_{mb}^H) \\ &= \sum_{b=1}^B n_b \rho_{mb}^{-1} \end{aligned} \quad (4)$$

其中, ρ_{mb} 表示用户 m 的 SRS 到达基站 b 的等效 SNR。如图 1 所示, 采用联合传输模式的协作多点系统由用户和协作基站共同形成了非中心式无规则的拓扑结构。则不同用户的 SRS 到不同基站会经历不同干扰和噪声, 则当 $m \neq n$ 或者 $b \neq a$ 时, 显然 $\rho_{mb} \neq \rho_{na}$ 。如式(4)所示, σ_{em}^2 表示用户 m 所对应的下行 CSI 误差的方差。所以当 $m \neq n$, $\sigma_{em}^2 \neq \sigma_{en}^2$, 即不同用户对应的下行 CSI 误差具有不同的二阶矩。

3 非线性顽健预编码设计

假设向量 \mathbf{a} 中各元素 $a_m, m=1, \dots, M$ 的星座点集 $A = \{a_l + ja_q \mid \{a_l, a_q \in \pm 1, \pm 3, \dots, \pm(\sqrt{K}-1)\}\}$, 则调制符号被限定在边长为 $2\sqrt{K}$ 的方形区域内。在此令 $\tau = 2\sqrt{K}$ 。由于本文中所涉及的调制符号均为复数, 所以图 2 中的 MOD 表示分别对符号的实部和虚部进行取模运算。取模运算的定义为

$$\text{MOD}_\tau(x) = x - \left\lfloor \frac{x + \frac{\tau}{2}}{\tau} \right\rfloor \tau, \text{ 其中 } \lfloor \cdot \rfloor \text{ 表示向下取整}^{[12]}。$$

若暂时忽略取模运算, 则中央处理单元的操作为对用户间干扰的串行预消除。图 2 中的矩阵 $\mathbf{B}-\mathbf{I}$ 为

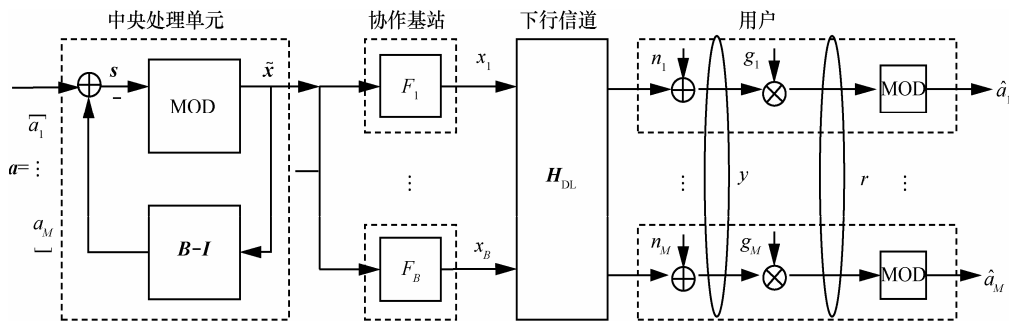


图 2 非线性顽健预编码

严格下三角矩阵, 则数据向量 $\tilde{\mathbf{x}}$ 的第 m 个元素可表示为

$$\tilde{x}_m = a_m - \sum_{k=1}^{m-1} b_{mk} \tilde{x}_k \quad (5)$$

其中, b_{mk} 为矩阵 \mathbf{B} 的第 m 行第 k 列的元素。为了避免发射功率过大, 不让 \tilde{x}_m 的幅度超出调制星座区域, 需对 \tilde{x}_m 进行取模运算, 则式(5)可进一步改写为

$$\tilde{x}_m = a_m - \sum_{l=1}^{m-1} b_{ml} \tilde{x}_l + p_m \quad (6)$$

其中, p_m 是对 \tilde{x}_m 进行取模运算后获得的扰动矢量。为了后续推导方便, 假设协作基站的总天线数等于用户数, 即 $Bn_l = M$, 则根据式(5)和式(6), 中央处理单元的干扰串行预消除和取模运算可等效为以下矩阵形式

$$\tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{B}^{-1} \mathbf{s} = \mathbf{B}^{-1} (\mathbf{a} + \mathbf{p}) \quad (7)$$

其中, 矢量 $\mathbf{p} = [p_1, \dots, p_m, \dots, p_M]^T$ 为取模运算在调制符号向量 \mathbf{a} 上叠加的扰动矢量。矢量 \mathbf{p} 可通过用户接收端的取模运算消除。若 $Bn_l < M$, 则用户间的干扰理论上无法完全消除, 通常这种情况可通过对用户的时间资源调度进行避免。若 $Bn_l > M$, 这时矩阵 \mathbf{B} 为非方阵, 则式(7)中的逆矩阵 \mathbf{B}^{-1} 可用伪逆矩阵 $\mathbf{B}^H (\mathbf{B}\mathbf{B}^H)^{-1}$ 代替。因此 $Bn_l = M$ 的假设不失一般性。

各协作基站将数据向量 $\tilde{\mathbf{x}}$ 乘以前馈矩阵 $\mathbf{F} = [\mathbf{F}_1^T \ \mathbf{F}_2^T \ \dots \ \mathbf{F}_B^T]^T$ 得到发射向量

$$\mathbf{x} = \mathbf{F}\tilde{\mathbf{x}} = [\mathbf{x}_1^T \ \mathbf{x}_2^T \ \dots \ \mathbf{x}_B^T]^T \in \mathbf{C}^{Bn_l \times 1} \quad (8)$$

其中, 前馈矩阵 \mathbf{F} 为酉阵。发射向量 \mathbf{x} 经过下行信道 \mathbf{H}_{DL} , 并在各用户接收端叠加高斯白噪声 n_m ($m=1, \dots, M$), 同时乘以各自所对应的缩放因子 g_m ($m=1, \dots, M$), 得到接收信号矢量

$$\begin{aligned} \mathbf{r} &= \mathbf{G}\mathbf{y} \\ &= \mathbf{G}(\hat{\mathbf{H}}_{UL} + \Delta\mathbf{H})\mathbf{F}\mathbf{B}^{-1}\mathbf{s} + \tilde{\mathbf{n}} \end{aligned} \quad (9)$$

其中, $\mathbf{y} = \mathbf{H}_{DL}\mathbf{x} + \mathbf{n}$, $\mathbf{G} = \text{diag}(g_1, g_2, \dots, g_M)$, $\tilde{\mathbf{n}} = \mathbf{G} \times [n_1 \ n_2 \ \dots \ n_M]^T$ 。将式(2)、式(7)和式(8)代入式(9)可得到式(9)等式 a 。如图 2 所示, 接收信号矢量 \mathbf{r} 经过用户取模运算后得到各用户的调制符号向量 $\hat{\mathbf{a}} = [\hat{a}_1 \ \hat{a}_2 \ \dots \ \hat{a}_M]^T$ 。

在此, 通过对反馈矩阵 \mathbf{B} 、前馈矩阵 \mathbf{F} 以及对

角缩放矩阵 \mathbf{G} 的优化设计, 实现非线性顽健预编码, 降低下行 CSI 误差对联合传输的影响。定义接收误差矢量 \mathbf{e}

$$\mathbf{e} = \mathbf{r} - \mathbf{s} \quad (10)$$

通过求解下述最小化问题, 确定反馈矩阵 \mathbf{B} , 前馈矩阵 \mathbf{F} 以及对角缩放矩阵 \mathbf{G}

$$\arg \min_{\mathbf{B}, \mathbf{F}, \mathbf{G}} \mathbb{E}(\|\mathbf{e}\|^2) \quad (11)$$

式(11)的本质为最小化接收信号矢量 \mathbf{r} 与等效信号矢量 \mathbf{s} 的均方误差(MSE, mean square error)。根据最小均方误差(MMSE, minimum mean square error)最优解的正交原理(或者叫投影定理)^[13], 则接收误差矢量 \mathbf{e} 与矢量 \mathbf{y} 满足

$$\mathbb{E}(\mathbf{e}\mathbf{y}^H) = \mathbf{0} \quad (12)$$

假设 $\mathbb{E}(\mathbf{a}\mathbf{a}^H) = \sigma_a^2 \mathbf{I}$, $\mathbb{E}(\mathbf{n}\mathbf{n}^H) = \sigma_n^2 \mathbf{I}$ 。当调制符号的星座点集 A 较大时, 即 K 较大时, 可忽略非线性取模操作造成的成形损失(shaping loss), 则 $\mathbb{E}(\tilde{\mathbf{x}}\tilde{\mathbf{x}}^H) \approx \sigma_a^2 \mathbf{I}$ ^[12]。在此, 将式(7)~式(10)代入式(12), 并展开整理, 可将式(12)改写为

$$\mathbf{G}(\hat{\mathbf{H}}_{UL} \hat{\mathbf{H}}_{UL}^H + \eta \mathbf{I} + \mathbf{C}_{\Delta H}) = \mathbf{B}\mathbf{F}^H \hat{\mathbf{H}}_{UL}^H \quad (13)$$

其中, $\eta = \frac{\sigma_n^2}{\sigma_a^2}$ 。若归一化调制符号平均功率(即 $\sigma_a^2 = 1$), 则 $\eta = \sigma_n^2$ 。由式(13)可以得到前馈矩阵 \mathbf{F} 的共轭转置

$$\mathbf{F}^H = \mathbf{B}^{-1} \mathbf{G}(\hat{\mathbf{H}}_{UL} \hat{\mathbf{H}}_{UL}^H + \eta \mathbf{I} + \mathbf{C}_{\Delta H}) \hat{\mathbf{H}}_{UL}^{-H} \quad (14)$$

由于前馈矩阵 \mathbf{F} 为酉阵, 由酉阵的性质 $\mathbf{F}^H \mathbf{F} = \mathbf{I}$, 可以得到

$$\begin{aligned} \mathbf{G}^{-1} \mathbf{B}(\mathbf{G}^{-1} \mathbf{B})^H &= (\hat{\mathbf{H}}_{UL} \hat{\mathbf{H}}_{UL}^H + \eta \mathbf{I} + \mathbf{C}_{\Delta H}) \hat{\mathbf{H}}_{UL}^{-H} \hat{\mathbf{H}}_{UL}^{-1} \\ &= (\hat{\mathbf{H}}_{UL} \hat{\mathbf{H}}_{UL}^H + \eta \mathbf{I} + \mathbf{C}_{\Delta H}) \end{aligned} \quad (15)$$

η 和 $\mathbf{C}_{\Delta H}$ 已知, 同时式(15)的等式右边部分为正定 Hermite 矩阵, 通过对式(15)的等式右边部分做乔里斯基分解(Cholesky factorization), 则可得到下三角矩阵 $\mathbf{L} = \mathbf{G}^{-1} \mathbf{B}$ 。同时, 通过下三角矩阵 \mathbf{L} , 可以得到满足式(11)的反馈矩阵 \mathbf{B} , 前馈矩阵 \mathbf{F} 以及对角缩放矩阵 \mathbf{G} 的表达式

$$\begin{aligned} \mathbf{G} &= \text{diag}(\mathbf{L}(1,1)^{-1}, \mathbf{L}(2,2)^{-1}, \dots, \mathbf{L}(M,M)^{-1}) \\ \mathbf{B} &= \mathbf{G}\mathbf{L} \\ \mathbf{F} &= \hat{\mathbf{H}}_{UL}^{-1} (\hat{\mathbf{H}}_{UL} \hat{\mathbf{H}}_{UL}^H + \eta \mathbf{I} + \mathbf{C}_{\Delta H}) \mathbf{L}^{-H} \end{aligned} \quad (16)$$

为了便于后续的优化排序, 将上述的非线性顽

健预编码改写为等价形式, 在此定义

$$\mathbf{H}_{\text{MMSE}} = (\hat{\mathbf{H}}_{\text{UL}} \hat{\mathbf{H}}_{\text{UL}}^H + \eta \mathbf{I} + \mathbf{C}_{\Delta H}) \hat{\mathbf{H}}_{\text{UL}}^{-H} \quad (17)$$

根据式(15)和乔里斯基分解的性质, 对 $\mathbf{H}_{\text{MMSE}}^H$ 进行 QR 分解

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_{\text{MMSE}}^H &= \mathbf{Q}\mathbf{R} \\ &= \mathbf{F}\mathbf{L}^H \end{aligned} \quad (18)$$

根据式(18), 式(16)中反馈矩阵 \mathbf{B} 、前馈矩阵 \mathbf{F} 以及对角缩放矩阵 \mathbf{G} 可重新表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{G} &= \text{diag}(\mathbf{R}(1,1)^{-1}, \mathbf{R}(2,2)^{-1}, \dots, \mathbf{R}(M,M)^{-1}) \\ \mathbf{B} &= \mathbf{G}\mathbf{R}^H \\ \mathbf{F} &= \mathbf{Q} \end{aligned} \quad (19)$$

式(19)中的反馈矩阵 \mathbf{B} 、前馈矩阵 \mathbf{F} 以及对角缩放矩阵 \mathbf{G} 和式(16)中的等价。

本文以浮点运算 (flops) 为基本操作单位, 通过时间复杂度对以上非线性顽健预编码算法的复杂度进行评估。首先, 为了计算以上算法的时间复杂度, 本文在表 1 中给出了矩阵基本运算的时间复杂度, 假设实数矩阵和向量 $\mathbf{A} \in \mathbf{R}^{n \times n}$, $\mathbf{B} \in \mathbf{R}^{n \times m}$, $\mathbf{c} \in \mathbf{R}^{n \times 1}$ 。

表 1 矩阵基本运算的复杂度

矩阵基本运算	浮点运算次数 (flops)	时间复杂度
\mathbf{c}^T	$\frac{n}{2}$	$O(n)$
\mathbf{A}^{-1}	$\frac{4n^3}{3}$	$O(n^3)$
$\mathbf{A} \times \mathbf{B}$	$2n^2m$	$O(n^2m)$
对 \mathbf{A} 的 QR 分解	$6n^3 - 6n^2$	$O(n^3)$

根据前文所述, 该算法在中央部件和协作基站的操作主要可划分为以下步骤。注意非线性顽健预编码算法中的矩阵操作对象均为复数矩阵, 则在此, 需将复数矩阵转化为对应的实数矩阵进行计算。例如: $\bar{\mathbf{H}} = [\text{real}(\mathbf{H}) - \text{imag}(\mathbf{H}); \text{imag}(\mathbf{H}) \text{real}(\mathbf{H})]$, $\bar{\mathbf{a}} = [\text{real}(\mathbf{a}) \text{imag}(\mathbf{a})]$ 。

步骤 1 对 \mathbf{H}_{MMSE} 进行 QR 分解得到前馈矩阵 \mathbf{F} , 并通过矩阵乘加操作获得反馈矩阵 \mathbf{B} 。由于矩阵 $\mathbf{B} - \mathbf{I}$ 在用户间干扰的串行预消除中的作用等价于左乘 \mathbf{B}^{-1} , 则在此用获得 \mathbf{B}^{-1} 的复杂度代替获得矩阵 $\mathbf{B} - \mathbf{I}$ 的复杂度。步骤 1 的浮点运算次数为 $\frac{48M^3 - 48M^2 + 32M^3}{3}$, 时间复杂度为 $O(M^3)$ 。

步骤 2 根据矩阵 $\mathbf{B} - \mathbf{I}$, 中央部件对向量 \mathbf{a} 进

行用户间干扰的串行预消除。同理, 为便于分析, 用 $\mathbf{B}^{-1}\mathbf{a}$ 的复杂度代替上述干扰消除的复杂度。然后, 中央部件对 $\mathbf{B}^{-1}\mathbf{a}$ 进行取模操作获得向量 $\tilde{\mathbf{x}}$ 。步骤 2 的浮点运算次数为 $8M^2 + 2M$, 时间复杂度为 $O(M^2)$ 。

步骤 3 各协作基站将数据向量 $\tilde{\mathbf{x}}$ 乘以各自对应的前馈矩阵 $\mathbf{F} = [\mathbf{F}_1^T \mathbf{F}_2^T \dots \mathbf{F}_B^T]^T$, 得到发射向量 $\mathbf{x} = [\mathbf{x}_1^T \mathbf{x}_2^T \dots \mathbf{x}_B^T]^T$ 。步骤 3 的浮点运算次数为 $8M^2$, 时间复杂度为 $O(M^2)$ 。

综上所述, 非线性顽健预编码算法总的浮点运算次数为 $\frac{112M^3}{3} - 32M^2 + 2M$, 时间复杂度为 $O(M^3)$, 其中变量 M 为用户数, 也是下行信道矩阵 \mathbf{H}_{DL} 的阶数。当下行信道矩阵 \mathbf{H}_{DL} 的阶数为 M 时, 最为常见的迫零线性预编码算法的时间复杂度也为 $O(M^3)$, 而矢量扰动非线性预编码算法的时间复杂度为 $O(e^{2M})$ [14]。本文所提出的非线性顽健预编码算法的复杂度与常用线性预编码算法的复杂度为同一量级, 而远远低于矢量扰动非线性预编码算法的复杂度。

4 基于非线性顽健预编码的优化排序

根据式(19)的反馈矩阵 \mathbf{B} 、前馈矩阵 \mathbf{F} 以及对角缩放矩阵 \mathbf{G} , 推导出误差矢量 \mathbf{e} 的协方差矩阵

$$\mathbf{C}_e = \mathbf{E}(\mathbf{e}\mathbf{e}^H) = \mathbf{G}\Sigma\mathbf{G} \quad (20)$$

其中,

$$\begin{aligned} \Sigma &= \sigma_a^2 (\mathbf{C}_{\Delta H} + \eta \mathbf{I} + \eta^2 (\hat{\mathbf{H}}_{\text{UL}} \hat{\mathbf{H}}_{\text{UL}}^H)^{-1} + \\ &\quad \eta (\hat{\mathbf{H}}_{\text{UL}} \hat{\mathbf{H}}_{\text{UL}}^H)^{-1} \mathbf{C}_{\Delta H} + \eta \mathbf{C}_{\Delta H} (\hat{\mathbf{H}}_{\text{UL}} \hat{\mathbf{H}}_{\text{UL}}^H)^{-1} + \\ &\quad \mathbf{C}_{\Delta H} (\hat{\mathbf{H}}_{\text{UL}} \hat{\mathbf{H}}_{\text{UL}}^H)^{-1} \mathbf{C}_{\Delta H}) \end{aligned} \quad (21)$$

由式(20)和式(21)可以发现各用户接收误差的方差为

$$\begin{aligned} & \left[\mathbf{E}(|e_1|^2) \mathbf{E}(|e_2|^2) \dots \mathbf{E}(|e_M|^2) \right] \\ &= [\mathbf{C}_e(1,1) \mathbf{C}_e(2,2) \dots \mathbf{C}_e(M,M)] \end{aligned} \quad (22)$$

其中, $\mathbf{C}_e(m,m)$ 对应用户 m 接收误差的方差。可见, 由于各用户的等效信道增益不同, 下行 CSI 误差的统计特性不同以及其 QR 分解的正交投影先后顺序不同, 则各用户的性能也存在差异(后续仿真结果表现为不同用户的有不同的误码率)。根据式(19)和式(20), 可得到

$$E(|e_m|^2) = \Sigma(m, m) \mathbf{R}(m, m)^{-2} \quad (23)$$

其中, $\Sigma(m, m)$ 的大小由调制符号功率与接收噪声功率的比值 η , 用户 m 信道增益 \hat{H}_{1_UL} $\hat{H}_{1_UL}^H$ 和用户 m 下行 CSI 误差的方差 σ_{em}^2 决定, 则 $\Sigma(m, m)$ 被看作已知常数。令 $\mathbf{H}_{MMSE} = [\mathbf{H}_{MMSE_1}^T \quad \mathbf{H}_{MMSE_2}^T \cdots \mathbf{H}_{MMSE_m}^T]^T$, 则根据 QR 分解的性质, $|\mathbf{R}(m, m)|$ 为 \mathbf{H}_{MMSE_m} 向 $[\mathbf{H}_{MMSE_1}^T \quad \mathbf{H}_{MMSE_2}^T \cdots \mathbf{H}_{MMSE_{(m-1)}}^T]^T$ 行向量所生成子空间的直角补空间的投影长度。

根据上述分析, 越晚投影的用户, 其投影的子空间越小, 则投影长度越短, 则接收误差的方差越大, 用户的性能也就越差。所以本文所提出的非线性顽健预编码会造成各用户性能差异。显然, 性能最差的用户对整个系统性能的影响最大。为了进一步优化整个系统性能, 本文通过改变矩阵 \mathbf{H}_{MMSE}^H 的 QR 分解正交投影顺序, 调整 $\mathbf{R}(m, m)^2$ 取值, 从而改善性能最差用户的表现, 提高系统性能。而改变矩阵 \mathbf{H}_{MMSE}^H 的 QR 分解正交投影顺序等价于通过置换矩阵(permutation matrix) \mathbf{P} 重新排列矩阵 \mathbf{H}_{MMSE} 的行向量之后再进行 QR 分解。本文通过求解式(24)的最优化问题, 得到最优的置换矩阵 \mathbf{P}_{opt} 用于矩阵 \mathbf{H}_{MMSE} 行向量的从重新排列

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{opt} &= \arg \min_{\mathbf{P}} \max \left(E(|e_1|^2), E(|e_2|^2), \dots, E(|e_M|^2) \right) \\ &= \arg \min_{\mathbf{P}} \max \left(\frac{\Sigma(1,1)}{\mathbf{R}(1,1)^2}, \frac{\Sigma(2,2)}{\mathbf{R}(2,2)^2}, \dots, \frac{\Sigma(M,M)}{\mathbf{R}(M,M)^2} \right) \end{aligned} \quad (24)$$

本文对最优置换矩阵 \mathbf{P}_{opt} 的求解方法与传统的“best-first”排序算法的思想类似^[15], 但根据协作多点传输的特点进行了两点改进。首先“best-first”排序算法的本质是在最差的投影位置安排性能最好的用户, 从而最小化各用户中最大的接收误差。但传统的“best-first”排序算法通常假设下行信道 CSI 理想, 不会考虑下行信道 CSI 的误差。这导致当在下行信道 CSI 存在误差时, 传统的“best-first”排序算法失效, 甚至造成系统性能下降。而本文对最优置换矩阵 \mathbf{P}_{opt} 的求解方法中利用了各用户下行 CSI 误差的统计特性(二阶矩), 使其在存在下行信道 CSI 误差的条件下, 仍然能进一步提高非线性顽健预编码的性能。

其次, 传统的“best-first”排序算法通过迭代穷举的方法求解式(24)中的最优置换矩阵 \mathbf{P}_{opt} 。若下行信道矩阵 \mathbf{H}_{DL} 的阶数为 M , 则需要进行 $M!$ 次 QR 分解。然而协作多点传输的下行信道矩阵 \mathbf{H}_{DL} 的阶数通常较高, 则需降低传统的“best-first”排序算法的复杂度。本文根据逆矩阵性质, 逆矩阵 \mathbf{H}_{MMSE}^{-1} 的第 m 列列向量长度的倒数 $\frac{1}{\|\mathbf{H}_{MMSE}^{-1}(:, m)\|}$ 等于 \mathbf{H}_{MMSE} 的第 m 行行向量 \mathbf{H}_{MMSE_m} 向其他 $M-1$ 个行向量生成空间的直角补空间投影长度^[16]。则式(23)中的 $\mathbf{R}(m, m)^{-2}$ 等于对应逆矩阵的列向量长度的平方。在此, 本文利用上述逆矩阵性质对式(24)进行求解。若下行信道矩阵 \mathbf{H}_{DL} 的阶数为 M , 则只需要进行 M 次矩阵求逆, 降低了排序的复杂度。求解方法的具体步骤, 如算法 1 所示。

算法 1 最优置换矩阵求解

输入: \mathbf{H}_{MMSE} , Σ , M

Begin

//初始化

1) $\mathbf{P} = \mathbf{0}$

2) $\mathbf{H}^{(1)} = \mathbf{H}_{MMSE}$

//循环

3) for ($i = 1, \dots, M$)

{

4) $\mathbf{G}^{(i)} = (\mathbf{H}^{(i)})^{-1}$

5) $k_i = \arg \min_{k \in \{k_1, \dots, k_{i-1}\}} \Sigma(k, k) \times \|\mathbf{G}^{(i)}(:, k)\|^2$

6) $\mathbf{P}(M - i + 1, k_i) = 1$

7) $\mathbf{H}^{(i+1)} = \hat{\mathbf{E}}^{(k_i)} \mathbf{H}^{(i)}$, 其中

$$\hat{\mathbf{E}}^{(k_i)} = \begin{cases} \hat{\mathbf{E}}(i, i) = 1, & i \neq k_i \\ \hat{\mathbf{E}}(i, j) = 0, & \text{其他} \end{cases}$$

}

// 循环结束

8) $\mathbf{P}_{opt} = \mathbf{P}$

9) 输出 \mathbf{P}_{opt}

End

其中步骤 5)通过计算逆矩阵列向量长度的平方, 从而获得式(23)所示的各用户接收误差的方差, 并从中选择方差最小的用户所对应的逆矩阵的第 k_i 列, 即矩阵 $\mathbf{H}^{(i)}$ 的第 k_i 行; 步骤 6)将置换矩阵 \mathbf{P} 的第 $M - i + 1$ 行和步骤 5)选取的第 k_i 列的元素置

1, 置换矩阵 \mathbf{P} 将该位置的元素置 1 表示选取原矩阵的第 k_i 行作为新矩阵的第 $M-i+1$ 行; 步骤 7) 中 $\hat{\mathbf{E}}^{(k_i)}$ 的作用是将 $\mathbf{H}^{(i)}$ 的第 k_i 行置 0, 即使本轮循环已选的行向量不再进入下轮循环候选。

在通过上述算法获得最优置换矩阵 \mathbf{P}_{opt} 后, 并对矩阵 \mathbf{H}_{MMSE} 实现行向量的重新排序, 得到

$$\mathbf{H}_{\text{MMSE_NEW}} = \mathbf{P}_{\text{opt}} \mathbf{H}_{\text{MMSE}} \quad (25)$$

再对 $\mathbf{H}_{\text{MMSE_NEW}}^{\text{H}}$ 进行 QR 分解

$$\mathbf{H}_{\text{MMSE_NEW}}^{\text{H}} = \mathbf{Q}_{\text{NEW}} \mathbf{R}_{\text{NEW}} = \mathbf{F}_{\text{NEW}} \mathbf{L}_{\text{NEW}}^{\text{H}} \quad (26)$$

与式(19)同理, 则反馈矩阵 \mathbf{B} 、前馈矩阵 \mathbf{F} 以及对角缩放矩阵 \mathbf{G} 可重新改写为

$$\begin{aligned} \mathbf{G}_{\text{NEW}} &= \text{diag}(\mathbf{R}(1,1)_{\text{NEW}}^{-1}, \mathbf{R}(2,2)_{\text{NEW}}^{-1}, \dots, \mathbf{R}(M,M)_{\text{NEW}}^{-1}) \\ \mathbf{B}_{\text{NEW}} &= \mathbf{G}_{\text{NEW}} \mathbf{R}_{\text{NEW}}^{-1} \\ \mathbf{F}_{\text{NEW}} &= \mathbf{Q}_{\text{NEW}} \end{aligned} \quad (27)$$

另外需要注意的是, 由于 \mathbf{H}_{MMSE} 的不同行向量对应不同用户, 则在对矩阵 \mathbf{H}_{MMSE} 实现行向量的重新排序后, 同时需要对调制矢量 \mathbf{a} 进行调整 ($\mathbf{a}_{\text{NEW}} = \mathbf{P}_{\text{opt}} \mathbf{a}$), 以匹配新的反馈矩阵 \mathbf{B}_{NEW} , 前馈矩阵 \mathbf{F}_{NEW} 以及对角缩放矩阵 \mathbf{G}_{NEW} 。

5 计算机仿真及结果分析

本节通过计算机仿真验证本文所提出的非线性顽健预编码以及优化排序的性能。假设协作基站数 $B=4$, 协作基站均配置单天线 $n_t=1$, 用户数 $M=4$ 。忽略路径衰落和阴影衰落, 协作基站与用户间的上下行信道 \mathbf{H}_{UL} 和 \mathbf{H}_{DL} 均为瑞利衰落(Rayleigh fading)信道, 且上下行信道理想互易 $\mathbf{H}_{\text{UL}} = \mathbf{H}_{\text{DL}}$ 。假设下行 CSI 误差矩阵 $\Delta\mathbf{H}$ 中的元素为相互独立的零均值复正态分布随机变量, $\Delta\mathbf{H} \sim \text{CN}(0, \mathbf{C}_{\Delta\mathbf{H}})$ 。假设协作基站和中央处理单元对 $\hat{\mathbf{H}}_{\text{UL}} = \mathbf{H}_{\text{UL}} - \Delta\mathbf{H}$, $\mathbf{C}_{\Delta\mathbf{H}}$ 以及 η 已知, 则仿真根据第 3 节所提出的非线性顽健预编码算法得到反馈矩阵 \mathbf{B} 、前馈矩阵 \mathbf{F} 以及对角缩放矩阵 \mathbf{G} 进行联合传输。同时仿真根据第 4 节所提出的排序算法对该非线性顽健预编码算法进行优化。在仿真中, 各用户均采用 QPSK 调制方式, 并归一化调制符号功率, 则调制星座点集 $\mathcal{A} = \pm \frac{\sqrt{2}}{2} \pm j \frac{\sqrt{2}}{2}$, 取模运算中的 $\tau = 2\sqrt{2}$ 。

如图 3 所示, 对于不存在 CSI 误差的理想信道,

非线性的 TH 预编码性能远高于线性的 ZF 预编码和线性 MMSE 预编码性能。同时, 如图 3 所示, 在存在下行 CSI 误差的条件下, 上述预编码性能大幅降低, 系统误码率大幅增加。当下行 CSI 误差 $\Delta\mathbf{H}$ 的自相关矩阵 $\mathbf{C}_{\Delta\mathbf{H}} = \text{diag}(0.1, 0.001, 0.05, 0.01)$ 时, 图 4 比较了 ZF 预编码、MMSE 预编码、线性顽健预编码^[8]、TH 预编码^[15]以及本文所提出的非线性顽健预编码与优化排序的性能。如图 4 所示, 当下行 CSI 误差存在时, 非线性预编码性能仍优于线性预编码性能。相对于传统的 TH 预编码, 本文所提出的非线性顽健预编码利用下行 CSI 误差的二阶统计特性, 获得了平均 3 dB 的性能增益。同时, 如图 4 所示, 由于下行 CSI 误差的影响, 传统的排序算法不仅不能给非线性顽健预编码算法带来性能增益, 反而使其性能有所降低。而本文改进的排序算法可以使非线性顽健预编码的平均误码率进一步降低, 使其再获得平均 2 dB 的性能增益。

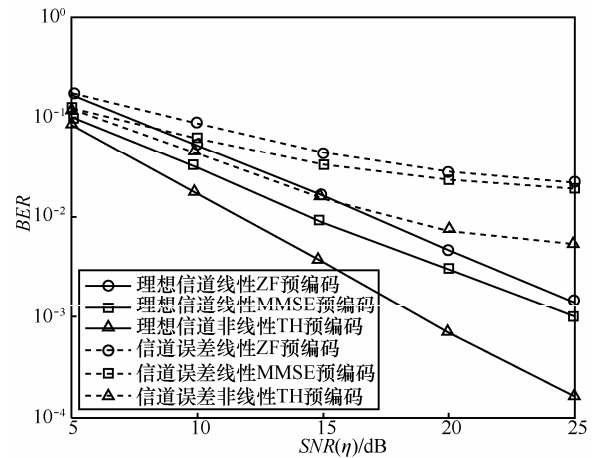


图 3 下行 CSI 误差对传统线性和非线性预编码算法性能的影响

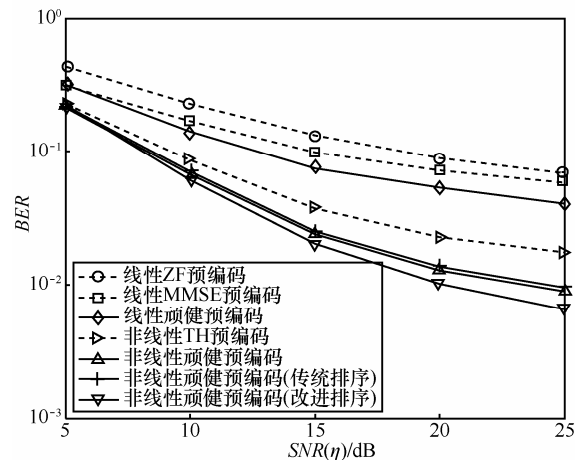
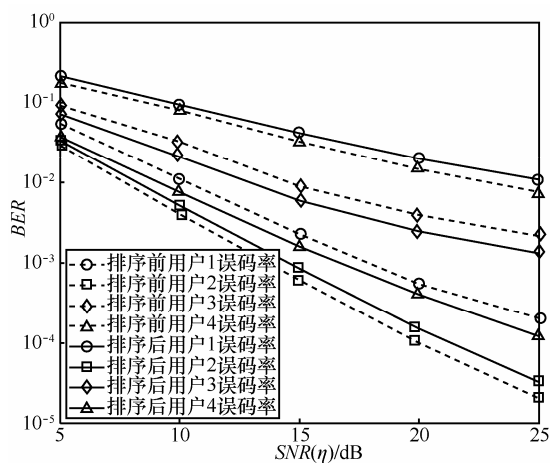


图 4 信道误差 $\mathbf{C}_{\Delta\mathbf{H}} = \text{diag}(0.1, 0.001, 0.05, 0.01)$ 时各预编码性能

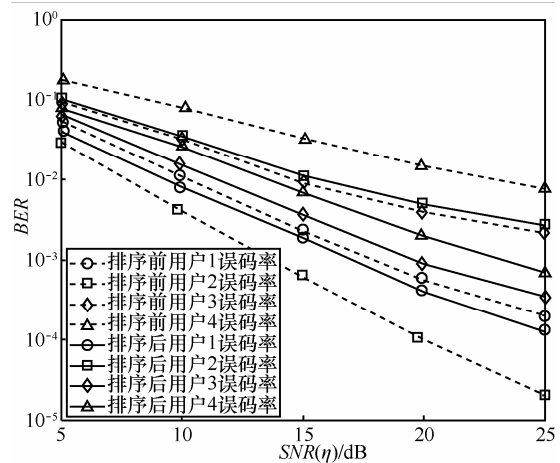
如图 5 所示，在联合传输的非线性顽健预编码中，用户的误码率各不相同。显然，性能最差的用户对联合传输的平均误码率影响最大。如图 5(a)所示，由于传统的排序算法忽略了协作基站对用户 1 的下行 CSI 存在较大的误差，仍然将其排在最差的预编码投影位置，这导致非线性顽健预编码中性能最差用户的误码率不但没有降低，反而有所升高。尽管传统排序过后用户 3 和用户 4 的误码率有所降低，但如图 4 所示非线性顽健预编码的平均误码率不降反升。然而改进的排序算法会将用户的下行 CSI 误差大小考虑在内，进行排序。如图 5(b)所示，尽管性能最好的用户会有性能损失，但性能最差的用户误码率得到了大幅降低，因此非线性顽健预编码的平均误码率会得到改善。在此需注意，排序后各用户误码率会大幅跳变。这是由于排序会调整矩阵 H_{MMSE}^H 的 QR 分解的正交投影顺序，则不同用

户性能也会随排序而从新排列。

当 $C_{\Delta H} = \text{diag}(0.06, 0.04, 0.08, 0.02)$ 时，图 6 再次比较了 ZF 预编码、MMSE 预编码、TH 预编码、线性顽健预编码以及本文所提出的非线性顽健预编码与优化排序的性能。对比图 6 与图 4，首先发现随着下行 CSI 误差的增大，各预编码算法的误码率均有所提升。这说明无论是已有的线性顽健预编码还是本文提出的非线性顽健预编码，都无法完全消除下行 CSI 误差对联合传输的影响。同时，随着下行 CSI 误差的增大，非线性预编码对线性预编码的性能增益减小。这说明与线性预编码相比，非线性预编码对下行 CSI 误差更敏感。然后发现随着下行 CSI 误差的增大，非线性顽健预编码针对传统的 TH 预编码的性能增益增加为 5 dB 左右。这说明非线性顽健预编码对下行 CSI 误差具有一定顽健性，性能损失更小。最后，发现由于 $C_{\Delta H}$ 对角元素的差

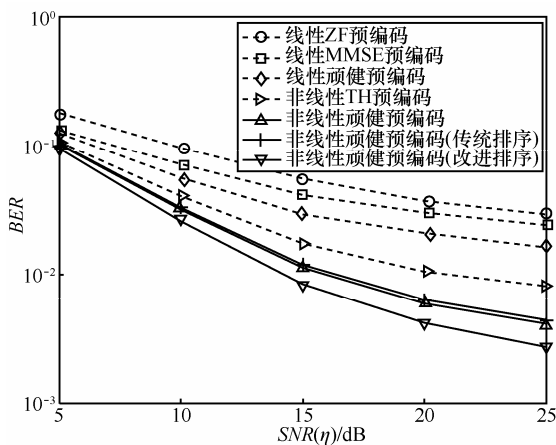


(a) 传统排序前后各用户误码率

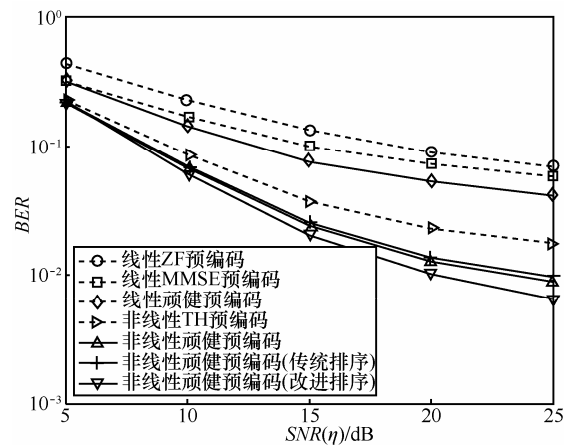


(b) 改进排序前后各用户误码率

图 5 信道误差 $C_{\Delta H} = \text{diag}(0.1, 0.001, 0.05, 0.01)$ 时，非线性顽健预编码排序



(a) QPSK 调制



(b) 16QAM 调制

图 6 信道误差 $C_{\Delta H} = \text{diag}(0.06, 0.04, 0.08, 0.02)$ 时各预编码性能

异变小, 导致各用户的性能差异也变小, 因此排序获得的增益降低到 1 dB 左右。最后, 仿真将调制星座由 QPSK 变为 16QAM。由于基站发射功率固定, 则采用更高阶的调制, 会造成调制符号中每比特能量的降低, 从而导致误码率升高。如图 6(b)所示, 各预编码的性能损失在 3 dB 左右, 同时非线性顽健预编码和排序算法的增益收窄。然而对于非线性预编码而言, 采用更高阶的调制在理论上能降低非线性操作所带来的成形损失 (shaping loss) 和取模损失 (module loss)^[12], 提高非线性预编码的性能。因此, 如何在下行 CSI 误差条件下为非线性预编码选取最优的调制星座是值得进一步研究的问题。由于篇幅有限, 该问题留作后续工作, 在本文中就不再深入讨论。

6 结束语

对于实际的协作多点系统, 协作基站与中央处理单元难以获得理想的下行 CSI。而下行 CSI 误差会对预编码算法造成恶劣影响, 大幅降低联合传输性能。为了避免下行 CSI 误差对联合传输带来的性能损失, 本文利用下行 CSI 误差的统计特性, 设计了非线性顽健预编码算法。计算机仿真结果表明当存在下行 CSI 误差时, 本文所提出的非线性顽健预编码的性能优于传统线性 ZF 预编码和线性 MMSE 预编码的性能, 优于非线性 TH 预编码的性能, 同时也优于线性顽健预编码的性能。此外, 还发现由于协作多点传输中不同用户具有不同的下行 CSI 误差, 这导致传统的 “first-best” 排序算法不再适用于非线性顽健预编码。所以本文改进了传统的 “best-first” 排序算法, 不仅使其在下行 CSI 存在误差的条件下, 仍能改善性能最差用户的误码率, 从而降低非线性顽健预编码平均误码率。而且本文还降低了排序算法的复杂度, 使其更适用于协作多点传输。本文通过计算机仿真对非线性顽健预编码算法以及改进排序算法进行了性能验证。

参考文献:

- [1] JUNGnickel V, Manolakis K, Zirwas W, *et al.* The role of small cells, coordinated multipoint and massive MIMO in 5G[J]. IEEE Communications Magazine, 2014, 52(5): 44-51.
- [2] Lee D, Seo H, Clerckx B, *et al.* Coordinated multipoint transmission and reception in LTE-advanced: deployment scenarios and operational challenges[J]. IEEE Communications Magazine, 2012, 50(2): 148-155.
- [3] Sheu J S, Hsieh C H. Joint preprocessing techniques for downlink

- CoMP transmission in multipath fading channels[A]. 2012 IEEE Vehicular Technology Conference[C]. 2012. 1-5.
- [4] Yang C Y, Han S Q, Hou X Y, *et al.* How do we design CoMP to achieve its promised potential[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2013, 20(1): 67-74.
- [5] Rui Y, Li M, Cheng P, *et al.* Achievable rates of coordinated multi-point transmission schemes under imperfect CSI[A]. 2011 IEEE International Conference on Communications[C]. 2011. 43-49.
- [6] TAJER A, Prasad N, Wang X D. Robust linear precoder design for multi-cell downlink transmission[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2011, 59(1): 235-251.
- [7] Lagen S, Agustín A, Vidal J. Distributed inter-cluster interference management for CoMP-based cellular networks[A]. 2013 IEEE Global Communications Conference[C]. 2013. 4024-4029.
- [8] Bogale T E, Vandendorpe L, Chalise B K. Robust transceiver optimization for downlink coordinated base station systems: distributed algorithm[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2012, 60(1): 337-350.
- [9] Castanheira D, Silva A, Gameiro A. Linear and nonlinear precoding schemes for centralized multi-cell MIMO-OFDM systems[J]. Wireless Personal Communications, 2013, 72(1): 759-777.
- [10] 3GPP, TS 36.211. Physical Channels and Modulation[S]. 2010.
- [11] Marsch P, Fettweis G P. Coordinated Multi-Point in Mobile Communications: From Theory to Practice[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2011.
- [12] Windpassinger C, Fischer R F H, Vencel T, *et al.* Precoding in multi-antenna and multiuser communications[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2004, 3(4): 1305-1316.
- [13] Kay S M. 统计信号处理基础: 估计与检测理论[M]. 北京: 电子工业出版社, 2003.
- [14] Kay S M. Fundamentals of Statistical Signal Processing: Estimation Theory[M]. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2003.
- [15] Maurer J, Jaldén J, Seethaler D, *et al.* Vector perturbation precoding revisited[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2011, 59(1): 315-328.
- [16] Liu J, Krzymien W A. A novel nonlinear joint transmitter-receiver processing algorithm for the downlink of multiuser MIMO systems[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2008, 57(4): 2189-2204.
- [17] 张贤达. 矩阵分析与应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 2004.
- [18] Zhang X D. Matrix Analysis and Applications[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2004.

作者简介:



顾浙骐 (1984-), 男, 浙江绍兴人, 电子科技大学博士生, 主要研究方向为协作通信、预编码、信道互易性。

张忠培 (1967-), 男, 重庆人, 电子科技大学教授、博士生导师, 主要研究方向为无线通信、信道编码。