

山东师范大学
二〇一〇年硕士研究生入学考试试题

考试科目： 离散数学

- 注意事项：1. 本试卷共八道大题（共计13个小题），满分150分；
2. 本卷属试题卷，答题另有答题卷，答案一律写在答题卷上，写在该试题卷上或草纸上均无效。要注意试卷清洁，不要在试卷上涂划；
3. 必须用蓝、黑钢笔或圆珠笔答题，其它均无效。

* * * * *

1. (10分) 求公式 $(p \wedge q) \vee (\neg p \wedge r) \vee (q \wedge r)$ 的主析取范式，并给出所有的成假赋值。
(10分) 把公式 $(\forall x)(\forall y)(\exists z)(P(x, z) \wedge P(y, z) \rightarrow (\exists u)Q(x, y, u))$ 转化为前束范式。
2. (10分) 叙述命题逻辑推理有效的概念，并证明：命题公式 A_1, A_2, \dots, A_k 推 B 的推理正确当且仅当 $A_1 \wedge A_2 \wedge \dots \wedge A_k \rightarrow B$ 为永真式。
3. (15分) 用自然推理系统 P 构造下面的推理证明。
若小张守第一垒并且小李向 B 队投球，则 A 队将取胜。或者 A 队未取胜，或者 A 队成为联赛第一名。 A 队没有成为联赛的第一名。小张守第一垒。因此，小李没有向 B 队投球。
4. (10分) 什么是划分？划分与等价关系之间有何关系？例举一个划分的实际应用。
5. (30分) Z 是整数集合，定义关系 $R = \{(x, y) \mid x \equiv y \pmod{k}, x, y \in Z\}$ 。
 - (1) 证明： R 是等价关系；
 - (2) 写出集合 Z 由 R 产生的划分。
6. (25分) 集合 $A = \{[0], [1], [2], [3], [4], [5]\}$ ，在 A 上定义运算 \oplus ：如果对任意的 $x, y \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ 有 $x + y \equiv z \pmod{6}$ ，则有 $[x] \oplus [y] = [z]$ ， $\forall [x], [y] \in A$ 。
 - (1) 判断 (A, \oplus) 是否构成群，写出依据；
 - (2) 若 (A, \oplus) 是群，那么求出 (A, \oplus) 的所有的生成元，并写出对应的生成子群。
7. (25分) 设 R 为定义在集合 $A = \{a, b, c\}$ 的幂集合 $P(A)$ 上的包含关系。
 - (1) 判断 $(P(A), R)$ 是否为偏序集，写出理由；
 - (2) 判断 $(P(A), R)$ 是否为格，写出理由；
 - (3) 判断 $(P(A), R)$ 是否布尔代数，写出理由。
8. (15分) 描述 Huffman 算法的流程，并求序列 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 构成的最优二叉树。