# 山东师范大学

# 二OO九年硕士研究生入学考试试题

考试科目： 高等数学B

注意事项：1. 本试卷共 3 道大题（共计 17 个小题），满分 150 分；
2. 本卷属试题卷，答题另有答题卷，答案一律写在答题卷上，写在该试题卷上或草纸上均无效。要注意试卷清洁，不要在试卷上涂划；
3. 必须用蓝、黑钢笔或圆珠笔答题，其它均无效。

* * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * *

## 一、填空题（本题共 6 小题，每小题 6 分，共 36 分）。

1、$\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} =$ ____①____。

2、若 $\int \sin 5x \cos x dx$ ____②____。

3、设 $y = \dfrac{\arcsin e^x}{e^x}$，则 $\left.\dfrac{dy}{dx}\right|_{x=1} =$ ____③____。

4、$\lim\limits_{x \to 0} \left( x + e^x \right)^{\frac{1}{x}} =$ ____④____。

5、设 $z = e^{xyz}$，则 $3\dfrac{\partial z}{\partial x} + 2\dfrac{\partial z}{\partial y} =$ ____⑤____。

6、已知 $f(x) = \sin x$，则 $f(x)$ 在 $x = 0$ 的 Taylor 级数为____⑥____。

## 二、证明题（本题共 2 小题，每小题 8 分，共 16 分）。

7、主对角线元素的和称为方阵的迹。设 $A, B$ 均为 $n$ 阶方阵，证明 $AB$ 的迹等于 $BA$ 的迹。

8、证明当 $b > a > e$ 时，$a^b > b^a$。

## 三、解答题（本题共 9 小题，满分 98 分，解答应写出详细文字说明或演算步骤）。

9、（本题满分 12 分）求下列线性方程组的解 $\begin{cases} x_1 + x_2 - 2x_3 = 1 \\ -2x_1 - x_2 + 3x_3 = -1 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 2 \end{cases}$。

10、（本题满分 12 分）设 $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & -2 \\ 2 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & -1 \\ -2 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$，计算矩阵 $8A^{-1}$。

11、（本题满分 12 分）讨论下列二次型的正定性：

$$f = 2x_1^2 + 3x_2^2 + 5x_3^2 - 2x_1x_2 + 4x_1x_3 + 4x_2x_3$$

12、（本题满分 12 分）设区域 $D$ 为 $x^2 + y^2 \le R^2$（$R > 0$）。计算积分 $\iint\limits_D \left(\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2}\right) dxdy$。

13、（本题满分 12 分）求极限 $\lim\limits_{x \to 0} (1 + 3x)^{\frac{2}{\sin x}}$。

14、（本题满分 12 分）计算由曲线 $xy = 1$，$x + y = \frac{5}{2}$ 所围成的面积。

15、（本题满分 10 分）设 $f(u,v)$ 具有二阶连续偏导数，$z = f(e^x \sin y, x^2 + y^2)$。计算 $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$。

16、（本题满分 8 分）判断下列级数的收敛性，要注明条件或绝对收敛：

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\ln n}{n}$$

17、（本题满分 8 分）求 $f(x) = x^3 - 3x^2 + x + 1$ 的极值。