

第12章 决策分析

目录

决策分析的例子	12. 2-12. 3
案例研究：高富布鲁克公司的难题（第12. 1节）	12. 4-12. 8
决策准则（第12. 2节）	12. 9-12. 13
决策树（第12. 3节）	12. 14-12. 19
使用决策树的敏感性分析（第12. 4节）	12. 20-12. 24
检查是否需要获得更多的信息（第12. 5节）	12. 25-12. 27
使用新的信息更新概率（第12. 6节）	12. 28-12. 35
用决策树分析系列决策问题（第12. 7节）	12. 36-12. 398
系列决策问题的敏感性分析（第12. 8节）	12. 40-12. 47
用效用更好地反映收益的价值（第12. 9节）	12. 48-12. 64

决策分析

- ◆ 管理人员经常需要在具有更多不确定性的环境中进行决策
- ◆ 一些例子：
 1. 制造商向市场推出新产品
潜在顾客将会做出什么反映？
制造商应当生产多少产品？
在决定全面分销前是否需要在一个小区域中进行试销？
为了成功推出产品，制造商需要打多少广告？
 2. 一个金融公司投资有价证券
哪些市场板块和单个有价证券前景最好？
经济趋势如何？
利率会这样变化？
这些因素如何影响投资决策？

决策分析

管理人员经常需要在具有更多不确定性的环境中进行策
一些例子：

3. 一个政府工程承包商投标一个新的合同
 工程的实际成本是多少？
 其他哪些公司会投标？
 他们可能的投标价是多少？
4. 一个农业公司为即将到来的季节选择农作物和家畜合
 天气状况如何？
 价格趋势是什么样的？
 成本会是多少？
5. 一个石油公司决策是否在一个特定地点钻探石油
 那里有石油的可能性有多大？
 有多少石油？
 他们需要钻探多深？
 在钻探前是否需要地质学家做进一步的勘查？

典型决策问题的特征

- 1 不确定性: 结果的不确定性, 约束条件的不确定性, 技术参数的不确定性等;
 - 主观概率意义下的不确定性: 对事件发生的可能性的主观估计, 事件具有不能重复出现的偶然性;
 - 客观概率意义下的不确定性: 利用已有历史数据对未来可能发生事件概率分布的客观估计, 事件可以重复出现;
- 2 动态性: 问题由一系列分布在不同时间段上的序列决策组成。这些决策与一些可提供附加信息的事件交互出现;

1 不确定性决策方法

不确定性决策的基本特征是无法确切得知哪种自然状态将出现, 而且对各种状态出现的概率(主观或客观的)也不确定, 这种情况下的决策主要取决于决策者的判断与偏好。

- 最大—最小（悲观）准则 (Min - Max Criterion)
- 最大—最大（乐观）准则 (Max - Max Criterion)
- 最小机会成本准则 (Minimal Opportunity Cost Criterion)
- 最小—最大遗憾准则 (Min-Max Regret Criterion)
- 最大期望值准则 (Maximal Expected Value Criterion)

决策分析准则举例

例：一报童每天要确定订购报纸数量，他付0.2元订购每份报纸，再以0.25元卖给顾客。订购的报纸当天卖不出去便一文不值。根据多年买报经验，他知道每天可以售出6至10份报纸，他如何确定每天从出版商处订购报纸的数量。

解：报纸的需求是集合 $S = \{6, 7, 8, 9, 10\}$ 中的一员，报童必须在行动 $A = \{6, 7, 8, 9, 10\}$ 中进行选择。如果他买了 i 份卖出 j 份报纸，他的收入 $r_{ij} = 25j - 20i$ ， r_{ij} 的值见下表。

报童收入矩阵

(决策) 订购数量	(事件) 需求数量				
	6	7	8	9	10
6	30	30	30	30	30
7	10	35	35	35	35
8	-10	15	40	40	40
9	-30	-5	20	45	45
10	-50	-25	0	25	50

最大最小(max - min)准则

- ◆ 最大最小准则也称悲观准则, 它找出每种行动的最坏结果, 再从最坏结果中找一个最好的做为它的选择:

$$u(A_i^*) = \max_i \min_j a_{ij}$$

按这一准则报童选择从出版商订购 6 份报纸。

(决策) 订购量	(事件) 需求数量					
	6	7	8	9	10	<i>min</i>
6*	30	30	30	30	30	30
7	10	35	35	35	35	10
8	-10	15	40	40	40	-10
9	-30	-5	20	45	45	-30
10	-50	-25	0	25	50	-50
					<i>max</i>	30

最大最大(max-max)准则

- ◆ 最大最大准则也称乐观准则，它找出每种行动的最好结果，再从最好结果中找一个更好的做为选择：

$$u(A_i^*) = \max_i \max_j a_{ij}$$

按这一准则选择的行动是从出版商订购10份报纸。

(决策) 订购量	(事件) 需求数量						<i>max</i>
	6	7	8	9	10		
6	30	30	30	30	30	30	
7	10	35	35	35	35	35	
8	-10	15	40	40	40	40	
9	-30	-5	20	45	45	45	
10*	-50	-25	0	25	50	50	
					<i>max</i>	50	

最小机会损失准则

- ◆ 也称最小最大遗憾准则，它用机会成本概念来进行决策。决策首先要计算机会损失(遗憾值)矩阵；
- ◆ 机会损失的概念是，当一个事件发生时（如顾客需要买7份报纸），由于你没有选择最优决策（订购7份报纸）而带来的收入损失。
- ◆ 需求为7的最优决策是订购7份，收入为35，如果只订购6份，实际收入为30，机会损失为 $35 - 30 = 5$ ；如果订购9份报纸，收入为-5，机会损失为 $35 - (-5) = 40$ 。

$$u(A_i^*) = \min_i \max_j (\max_i a_{ij} - a_{ij})$$

机会损失矩阵

(决策) 订购量	(事件) 需求数量						
	6	7	8	9	10	<i>max</i>	
6 *	0	5	10	15	20	20	
7 *	20	0	5	10	15	20	
8	40	20	0	5	10	40	
9	60	40	20	0	5	60	
10	80	60	40	20	0	80	
							20

最大期望值准则

- 最大期望值准则需计算每个决策的期望值 $u(A_i^*)$ ：

$$u(A_i^*) = \max_i \sum_j p_j a_{ij}$$

最大期望值(EMV)准则是决策的通用准则，其合理性是它选择在平均水平上可以得到最好结果的决策。

(决策) 订购量	(事件) 需求数量					<i>EMV</i>
	6	7	8	9	10	
6*	30	30	30	30	30	30
7*	10	35	35	35	35	30
8	-10	15	40	40	40	25
9	-30	-5	20	45	45	15
10	-50	-25	0	25	50	0
					<i>max</i>	30

2. 决策树模型

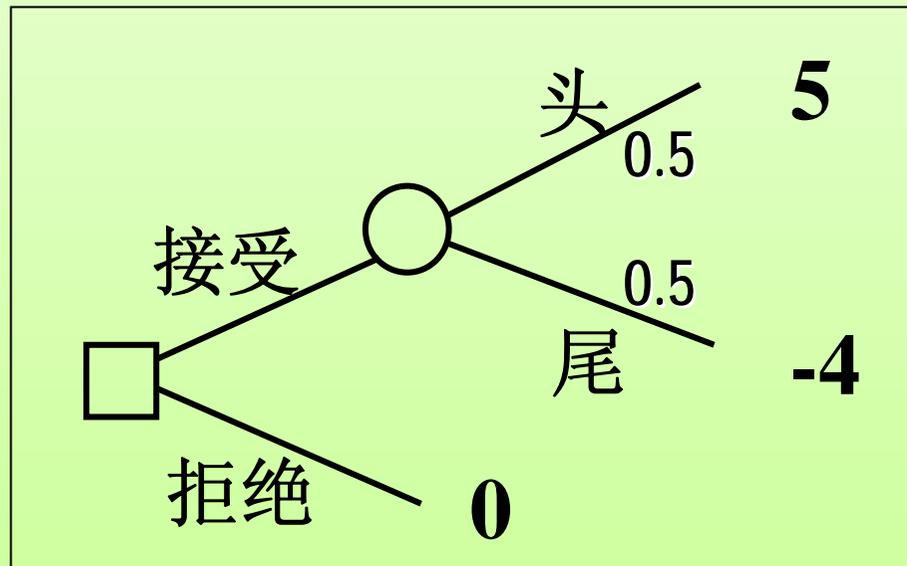
- ◆ 描述决策/事件逻辑序列的图为决策树
- ◆ 决策树分析方法是一种可以分析各类不确定型决策问题的系统分析方法，是用途最为广泛的决策分析方法；
- ◆ 决策树可以描述决策事件发生的顺序和逻辑关系，这种关系以图示方法表现在决策树上

决策树模型

- ◆ 决策点（ Decision Node ）由 □ 表示，分支代表各种决策选择；
- ◆ 事件点（ Event Node ）由 ○ 表示，分支代表各种偶然事件
 - 每个事件分支必须有相应的发生概率；
 - 所有事件应是互斥和完备的（ mutually exclusive and collectively exhaustive ）
- ◆ 决策树的末端表示各种结果的损益值（ payoff ）

例2：掷硬币赌输赢

- ◆ 掷硬币确定输赢，如果硬币“头”向上，你赢 5 元；如果硬币“尾”向上，你输 4 元，你是否参加下注？决策树如下图所示。

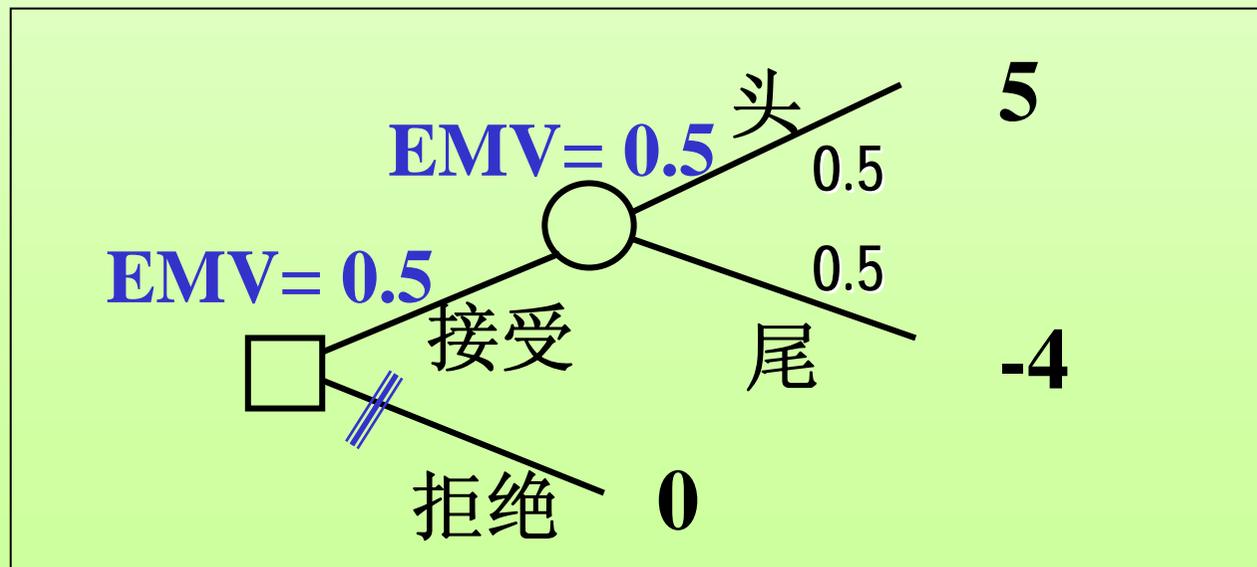


寻找最优决策路径

- ◆ 期望值 (Expected Monetary Value EMV): 每一个决策点和事件点都有一个期望值, 并具有传递性;

$$EMV = (0.5 \times 5) - (0.5 \times 4) = 0.5$$

- ◆ 倒推计算: 从树的末端向前计算;

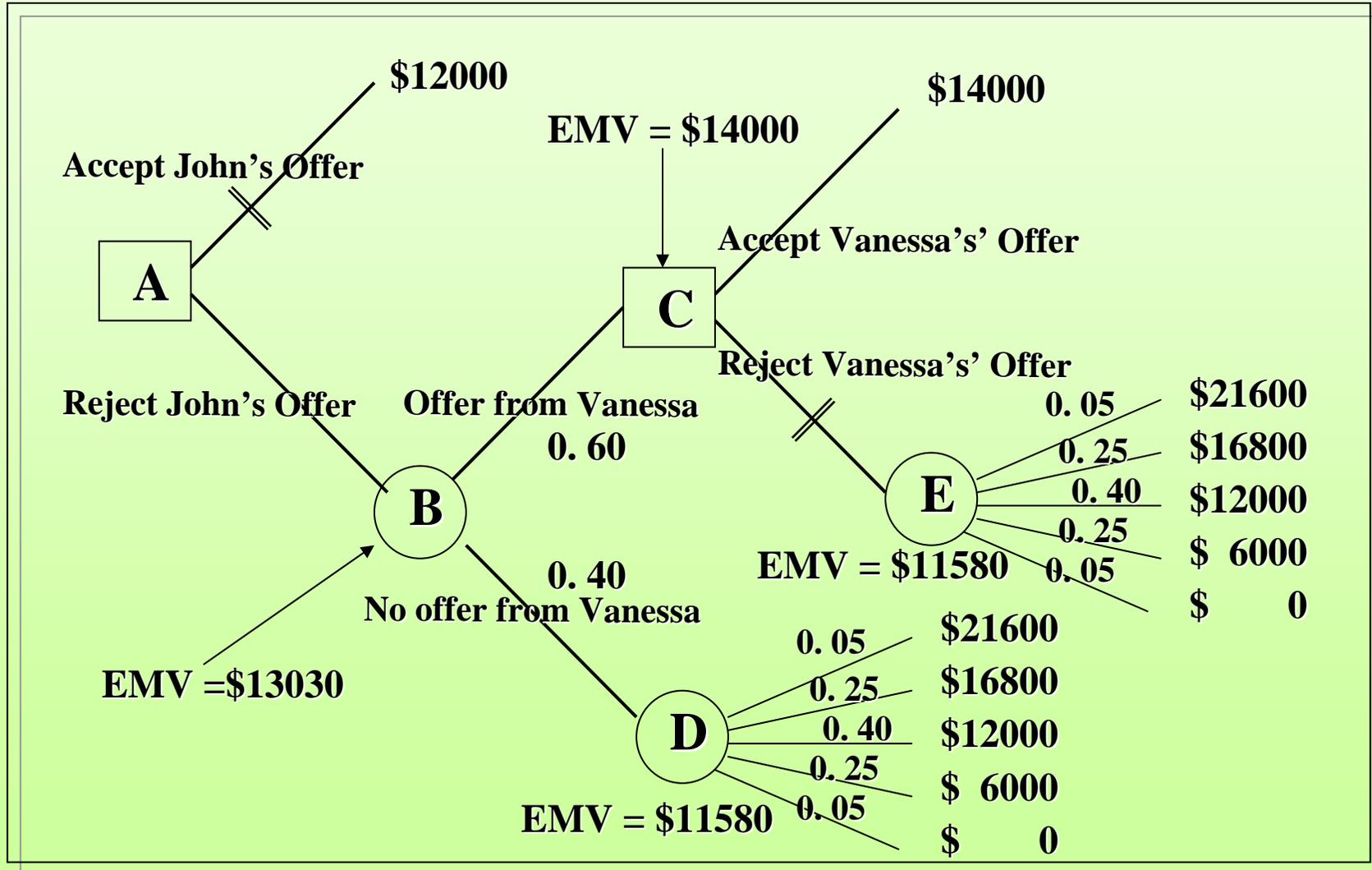


例 3 Bill 的夏季工作

- ◆ Bill是斯隆管理学院的MBA学生，正在寻找夏季工作，他面临各种可能的机会：
 - 从他以前老板John的offer: 工作12周薪金为\$12000,但他必须在10月底之前决定是否接受;
- ◆ 飞机上认识的经理Vanessa可能的 offer: 12周薪金\$14000,但只有60%的可能性，也要在11月中旬前确定;
- ◆ Bill还可以选择参加明年一月份学院举办的招聘会，根据历年统计，MBA学生获得工作的概率分布如下：

• \$21600 (5 %)	\$16800 (25 %)
• \$12000 (40 %)	\$ 6000 (25 %)
• \$ 0 (5 %)	

Bill 的决策树



敏感性分析（Sensitivity Analysis）

- ◆ 一些关键性数据对决策分析的结果有重大影响，而主观估计数据（如概率）的准确性值得怀疑；
- ◆ 在Bill夏季工作例子中：
 - Vanessa的公司可能给Bill提供工作机会的概率；
 - Bill参加夏季工作招聘会花费的时间和精力导致的成本；
 - 夏季工作招聘会提供工作的薪金水平分布；

最优决策路径的风险特征

- ◆ 最优决策的损益是期望值，它由一系列不确定事件和可能的结果组成，管理者应列出所有可能发生的事件和结果，以做到心中有数；
- ◆ Bill决策的风险特征

可能的结果	损益	概率
接受Vanessa的offer	\$14000	0.60
参加招聘会	\$21600	0.02
	\$16800	0.10
	\$12000	0.16
	\$ 6000	0.10
	\$ 0	0.02

高富布鲁克公司的难题

- ◆ 高富布鲁克公司在未经证实的地区钻探石油
- ◆ 一个咨询地质学家认为这块土地有四分之一的概率有石油
- ◆ 在这块地上钻探石油需要大约100000美元的投资
- ◆ 如果这块地蕴含有石油，那么估计可以获得约800000美元的净收入
- ◆ 另一个石油公司决定出价90000美元来购买这块地。
- ◆ 问题：高富布鲁克公司是钻探石油还是把地卖了
呢？

预期的收益

备选方案	利润（美元）	
	有石油	干涸
土地状况		
钻探石油	\$700,000	-\$100,000
出售土地	90,000	90,000
概率	1 / 4	3 / 4

先验概率

自然状态

先验概率

有石油

0.25

干涸

0.75

损益表

(利润单位: 千美元)

备选方案	自然状态	
	有石油	干涸
钻探石油	700	-100
出售土地	90	90
先验概率	0.25	0.75

最大可能性准则

- ◆ 最大可能性准则（ maximum likelihood criterion ）着眼于最可能的自然状态
- ◆ 操作步骤：
 - 1.发现先验概率最大的自然状态。
 - 2.选择在这种自然状态下收益最大的备择方案。

备择方案	自然状态		
	有石油	干涸	
钻探石油	700	-100	-100
出售土地	90	90	90 ← Step 2: 最大值
先验概率	0.25	0.75	
		↑	
		Step 1:最大值	

贝叶斯决策规则

- ◆ 贝叶斯决策规则（Bayes' decision rule）直接使用可能自然状态的先验经验。
- ◆ 操作步骤：
 - 1.对于每一种备择方案，将每一个收益乘以相应的先验经验概率，再把乘积相加就得到收益的加权平均。在统计上这个加权平均称为备择方案的期望收益（expected payoff (EP)）
 - 2.贝叶斯决策规则选择具有最大期望收益的备择方案。

	A	B	C	D	E	F
1	Bayes' Decision Rule for the Goferbroke Co.					
2						
3		Payoff Table	State of Nature			Expected
4		Alternative	Oil	Dry		Payoff
5		Drill	700	-100		100
6		Sell	90	90		90
7						
8		Prior Probability	0.25	0.75		

贝叶斯决策规则

- ◆ 贝叶斯决策规则的特征：

- 它取决于所以自然状态和它们的发生的概率。

- 期望收益可以被描述为在相同的情况下重复足够多的次数所出现的平均收益。因此，从平均的角度来说，重复使用贝叶斯决策规则进行决策会比其他准则带来更大的长期收益。

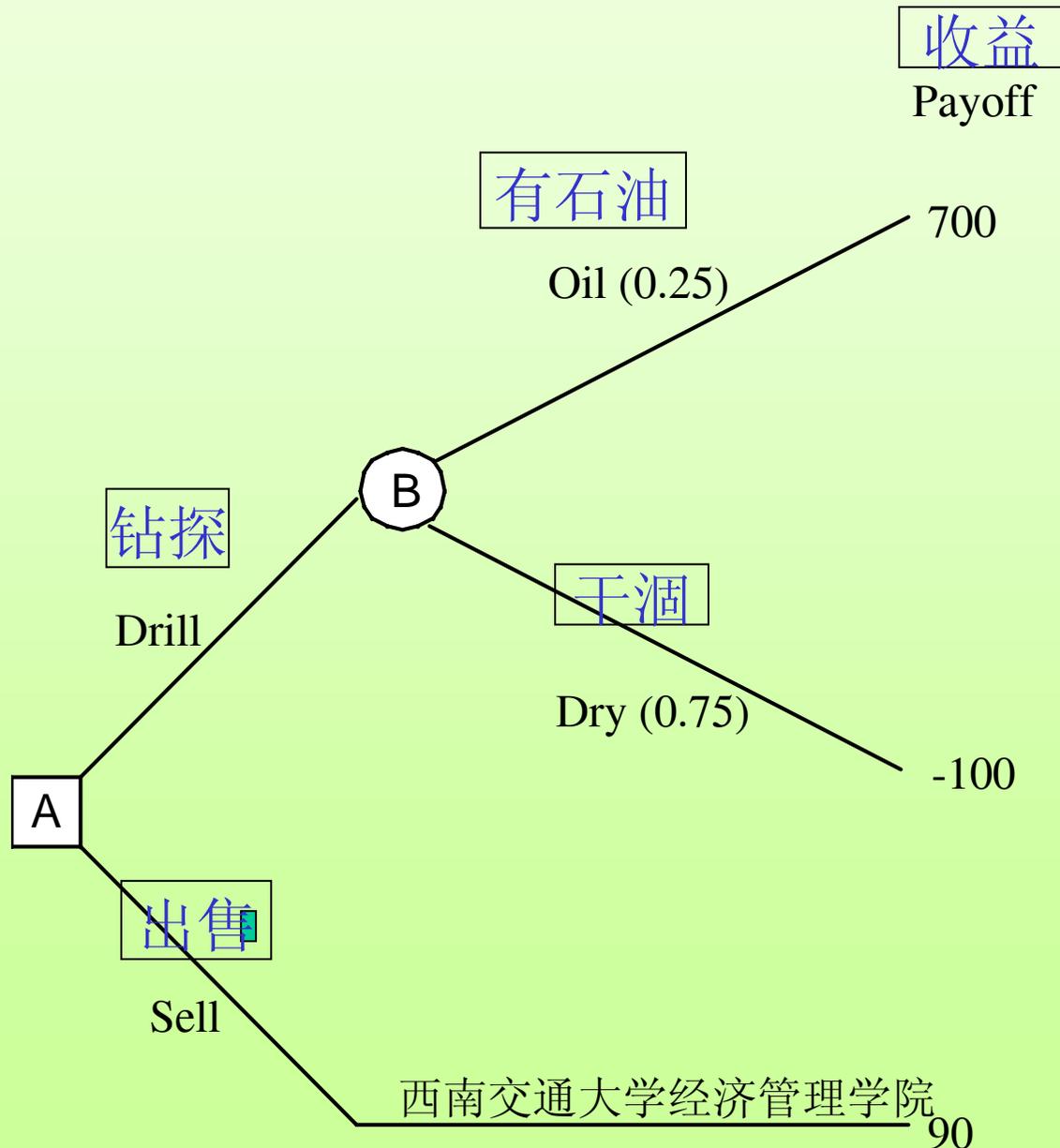
- 贝叶斯决策规则的批评：

- 在确定先验经验时，仍然有相当大的不确定性，因此将这些数据作为先验概率并不能体现可能出现结果的真实概率。

- 先验概率在相当大的程度上是主观的，然而安全的决策应当是基于客观数据和程序的。

- 对于平均结果，期望收益忽视了可能结果的易变性对决策制定的影响。

高富布鲁克公司的难题的决策树



应用TreePlan

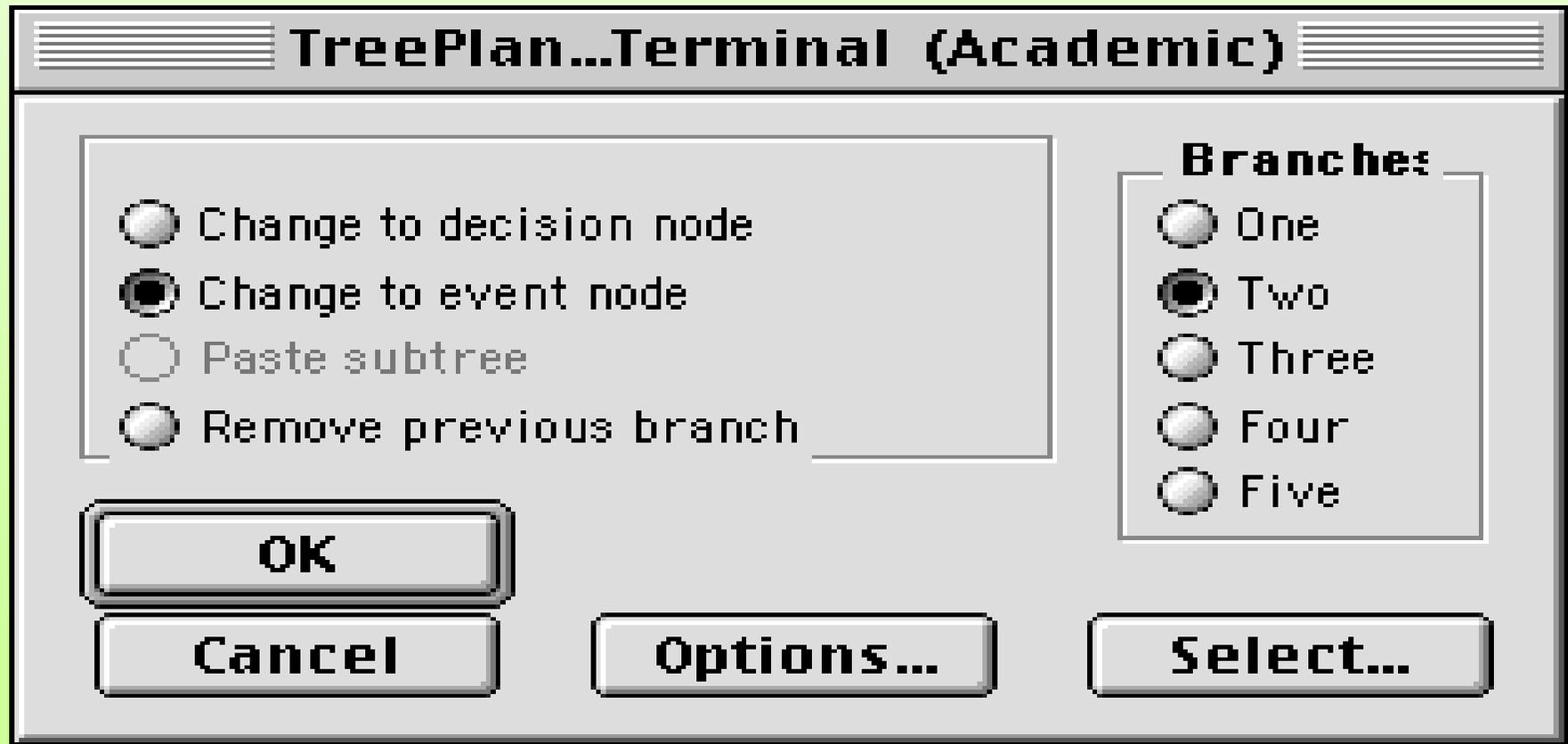
- ◆ TreePlan，是由迈克尔.密德唐（ Michael Middleton ）教授开发的Excel的加载宏，可以进行构建和分析决策树。
- 1.从工具菜单里选择决策树选项；
- 2.这样就创建了一个如下图的决策树，它只有一个方形节点和两条树枝。
- 3.决策标签（如下图的单元格D2和D7）被默认成“Decision 1 and Decision 2”，这些标签可以通过点击他们并输入新的标签来改变。（如钻探，出售）

	A	B	C	D	E	F	G
1							
2				Drill			
3				钻探			0
4					0	0	
5			1				
6		0					
7				Sell			
8				出售			0
9						0	

西南交通大学经济管理学院

应用TreePlan

4.要创建一个事件节点，点击在钻探树枝末端包含结束节点的那个单元格。然后选择工具菜单里的决策树选项，选择左上的“改变为事件节点”的选项。



应用TreePlan

5.在H1和H6中输入正确的先验概率；

6.在D6、D14、H4和H9中为每个决策和事件输入正确的净收益。

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1								0.25			
2								Oil			
3											700
4				Drill				800	700		
5											
6				-100	100			0.75			
7								Dry			
8											-100
9		1						0	-100		
10	100										
11											
12				Sell							
13											90
14				90	90						

TreePlan的结果

- ◆ 每个决策点内的数字表示哪一条树枝应该被选取（假设从那个节点出发的树枝按从上到下的顺序编号）
- ◆ 每个结束节点两边的数字是到达那个节点时的收益。
- ◆ 单元格A10和E6中的数字100是所在的步骤的期望收益。

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1								0.25			
2								Oil			
3											700
4				Drill				800	700		
5											
6					-100	100		0.75			
7								Dry			
8											-100
9		1						0	-100		
10	100										
11											
12				Sell							
13											90
14											

合并数据和结果

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1								0.25			
2								Oil			
3											700
4				Drill				800	700		
5											
6				-100	100			0.75			
7								Dry			
8											-100
9		1						0	-100		
10	100										
11											
12				Sell							
13											90
14				90	90						
15											
16											
17											
18								Data			
19				Cost of Drilling	100						
20				Revenue if Oil	800						
21				Revenue if Sell	90						
22				Revenue if Dry	0						
23				Probability Of Oil	0.25						
24				Action	Drill						
25											
26				Expected Payoff	100						

敏感性分析：有石油的先验概率=0.15

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1								0.15			
2								Oil			
3											700
4				Drill				800	700		
5											
6				-100	20			0.85			
7								Dry			
8											-100
9		2						0	-100		
10	90										
11											
12				Sell							
13											90
14				90	90						
15											
16											
17											
18											
19											
20											
21											
22											
23											
24											
25											
26											

Data	
Cost of Drilling	100
Revenue if Oil	800
Revenue if Sell	90
Revenue if Dry	0
Probability Of Oil	0.15

Action	Expected Payoff
Sell	90

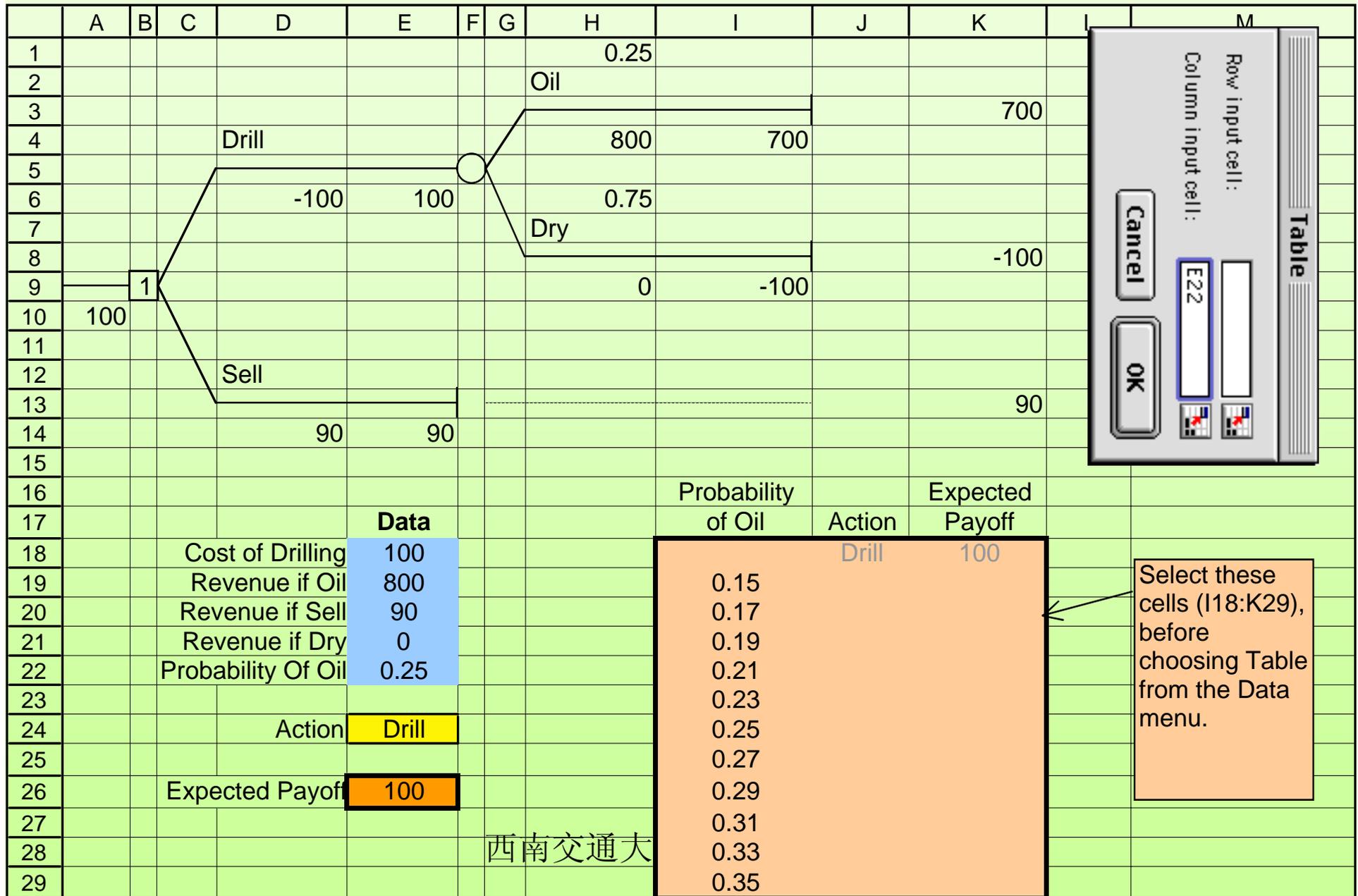
西南交通大学经济管理学院

敏感性分析：有石油的先验概率=0.35

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1								0.35			
2								Oil			
3											700
4				Drill				800	700		
5											
6				-100	180			0.65			
7								Dry			
8											-100
9		1						0	-100		
10	180										
11											
12				Sell							
13											90
14				90	90						
15											
16											
17					Data						
18				Cost of Drilling	100						
19				Revenue if Oil	800						
20				Revenue if Sell	90						
21				Revenue if Dry	0						
22				Probability Of Oil	0.35						
23											
24				Action	Drill						
25											
26				Expected Payoff	180						

西南交通大学经济管理学院

用数据表进行敏感性分析



数据表结果改变有石油先验概率相对应的结果

	I	J	K
16	Probability		Expected
17	of Oil	Action	Payoff
18		Drill	100
19	0.15	Sell	90
20	0.17	Sell	90
21	0.19	Sell	90
22	0.21	Sell	90
23	0.23	Sell	90
24	0.25	Drill	100
25	0.27	Drill	116
26	0.29	Drill	132
27	0.31	Drill	148
28	0.33	Drill	164
29	0.35	Drill	180

检查是否需要获得更多的信息

- ◆ 为了更好的估计，花费金钱去获得信息是否值得？
- ◆ 解决这个问题最快的方法是假设用相同的钱来找出真实的自然状态（“全情报”）

EP（拥有全情报）= 如果知道真实的自然状态进行决策得到的期望收益

EP（无更多信息）= 以原始的先验概率用贝叶斯决策规则得到的期望收益

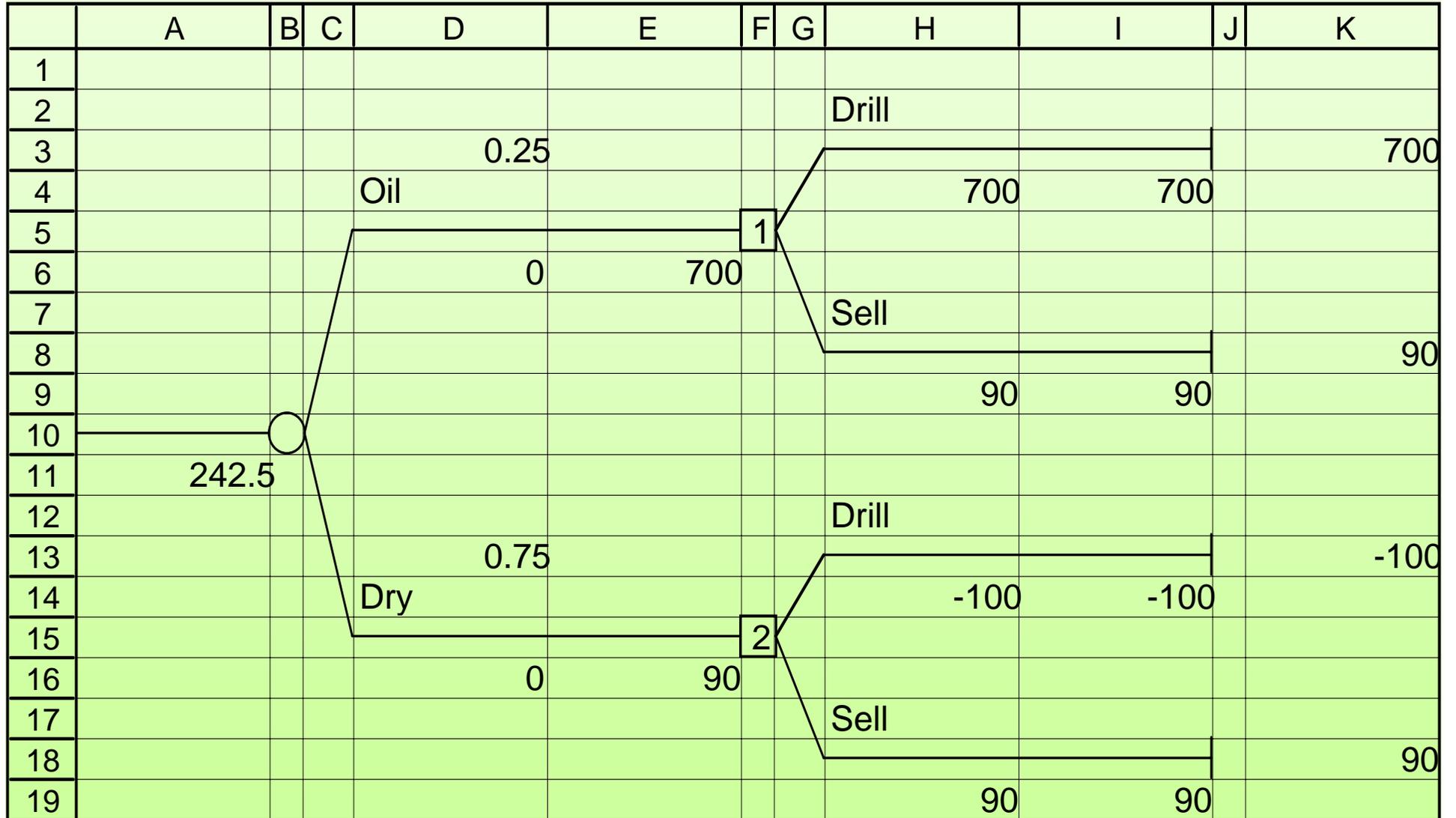
全情报价值

$$EVPI = EP（拥有全情报） - EP（无更多信息）$$

全情报下期望收益

	B	C	D
3	Payoff Table	State of Nature	
4	Alternative	Oil	Dry
5	Drill	700	-100
6	Sell	90	90
7	Maximum Payoff	700	90
8			
9	Prior Probability	0.25	0.75
10			
11	EP (with perfect info)		242.5

全情报下期期望收益



使用新的信息更新概率

- ◆ 可能的自然状态的先验概率通常带有相当大的主观性，因此他们只是对真实概率的非常粗略的估计。
- ◆ 很多情况下有可能以进一步的测试或勘探（花费一些费用）来改进这些估计。这些经过改进的估计称为后验概率（posterior probabilities）

3. 先验与后验概率

- ◆ 先验概率亦称主观概率，是人们根据自己的主观经验和统计数据得出的事件发生概率。
- ◆ 后验概率也称修正概率，可以用计算条件概率的贝叶斯公式计算：

$$P(B_i | A) = \frac{P(B_i) P(A | B_i)}{\sum P(B_i) P(A | B_i)}$$

高富布鲁克公司的地质勘探

在高富布鲁克公司中，改进估计可通过花费3万美元进行细致的地质勘探实现。

地震勘探的可能结果：

-FSS：好的地震勘探回波；很有可能可能有石油。

-USS：地震勘探回波不好；很有可能没有石油。

$P(\text{勘探结果} | \text{自然状态})$ = 在给定的自然状态下出现特定勘探结果的概率

	$P(\text{勘探结果} \text{自然状态})$	
自然状态	好 (FSS)	不好 (USS)
有石油	$P(\text{FSS} \text{有石油}) = 0.6$	$P(\text{USS} \text{有石油}) = 0.4$
干涸	$P(\text{FSS} \text{干涸}) = 0.2$	$P(\text{USS} \text{干涸}) = 0.8$

联合概率的计算

- ◆ 任何一种自然状态和地震勘探结果的组合都会得到一个有如下公式计算得到的联合概率：

$P(\text{自然状态并且勘探结果}) = P(\text{自然状态}) P(\text{勘探结果} | \text{自然状态})$

$$P(\text{有石油 and FSS}) = P(\text{有石油}) P(\text{FSS} | \text{有石油}) = (0.25)(0.6) = 0.15.$$

$$P(\text{有石油 and USS}) = P(\text{有石油}) P(\text{USS} | \text{有石油}) = (0.25)(0.4) = 0.1.$$

$$P(\text{干涸 and FSS}) = P(\text{干涸}) P(\text{FSS} | \text{干涸}) = (0.75)(0.2) = 0.15.$$

$$P(\text{干涸 and USS}) = P(\text{干涸}) P(\text{USS} | \text{干涸}) = (0.75)(0.8) = 0.6.$$

每个勘探结果的概率

- ◆ 在找到了特定的自然状态和地震勘探结果组合的每一个联合概率后，下一步是用这些概率找出在没有确定自然状态发生的情况下特定的地震勘探结果出现的概率。

$$P(\text{勘探结果}) = P(\text{有石油 and 勘探结果}) + P(\text{干涸 and 勘探结果})$$

- ◆ $P(\text{FSS}) = 0.15 + 0.15 = 0.3.$
- ◆ $P(\text{USS}) = 0.1 + 0.6 = 0.7.$

后验概率的计算

- ◆ 计算在给定特定的勘探结果后出现特定自然状态的后验概率：

$$P(\text{自然状态} | \text{勘探结果}) = P(\text{自然状态 and 勘探结果}) / P(\text{勘探结果})$$

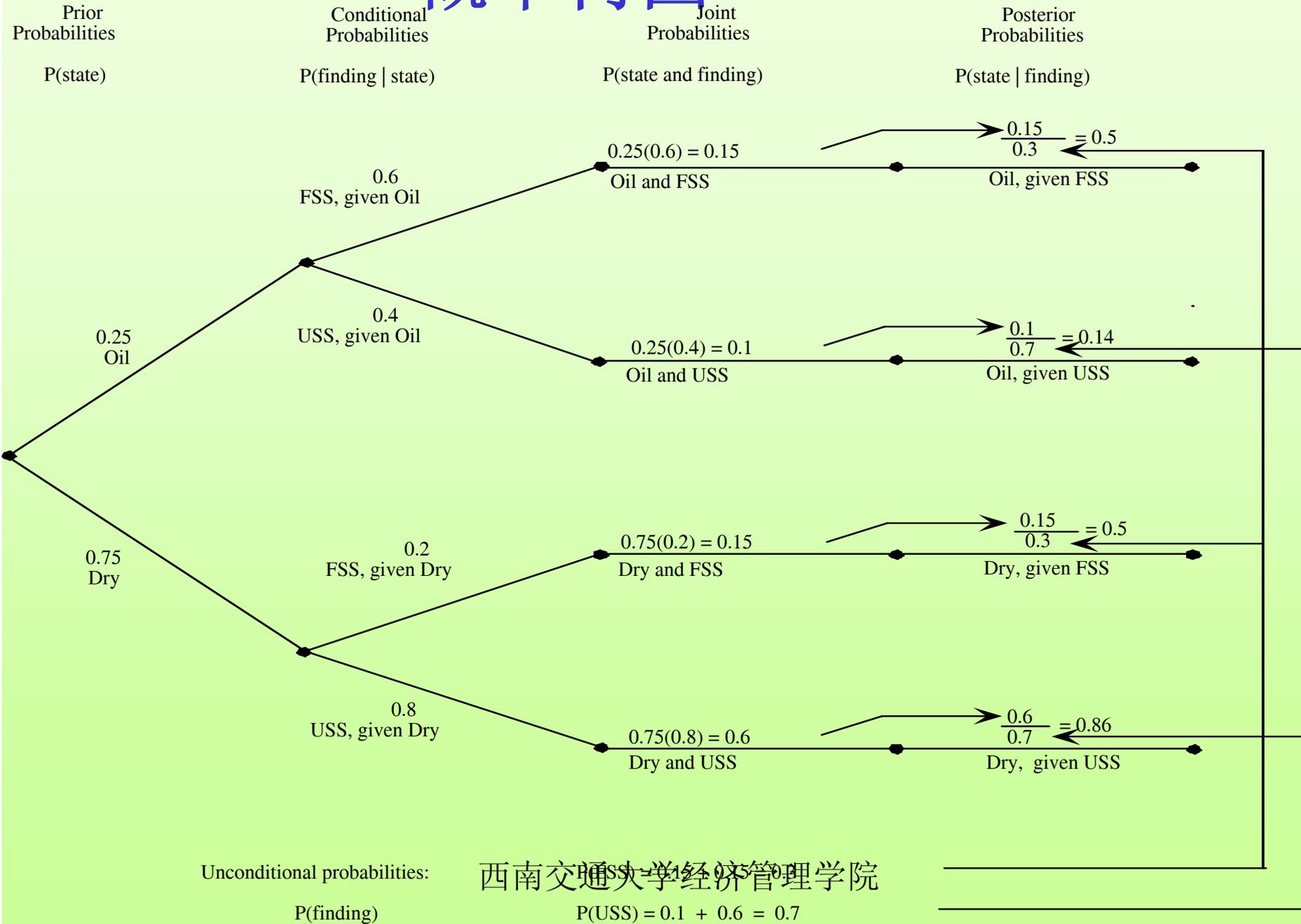
$$P(\text{有石油} | \text{FSS}) = 0.15 / 0.3 = 0.5.$$

$$P(\text{有石油} | \text{USS}) = 0.1 / 0.7 = 0.14.$$

$$P(\text{干涸} | \text{FSS}) = 0.15 / 0.3 = 0.5.$$

$$P(\text{干涸} | \text{USS}) = 0.6 / 0.7 = 0.86.$$

概率树图



后验概率

$P(\text{自然状态} | \text{勘探结果})$

勘探结果	有石油	干涸
好(FSS)	$P(\text{有石油} \text{FSS}) = 1/2$	$P(\text{干涸} \text{FSS}) = 1/2$
不好 (USS)	$P(\text{有石油} \text{USS}) = 1/7$	$P(\text{干涸} \text{USS}) = 6/7$

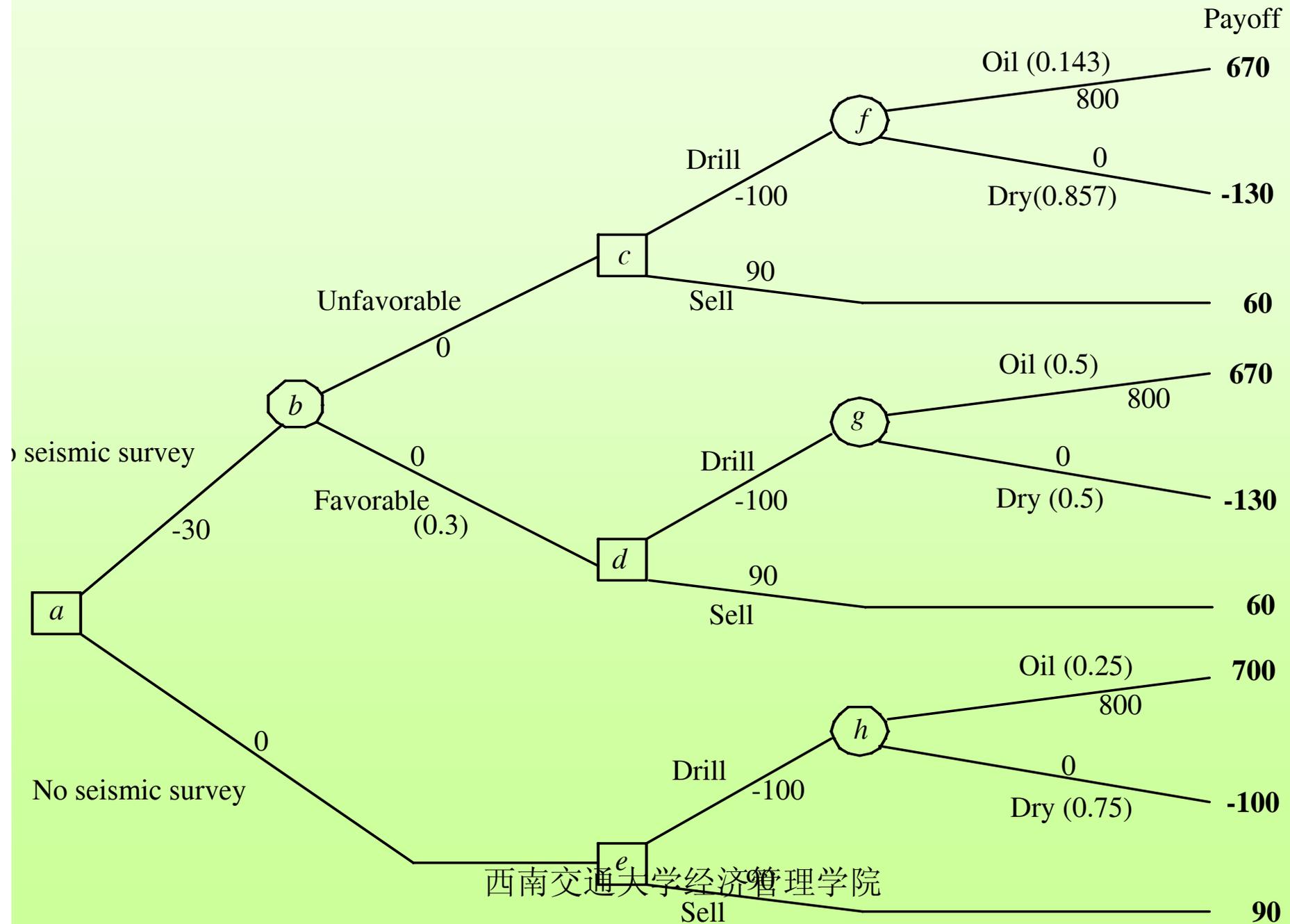
后验概率模板

	B	C	D	E	F	G	H
3	Data:		P(Finding State)				
4	State of	Prior	Finding				
5	Nature	Probability	FSS	USS			
6	Oil	0.25	0.6	0.4			
7	Dry	0.75	0.2	0.8			
8							
9							
10							
11							
12	Posterior		P(State Finding)				
13	Probabilities:		State of Nature				
14	Finding	P(Finding)	Oil	Dry			
15	FSS	0.3	0.5	0.5			
16	USS	0.7	0.1429	0.8571			
17							
18							
19							

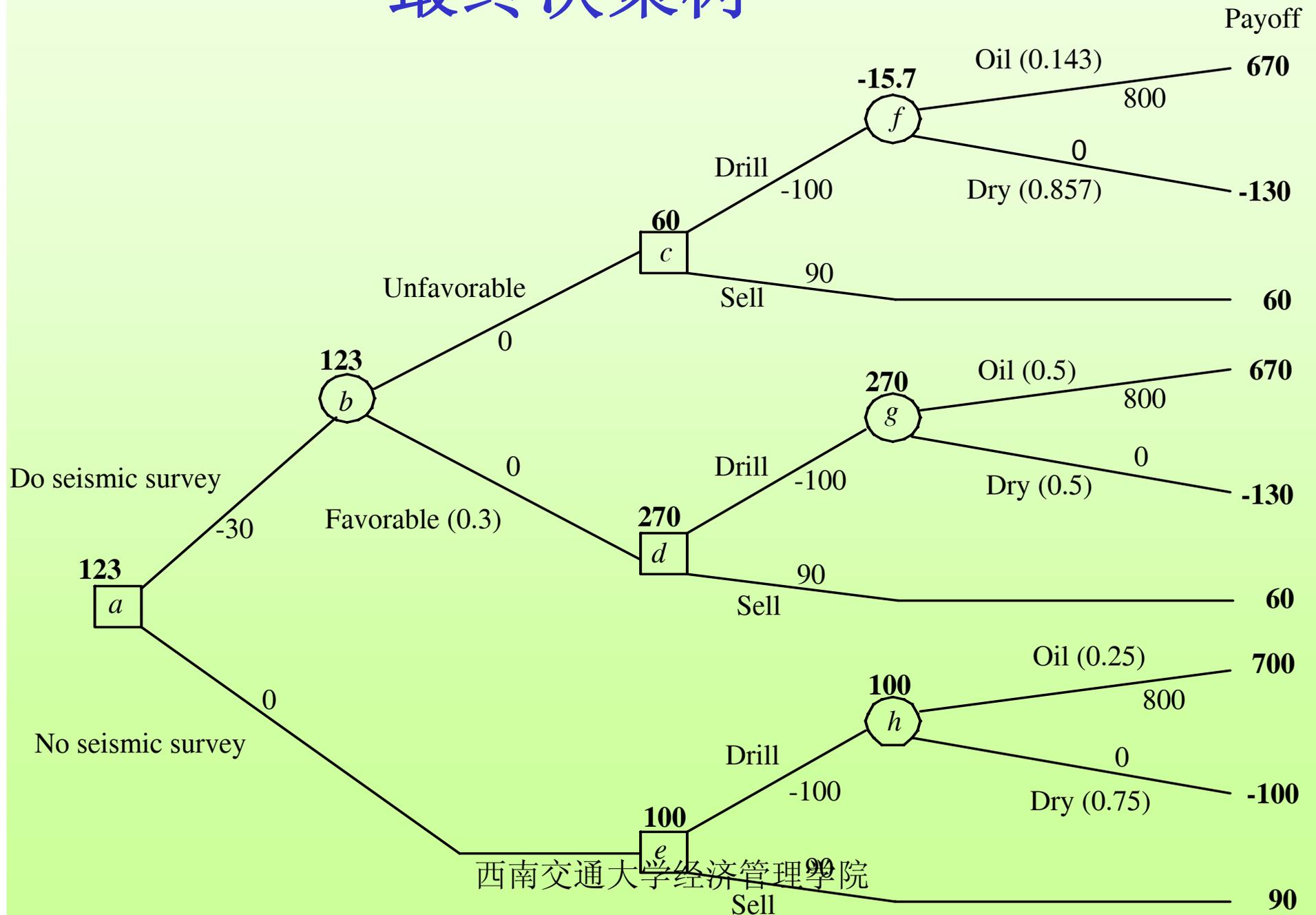
高富布鲁克公司的难题的决策树



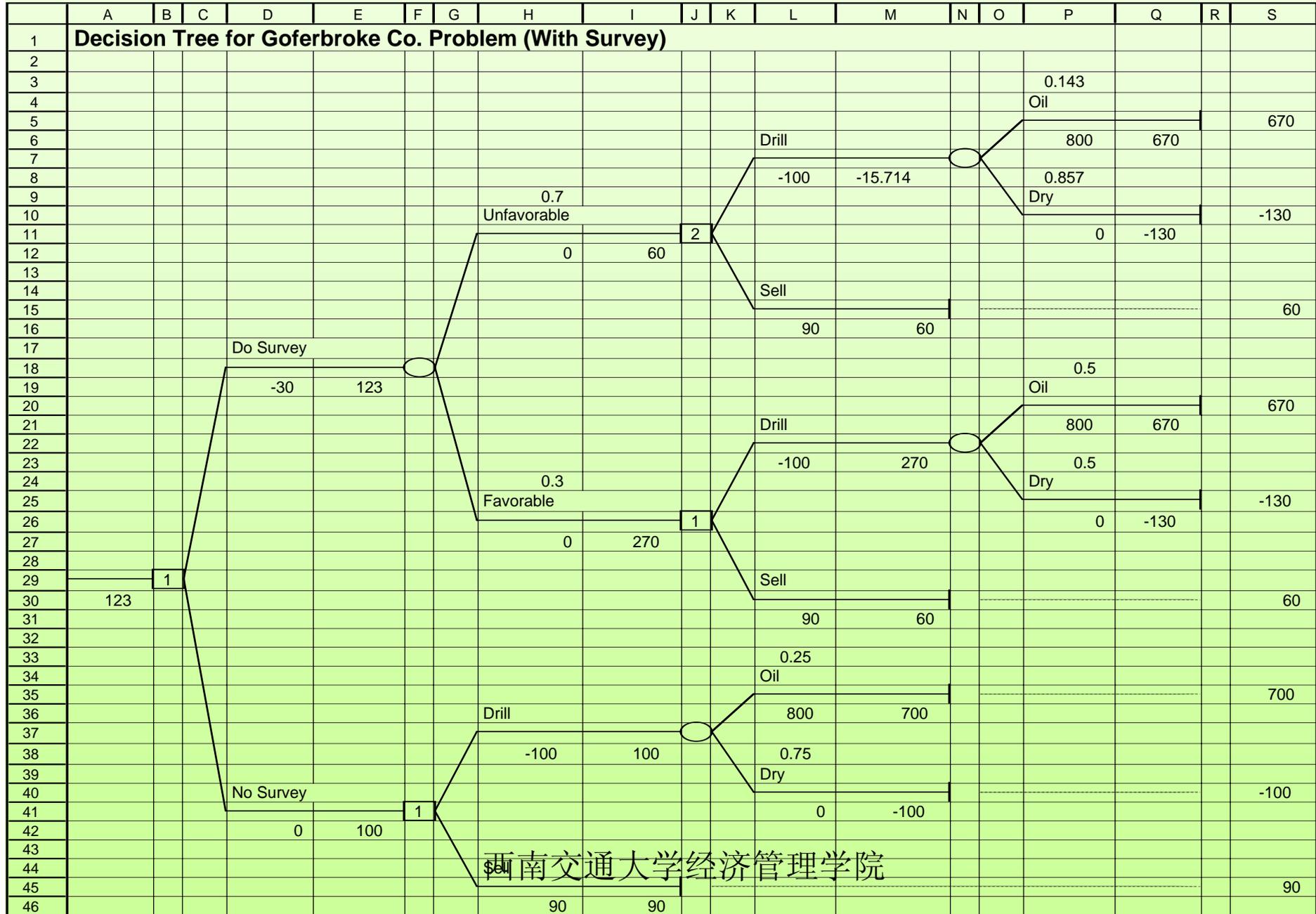
加上随机事件的概率和收益后的决策树



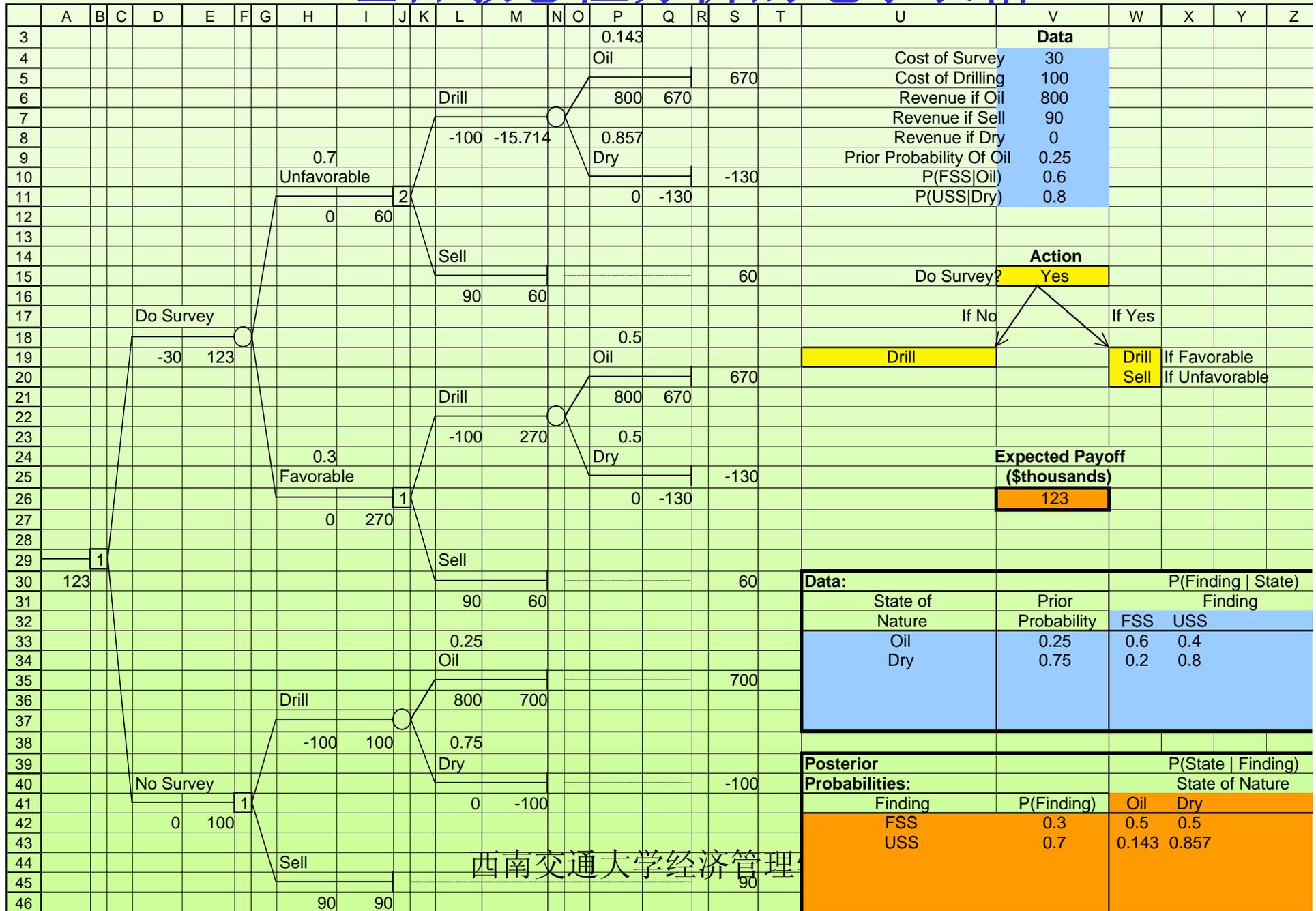
最终决策树



使用TreePlan 够建并求解的完整高富布鲁克公司的难题的决策树



组合敏感性分析的电子表格



使用SensIt的单因素图选项对话框

	U	V	W	X	Y
3		Data			
4	Cost of Survey	30			
5	Cost of Drilling	100			
6	Revenue if Oil	800			
7	Revenue if Sell	90			
8	Revenue if Dry	0			
9	Prior Probability Of Oil	0.25			
10	P(FSS Oil)	0.6			
11	P(USS Dry)	0.8			
12					
13					
14		Action			
15	Do Survey?	Yes			
16					
17		If No	If Yes		
18					
19	Drill		Drill	If Favorable	
20			Sell	If Unfavorable	
21					
22					
23					
24		Expected Payoff			
25		(\$thousands)			
26		123			

SensIt - Academic Version - Plot

Input Variable's Cell

Label (Opt.) 

Cell 

Input Values

Start

Step

Stop

Output Variable's Cell

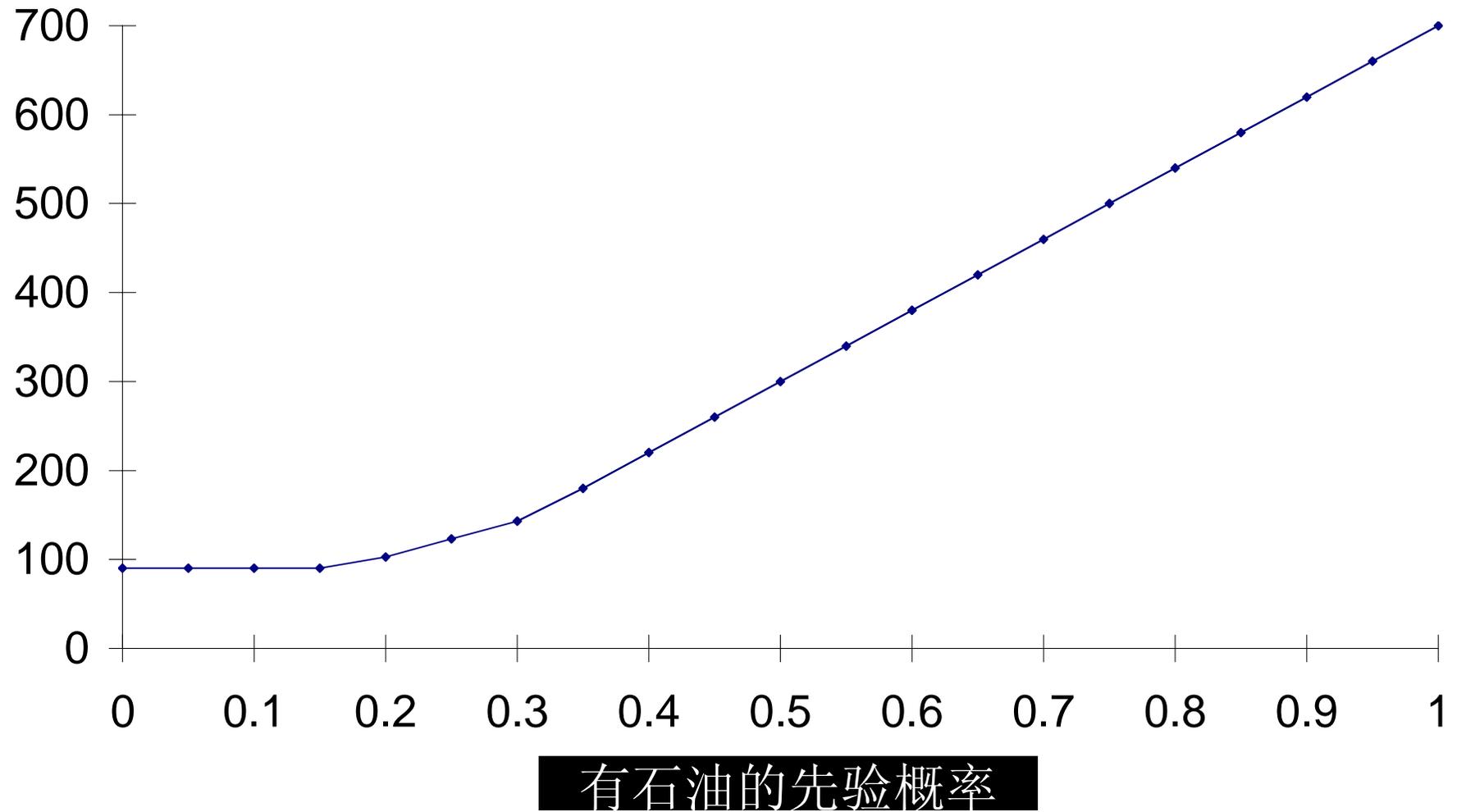
Label (Opt.) 

Cell 

OK **Cancel** **Help**

SensIt单因素敏感性分析图

Sensit - 敏感性分析 - 因素



最佳策略

设 p = 有石油的先验概率

如果 $p \leq 0.168$, 则出售土地（不进行地震勘探）

如果 $0.169 \leq p \leq 0.308$, 则进行地震勘探; 结果好则钻探, 结果不好则出售土地。

如果 $p \geq 0.309$, 则钻探石油（不进行地震勘探）

使用SensIt的蛛网图选项对话框

	U	V	W	X	Y
3		Data			
4	Cost of Survey	30			
5	Cost of Drilling	100			
6	Revenue if Oil	800			
7	Revenue if Sell	90			
8	Revenue if Dry	0			
9	Prior Probability Of Oil	0.25			
10	P(FSS Oil)	0.6			
11	P(USS Dry)	0.8			
12					
13					
14		Action			
15	Do Survey?	Yes			
16					
17		If No	If Yes		
18					
19	Drill		Drill	If Favorable	
20			Sell	If Unfavorable	
21					
22					
23					
24		Expected Payoff			
25		(\$thousands)			
26		123			

SensIt - Academic Version - Spider

Input Variables' Range

Labels: U4:U7

Cells: V4:V7

Input Changes (9)

Start: 90

Step: 2

Stop: 110

Output Variable's Cell

Label: Y24

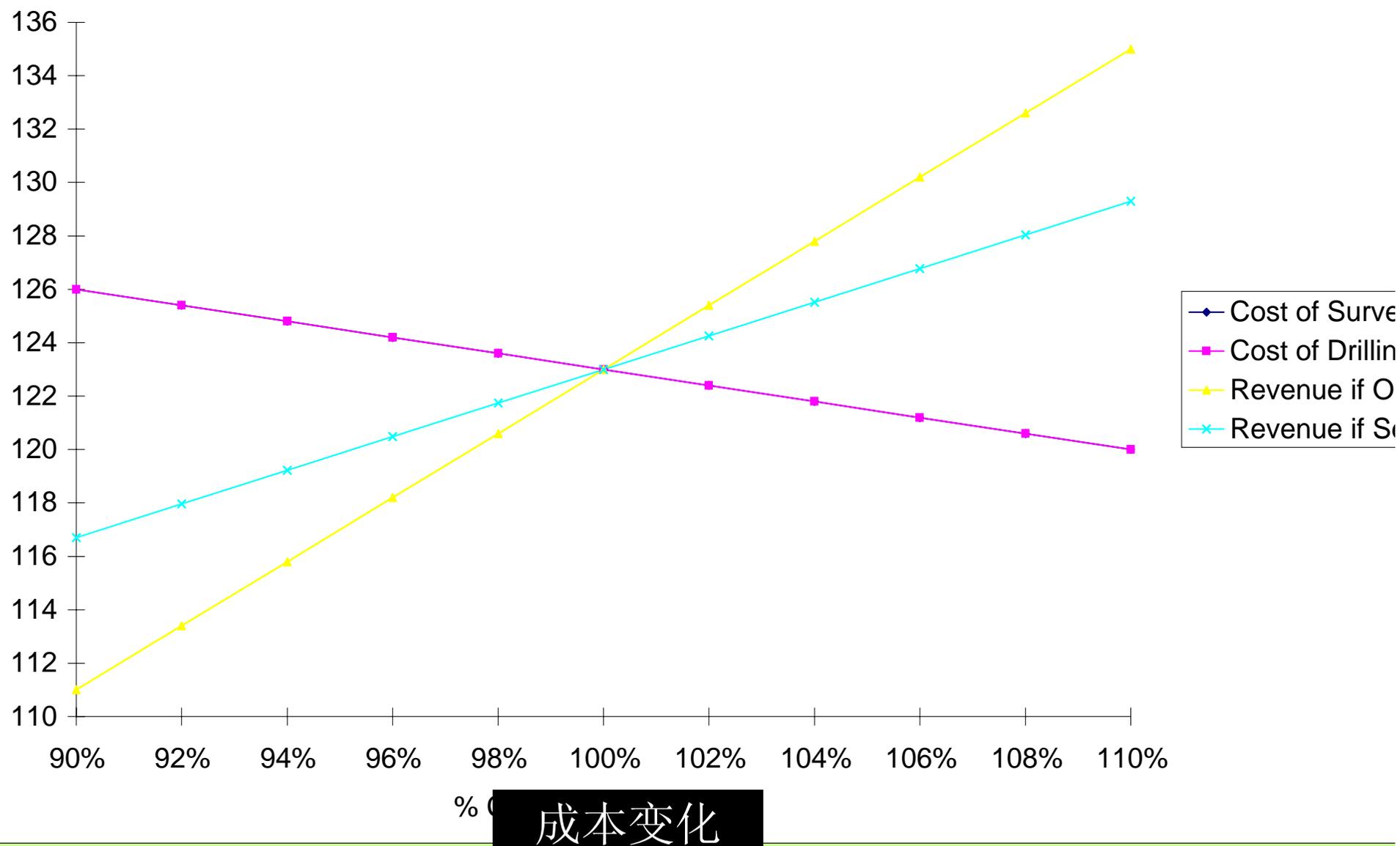
Cell: Y26

OK

Cancel Help

SensIt的蛛网图

Sensit - Sensitivity Analysis - Spide



使用SensIt的旋风图选项对话框

	U	V	W	X	Y
3		Data	Low	Base	High
4	Cost of Survey	30	28	30	32
5	Cost of Drilling	100	75	100	140
6	Revenue if Oil	800	600	800	1000
7	Revenue if Sell	90	85	90	95
8	Revenue if Dry	0			
9	Prior Probability Of Oil	0.25			
10	P(FSS Oil)	0.6			
11	P(USS Dry)	0.8			
12					
13					
14		Action			
15	Do Survey?	Yes			
16					
17	If No		If Yes		
18					
19	Drill		Drill	If Favorable	
20			Sell	If Unfavorabl	
21					
22					
23					
24		Expected Payoff			
25		(\$thousands)			
26		123			

SensIt - Academic Version - Tornado

Input Variables' Range

Labels: U4:U7

Cells: Y4:Y7

Input Values' Range

Low: W4:W7

Base: X4:X7

High: Y4:Y7

Output Variable's Cell

Label: Y24

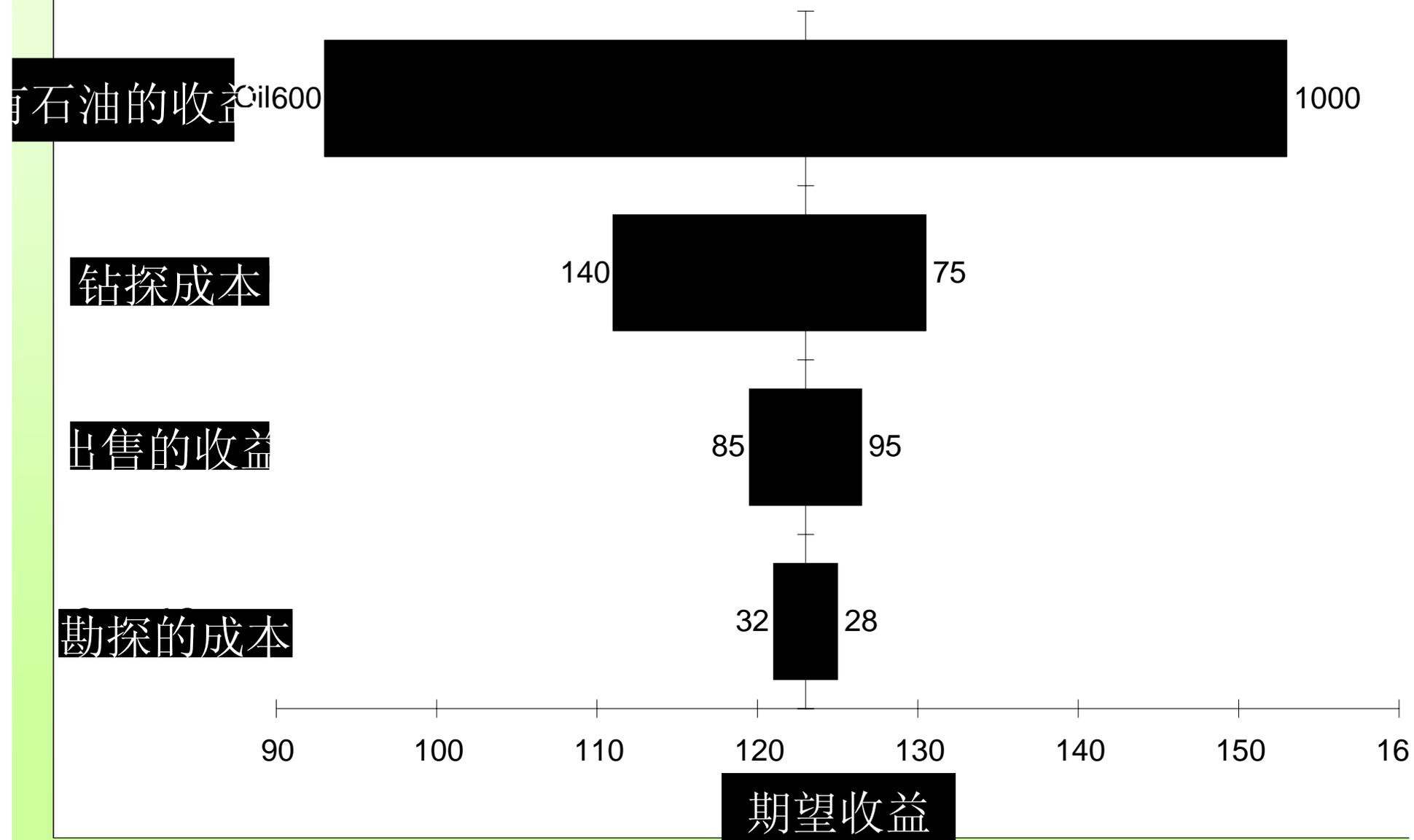
Cell: Y26

OK

Cancel Help

SensIt的旋风图

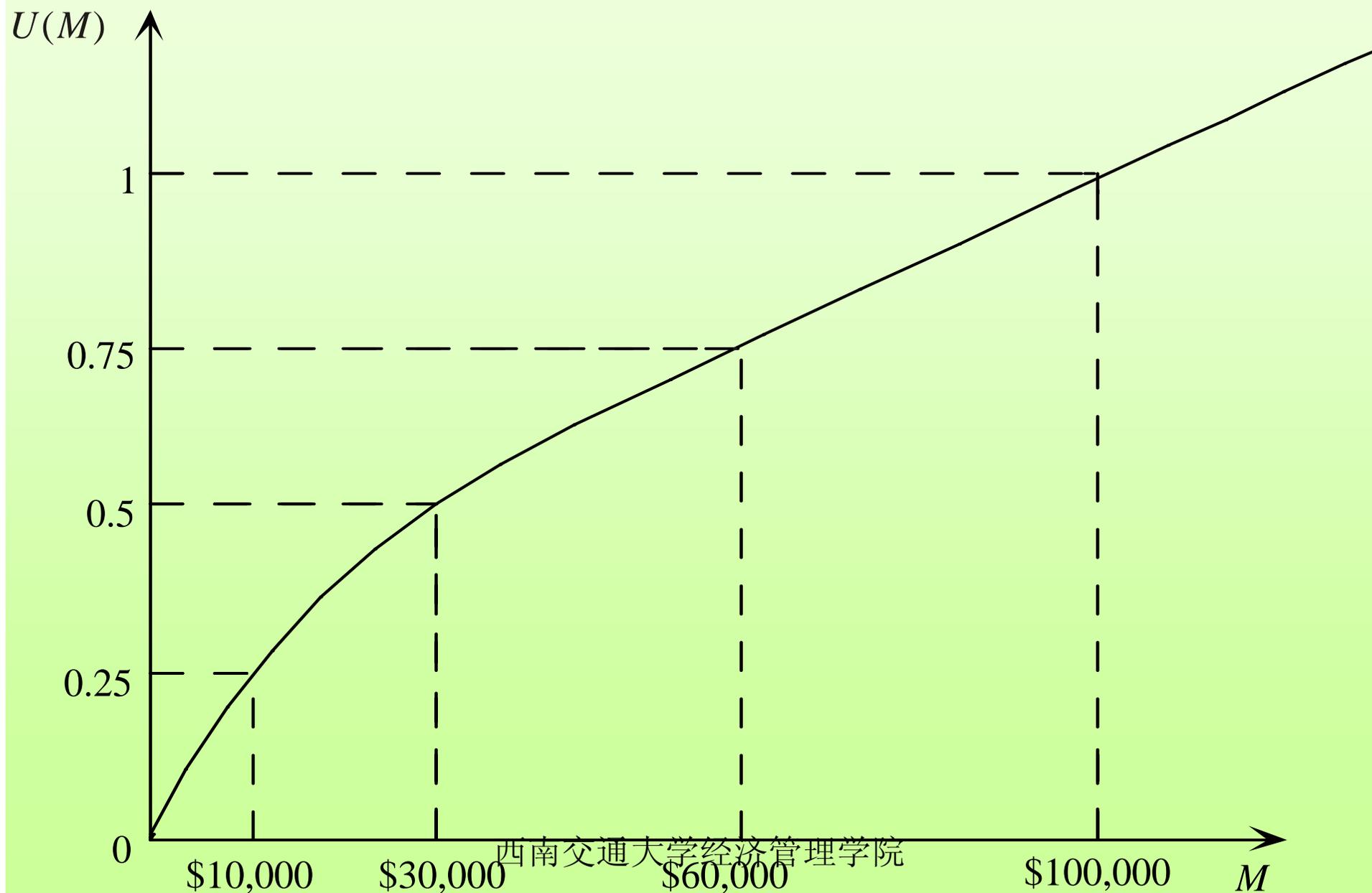
Sensit - Sensitivity Analysis - Torna



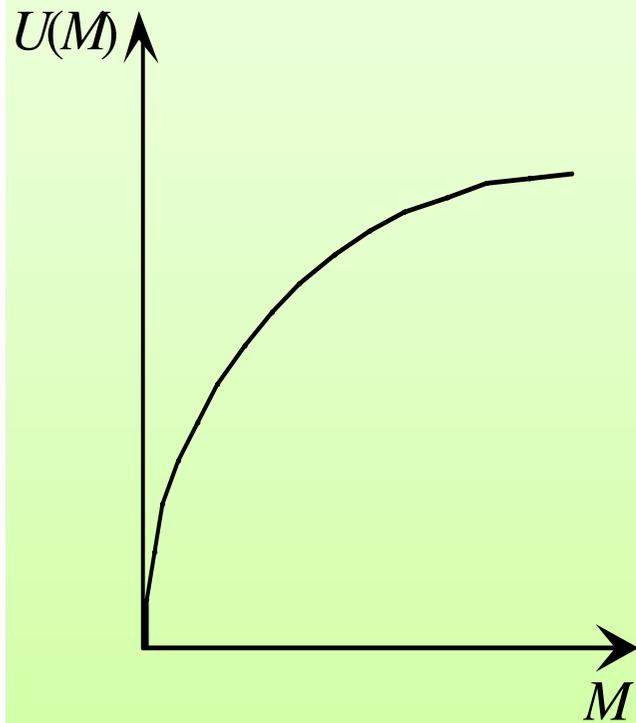
用效用更好地反映收益的价值

- ◆ 在使用贝叶斯决策规则时，我们假设货币的形式的期望收益是对采取的行动产生的后果进行度量的适当标准。
- ◆ 然而在很多情况下，这个假设是不恰当的。
- ◆ 假设我们有以下的选择：
 - 有五五开的概率获得100000美元
 - 确定获得40000美元
- 尽管五五开获得100000美元的期望收益是50000美元。许多人还是会选择40000美元。这是因为风险回避。
- 货币效用函数是一个将货币价值转化为反映决策者偏好的正确标度的方法。

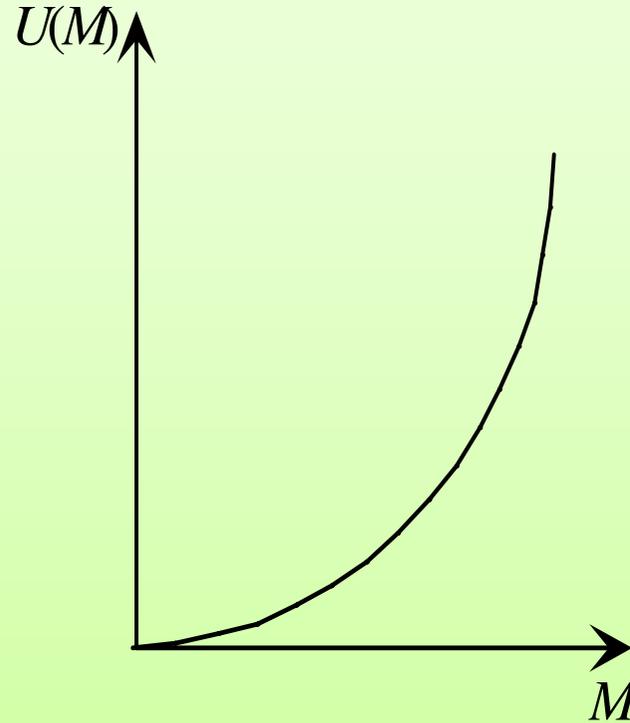
典型的货币效用函数



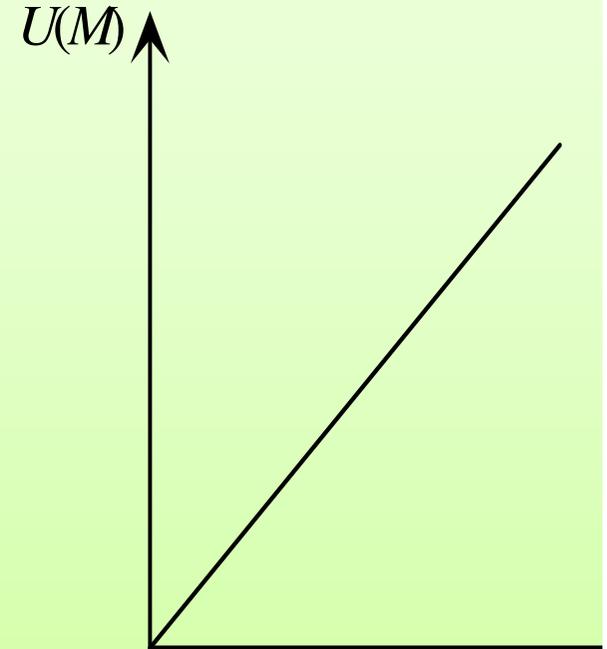
效用函数的形状



(a) 风险回避者



(b) 风险偏好者



(c) 风险中性者

效用函数

当用货币效用函数解决决策分析问题，这个效用函数必须以符合所涉及的决策者的偏好和价值来构建。

基本属性（**Fundamental Property**）：在效用理论的假设下，决策者的货币效用函数具有这样的属性：如果两个备择方案具有相同的期望效用，则决策者在这两个备择方案上是无差异的。

当决策者的货币效用函数被用来衡量各种可能货币结果的相关价值时，贝叶斯决策规则将货币收益替换为相应的效用。

最优决策（或系列决策）是使得期望效用最大的决策。

基本属性的解释

◆ 根据基本属性，具有右边效用函数的决策者跟左边的三组备选方案是没有区别的。

-25%的机会获得100000

-肯定获得10000美元

他们的效用都是0.25

-50%的机会获得100000

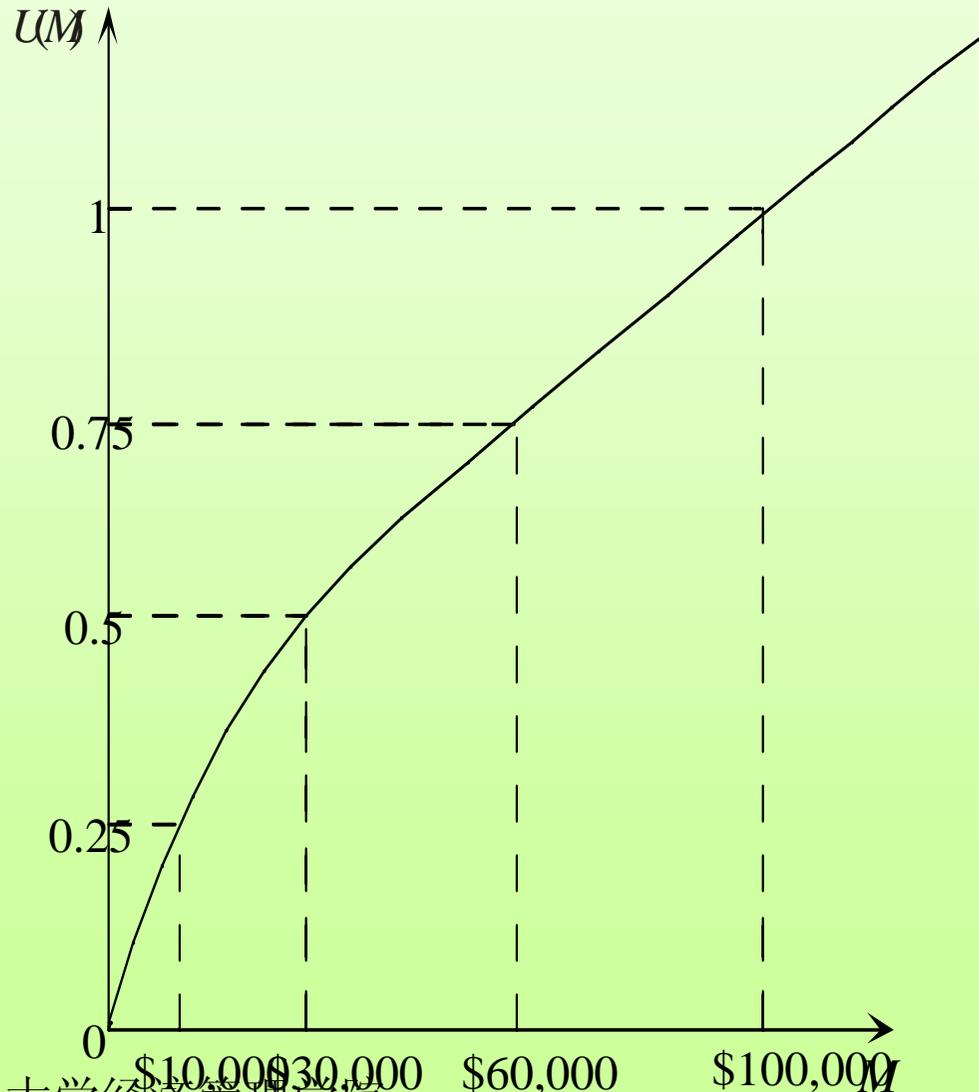
-肯定获得30000美元

他们的效用都是0.5

-75%的机会获得100000

-肯定获得60000美元

他们的效用都是0.75



博彩程序

1. 我们三个可能的货币收益—— M_1, M_2, M_3 ($M_1 < M_2 < M_3$) 我们知道其中两个收益的效用，我们希望找到第三个的收益
2. 决策者有以下两个假定的备择方案：
 - A. 以概率 p 获得收益 M_3
以概率 $(1-p)$ 获得收益 M_1
 - B. 获得确定收益 M_2
3. 决策者面对的问题：哪个 p 值使得你在这两个选择上无差异？
4. 使用这个 p 值，写下基本属性等式：
$$E(\text{A的效用}) = E(\text{B的效用})$$
于是
$$p U(M_3) + (1-p) U(M_1) = U(M_2).$$
5. 解这个方程得到未知效用。

构建一个货币效用函数的步骤

1. 列出问题中所有可能的货币收益，包括0。
2. 设 $U(0) = 0$ ，然后任意选择另一个收益的效用。
3. 选择三个收益值，其中有两个收益的效用是已知的。
4. 将博彩程序应用于求解第三个收益的效用。
5. 重复步骤3和4，获得对其他收益的未知效用。
6. 把得到的效用与收益 M 画在效用 $U(M)$ 图上。通过这些点画出一条光滑的曲线就得到效用函数。

马克斯的效用函数

- ◆ 在高富布鲁克公司的难题中，有可能的货币收益是-130, -100, 0, 60, 90, 670, 和700（单位：千）
- ◆ 设 $U(0) = 0$ 。
- ◆ Arbitrarily 设 $U(-130) = -150$ 。

寻找 $U(700)$

- ◆ 已知的效用是 $U(-130) = -150$ 和 $U(0) = 0$
未知的效用是 $U(700)$
- 考虑以下两个选项：
 - A. 以概率 p 获得700的收益
以概率 $(1-p)$ 获得-130的收益
 - B. 获得确定收益0。
- 哪个 p 使得你在这两个选择上表现出无差异？
马克斯选择 $p=0.2$
- 因为效用函数的基本属性，两种选择的期望效用是相同的，于是有：

$$pU(700) + (1-p)U(-130) = U(0)$$

$$0.2U(700) + 0.8(-150) = 0$$

$$0.2U(700) - 120 = 0$$

$$0.2U(700) = 120$$

$$U(700) = 600$$

寻找 $U(-100)$

◆ 已知的效用是 $U(-130) = -150$ 和 $U(0) = 0$

未知的效用是 $U(-100)$

■ 考虑以下两个选项：

A. 以概率 p 获得0的收益

以概率 $(1-p)$ 获得-130的收益

B. 获得确定收益-100。

■ 哪个 p 使得你在这两个选择上表现出无差异？

马克斯选择 $p=0.3$

■ 因为效用函数的基本属性，两种选择的期望效用是相同的，于是有：

$$pU(0) + (1-p)U(-130) = U(-100)$$

$$0.3(0) + 0.7(-150) = U(-100)$$

$$U(-100) = -105$$

寻找 $U(90)$

1. 已知的效用是 $U(700) = 600$ 和 $U(0) = 0$

未知的效用是 $U(90)$

2. 考虑以下两个选项：

A. 以概率 p 获得700的收益

以概率 $(1-p)$ 获得0的收益

B. 获得确定收益90。

3. 哪个 p 使得你在这两个选择上表现出无差异？

马克斯选择 $p=0.15$

4. 因为效用函数的基本属性，两种选择的期望效用是相同的，于是有：

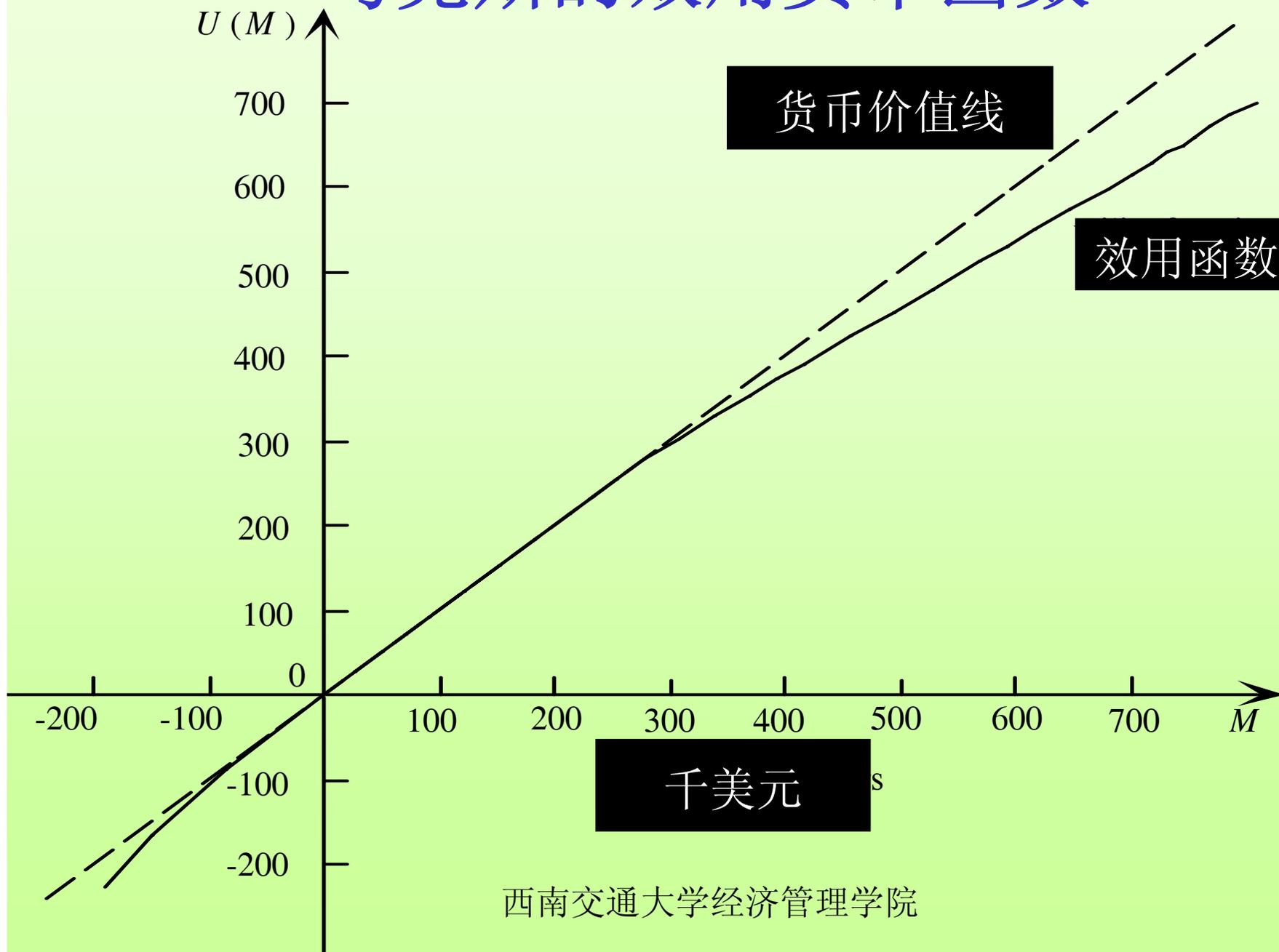
$$pU(700) + (1-p)U(0) = U(90)$$

$$0.15(600) + 0.85(0) = U(90)$$

$$U(90) = 90$$

西南交通大学经济管理学院

马克斯的效用货币函数



高富布鲁克公司的问题的效用

货币收益, M

效用, $U(M)$

-130

-150

-100

-105

0

0

60

60

90

90

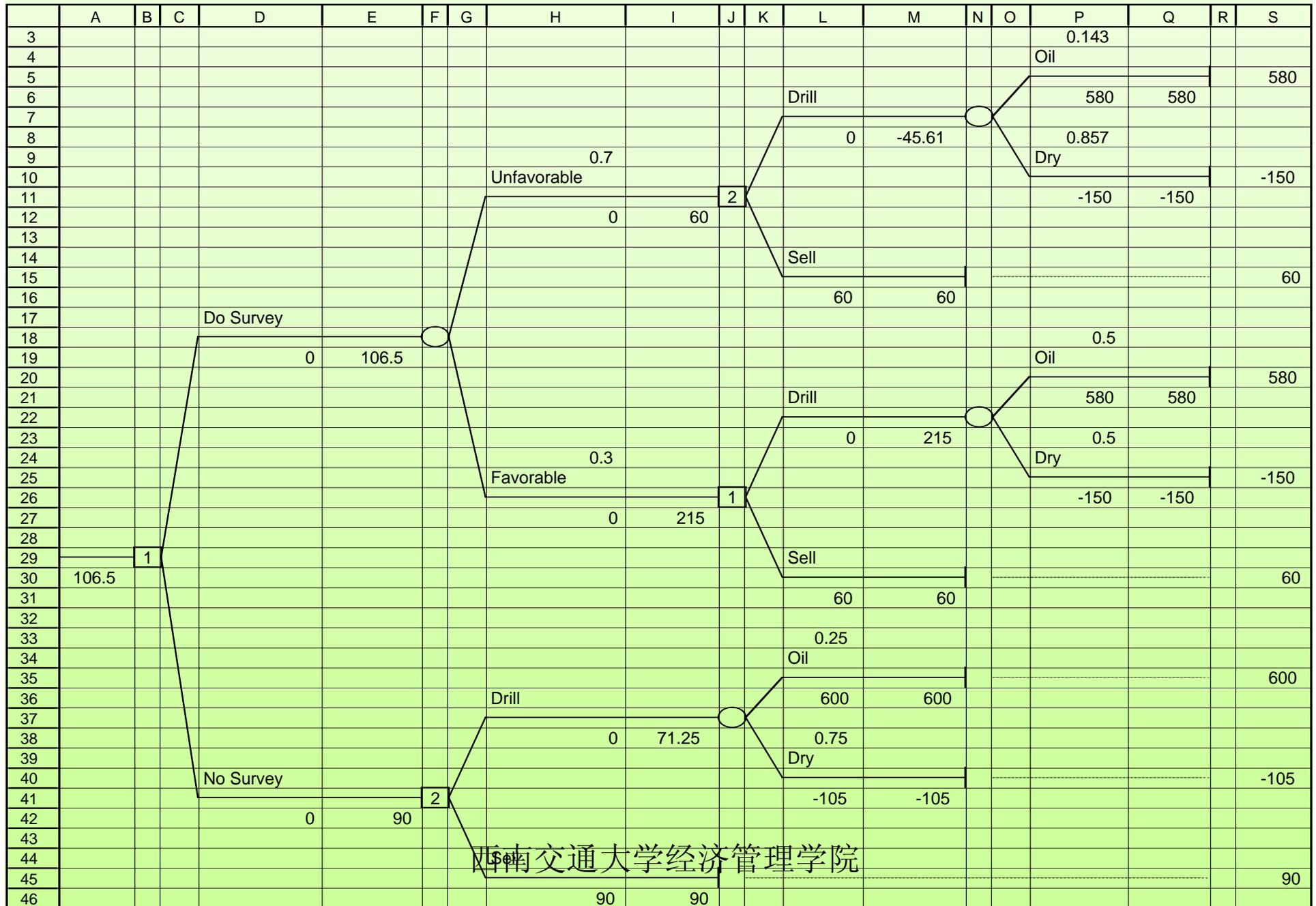
670

580

700

600

效用决策树



指数效用函数

- ◆ 构建 $U(M)$ 的步骤要决策者反复考虑以什么概率使得他在两个选择上表现出无差异的困难的决定。
- ◆ 这个方法是假设效用函数有一个特定的数学形式，然后通过调整其形式使其尽可能准确地反映决策者对待风险的态度。
- ◆ 一个广泛使用的形式是指数效用函数（exponential utility function）： $U(M) = R(1 - e^{-M/R})$

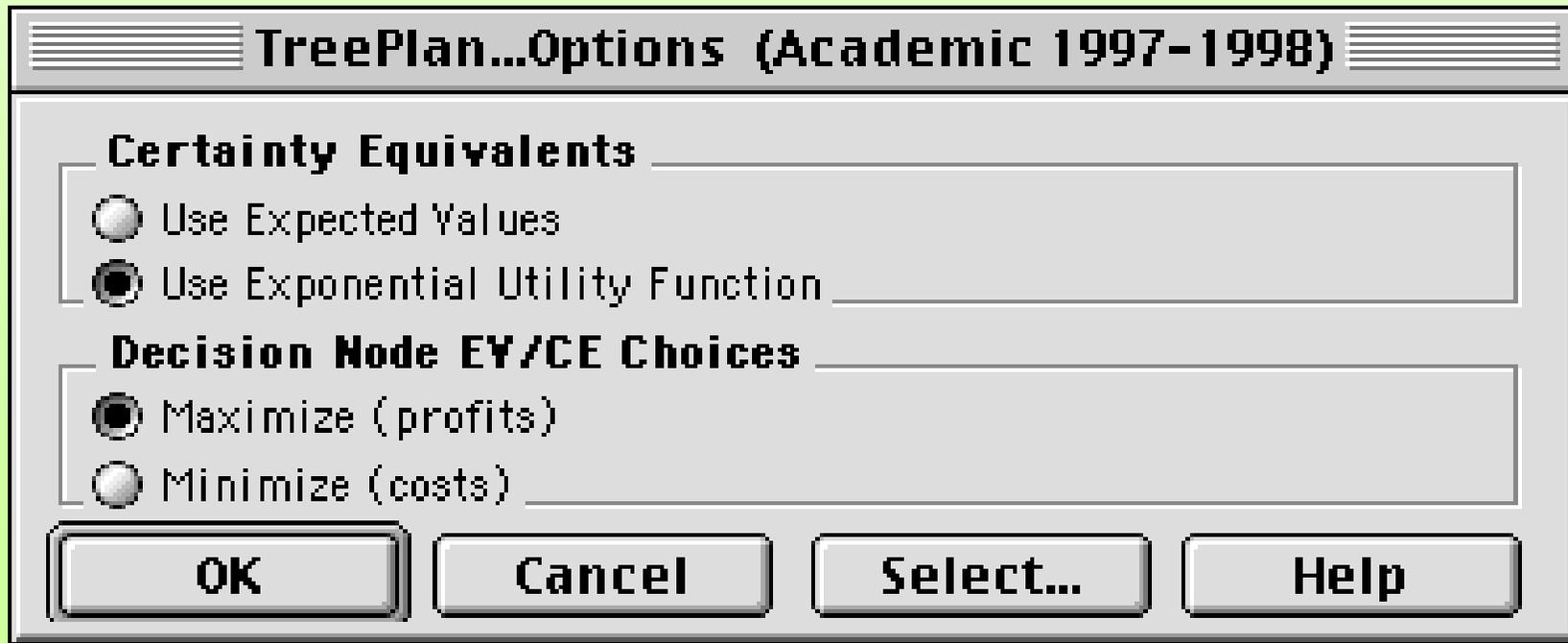
这里 R 是决策者的风险宽忍度

- 一个简单的方法来估计适当的 R 值。决策者要选择使得他在下面的两个选择中无差异的 R 值：

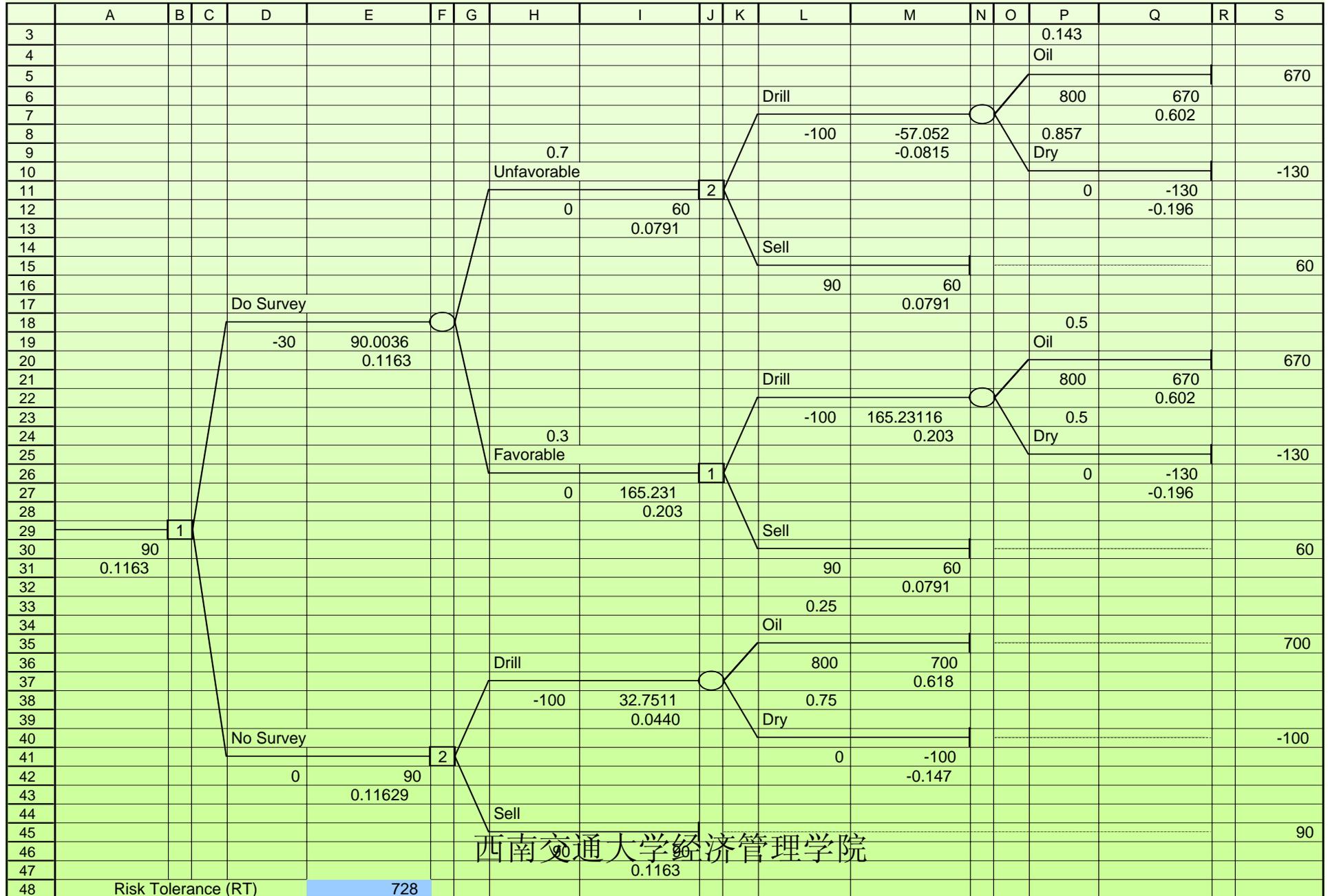
1. 一个五五开的投机，以0.5的概率获得 R 美元，以0.5的概率损失 $R/2$ 美元；
2. 没得到什么也没损失什么。

指数效用函数下使用TreePlan

- ◆ R值需要在电子表格中指定。
- ◆ 含有这个值的单元格需要给它一个行标签R（TreePlan把这个值作为风险宽忍度）
- ◆ 然后在TreePlan对话框中点击“选项（Option）”并选择“使用指数效用函数（“Use Exponential Utility Function”）”选项



指数效用函数决策树



决策分析小结

- ◆ **构造决策问题**：列出可能面临的所有决策；列出所有可能发生的不确定事件和可能结果；
- ◆ **画决策树**：按决策和事件可能发生的先后顺序；
- ◆ **确定损益值**：每个末端分支都应有相应损益值；
- ◆ **确定随机事件的概率**：事件点的每个分支都应该有相应的概率（决策点的分支没有概率）；
- ◆ **决策树计算**：
 - 回代求解各个决策与事件点的 **EMV** 值；
 - 比较决策点各分支 **EMV** 值，删除劣支；
 - 确定最优决策并检查其风险特征
- ◆ **敏感性分析**：需要时可以做一些重要数据的；