中　山　大　学

二〇一四年攻读硕士学位研究生入学考试试题

科目代码：　668

科目名称：　数学分析

考试时间：　1 月 5 日 上 午

考 生 须 知

全部答案一律写在答题纸上，答在试题纸上的不计分！答题要写清题号，不必抄题。

（一）(30 分) 计算 (1) $\int \frac{1}{x}\sqrt{\frac{x+2}{x-2}}dx$

(2) $\int_\Gamma xyds$，其中Γ为$x^2+y^2+z^2=a^2$与$x+y+z=0$的交线.

(3) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\int_0^\pi x^{2013}\sin^n xdx\right)^{\frac{1}{n}}$

（二）(10 分) 设 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上连续,并且 $\int_{-\infty}^{+\infty}f(x)dx$ 收敛，对任意 $a,b,c\in R$ 都有 $\int_a^{a+c}f(x)dx=\int_b^{b+c}f(x)dx$ 证明：$f(x)\equiv 0$.

（三）(15 分)表格填空:

$\sum\limits_{n=3}^{\infty}a^n n^b(\ln n)^c$	绝对收敛	条件收敛	发散
参数 a,b,c 的取值范围			

（四）(10 分) 求方程组$\begin{cases}u+v=x+y\\ \dfrac{\sin u}{\sin v}=\dfrac{x}{y}\end{cases}$所确定的隐函数$\begin{cases}u=u(x,y)\\ v=v(x,y)\end{cases}$的微分 du,dv.

（五）(10 分) 讨论广义积分 $\int_0^\infty \sin x^2dx$ 和 $\int_0^\infty\int_0^\infty \sin(x^2+y^2)dxdy$ 的敛散性. 其中

$$\int_0^\infty\int_0^\infty \sin(x^2+y^2)dxdy=\lim_{r\to\infty}\iint\limits_{\substack{x^2+y^2\le r^2\\ x,y\ge 0}}\sin(x^2+y^2)dxdy.$$

（六）(15 分) 讨论函数 $f(x,y)=\begin{cases}x^{\frac{3}{2}}\sin\dfrac{y}{x}, & x\neq 0\\ 0, & x=0\end{cases}$ 的可微性.

（七）(15 分) 讨论积分 $f(x)=\int_0^{\infty} e^{-x(t+\frac{1}{t})}dt$ 的收敛域及 $f(x)$ 的连续性.

（八）(10 分) 半径为 r 的球的中心在单位球 $x^2+y^2+z^2=1$ 的表面上，问 r 取何值时该球位于单位球内部分的表面积最大？

（九）(15 分) 设 $a>0$，求 $y^2=\dfrac{x^3}{2a-x}$ 与 $x=2a$ 所围成的面积.

（十）(10 分) 讨论 $f(x)=x\sin x$ 在 $[1,\ \infty)$ 上是否一致连续，并说明理由.

（十一）(10 分) 设 $f(x)=\int_x^{x^2}(1+\frac{1}{2t})^t[e^{\frac{1}{\sqrt{t}}}-1]dt,(x>0)$. 求 $\lim_{n\to\infty}f(n)\sin\frac{1}{n}$.