

文章编号: 1000-4750(2015)10-0082-07

多围压下三轴压缩试验与 不可破裂颗粒离散元法分析

井国庆¹, 王子杰¹, 施晓毅²

(1. 北京交通大学土木建筑工程学院, 北京 100044; 2. 苏州市轨道交通集团有限公司, 苏州, 江苏 215000)

摘 要: 采用大型三轴试验仪器对道砟散体材料进行试验, 重点研究不同围压条件下三轴试验力学特性与影响规律。同时基于离散单元法(DEM), 采用非破裂不规则颗粒簇, 在伺服条件下建立道砟三轴试验散粒体模型, 对道砟颗粒在不同围压下进行相关数值三轴模拟, 探讨偏应力、体应变、围压、体积应变与轴应变之间的关系, 反映道砟基本力学特性。研究结果表明: 采用离散单元方法进行数值模拟与室内三轴试验得到的一系列应力-应变规律基本一致, 验证了离散单元法在道砟研究中的可行性与可靠性。同时, 围压对道砟散体变形、最大偏应力、偏应力比值具有影响, 其中随着围压提高道砟变形降低, 因此在有砟道床设计和养护维修中, 增大道床围压可降低道床沉降与变形。

关键词: 道砟; 三轴试验; 离散单元法; 围压; 变形

中图分类号: U213.722 文献标志码: A doi: 10.6052/j.issn.1000-4750.2014.03.0205

BALLAST TRIAXIAL TESTS AND NON-BREAKABLE PARTICLE DISCRETE ELEMENT METHOD ANALYSIS UNDER DIFFERENT CONFINING PRESSURES

JING Guo-qing¹, WANG Zi-jie¹, SHI Xiao-yi²

(1. Civil Engineering School Beijing, Jiaotong University, Beijing 100044, China; 2. Suzhou Metro Corporation, Suzhou, Jiangsu 215000, China)

Abstract: Large-scale triaxial tests were employed to investigate mechanical properties of railway ballast under different confining pressures. Meanwhile, the discrete element method (DEM) was applied to investigate the micro-characteristics of the ballast triaxial tests, in which the ballast particles were considered irregular non-breakable particles. The servo system was incorporated in the triaxial tests DEM simulation, and the relationships between the deviator stress, volume strain, confining pressure and the axial strain were analyzed. The DEM simulation results agreed well with the triaxial tests which validated the feasibility and reliability of DEM. Meanwhile, both the test and simulation results showed a strong influence of the confining pressure on the deformation and the maximum value and ratio of deviator stress. The increase in the confining pressure leads to a decrease in ballast deformation. This information can be used in ballasted track design and maintenance.

Key words: ballast; triaxial test; discrete element method; confining pressure; deformation

道砟在有砟轨道中扮演重要作用, 它直接承载上部轨道行车荷载, 并将荷载分散均匀的传递给下部路基结构。此外, 道砟颗粒之间空隙结构使得道

床具有很好的排水性能^[1]。另一方面, 有砟道床的离散性结构特征方便了后期养护维修工作进行, 有利于缩减成本。然而, 在列车循环荷载作用下以及

收稿日期: 2014-03-18; 修改日期: 2014-05-12

基金项目: 国家自然科学基金项目(U1234201)

通讯作者: 井国庆(1979—), 男, 河北廊坊人, 讲师, 博士, 主要从事轨道工程研究(E-mail: gqing@bjtu.edu.cn).

作者简介: 王子杰(1990—), 男, 山东淄博人, 博士生, 主要从事轨道工程研究(E-mail: wangzjie7@gmail.com);

施晓毅(1982—), 男, 江苏苏州人, 高工, 博士, 主要从事地下工程研究(E-mail: 30810896@qq.com).

后期维护过程中,道砟道床变形与劣化使其丧失良好性能,危害铁路运营安全和降低舒适性。近几年,越来越多的科研工作者通过各种试验对道砟道床整体进行研究,以期获得道砟道床力学性能及变化规律。但是由于试验高成本、不可逆性以及结果偏宏观,因此导致针对道砟散体的变形与劣化机理研究还不成熟,需要从理论和试验结合进一步丰富和完善。

道砟散体三轴试验是当今一些比较发达的国家(如美国、英国、加拿大、日本等)用来进行道砟力学基本性能研究的重要方法和主要途径。利用三轴试验,可以研究道砟级配、密实度、颗粒形状、道砟硬度、韧度、围压和轴向应力差等参数对道砟散体轴向残余变形、体积变形,道床的弹性模量和泊松比等参数及其影响规律,为道砟道床设计和养护维修有关参数的选择提供重要依据。通过三轴试验还可克服现场试验中许多不确定因素,缩短研究周期和节省试验经费,同时结合数值工具,从微观角度上研究道砟颗粒三轴试验与基本力学特性。

三轴试验能够系统全面的反映道砟等粒状物质的力学性能,国内外研究人员进行了大量的相关研究。由于研究内容的侧重不同,选取的三轴试验的尺寸和加载方式都不尽相同^[2-5]。Indraratna 等^[6]在低围压条件下进行了道砟三轴试验的研究,从试样剪切强度、应力应变、摩擦角以及颗粒裂化等方面研究道砟物理力学特性,其后,研究内容不断深入,进而阐述了循环荷载下围压对道砟裂化和变形的影响^[7],这一系列研究较为系统全面的分析了道砟基本力学特性。Lu 和 McDowell^[8]则将 6 个球组合成 1 个 clump 单元,模拟一个不可破裂的道砟,并以这种单元为基础模拟道砟三轴试验,研究其应力应变特性。同时将实验结果与 Indraratna 的实验结果进行对比研究,但是其研究基于的道砟数值单元过于单一简练,不能较好的反映颗粒之间的真实接触。在 McDowell 的基础上, Lu^[9]在其博士论文中做了一定创新,考虑了颗粒形状、摩擦系数以及磨损等因素对实验的影响做了初步研究。Aursudkij 和 Bhanitiz^[10]通过简单的道砟三轴实验,观察了 4 种不同试样在不同围压下的受力变形情况,在数据采集时甚至用到了图像分析和超声波传感器的记录方法。Suiker 和 Selig^[11]通过道砟动三轴实验证明,施加循环荷载使道砟抗剪强度与刚度显著提高。以往的研究多注重于实验分析,成本较高,不具备可重复性,而在数值研究方面,道砟三轴试验

在模拟工况的多样性以及实验结果的准确性上都有不足。

有砟道床中围压为道床侧向约束,主要是有砟道床砟肩堆高重力和道床本身内摩擦角所构成横向约束,对道床稳定性和变形有重要影响,一般认为在 30 kPa 以内^[1]。本文根据国内道砟标准及工程特点,宏观层面上,通过大型三轴试验研究道砟散体在 3 种不同围压下,探索径向变形与体积变形规律。微观层面上,应用离散单元法(DEM),运用复杂不规则形状的颗粒簇单元模拟道砟,进行同等试样条件下的数值仿真模拟,从微观层面研究道砟三轴试验微观力学特性,获取道砟散体变形机理以及影响规律。

1 方法与模型

1.1 三轴试验

一般散体材料三轴试验所用样本直径大都在 10 mm~30 mm 范围内,然而仅仅一颗道砟直径就可能大于 50 mm。因此以往在研究道砟的力学行为时,研究人员往往选择缩尺模型或者使用大型三轴仪进行三轴试验。Kaya^[12]曾经使用真实尺寸 1/6 的颗粒散体进行三轴试验研究。然而,大型三轴仪使用全尺寸道砟样本进行试验,能够更真实地体现道砟内部应力、应变以及变形的特点,消除尺寸效应,使得试验结果更具有信服力。因此,本文使用应力控制式大型三轴仪进行道砟试验。试验仪器如图 1 所示,是由高频试验台、围压系统、体积应变检测系统和计算机控制系统等部分组成。通过电脑控制,在恒定的围压下,三轴仪可以对试样施加轴向荷载。与此同时,利用精确测量系统,三轴试验中应力产生的任何微小轴向应变或体积应变都可以被仪器检测并记录,以便更深入细致研究道砟散体力学特性^[13]。

本文所采用大型三轴试验采用直径为 300 mm,高度为 450 mm 箱体。试验采用的道砟为石灰岩,材质符合欧盟铁路标准 EN13450,道砟颗粒粒径范围是 20 mm~50 mm。道砟颗粒 D/d_{\max} 的比值为 6,其中 D 为箱体直径, d_{\max} 为选用道砟颗粒最大直径。考虑这一比值,是为了确保圆柱形试样直径足够大以消除边界效应^[13]。本文所用样本的这一比值符合 Skoglund^[14]和 Fair^[15]的研究结论,前者认为 5~7 是一个合理的范围,而后者认为针对不同的研究,比值在 4.7~10 范围内都可接受。

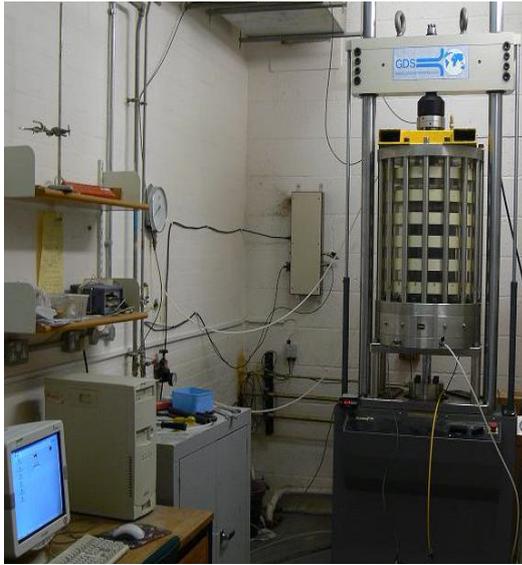


图 1 应力控制式道砟大型三轴仪

Fig.1 Stress-controlled large scale ballast triaxial apparatus

试验选取三轴围压值分别为 10 kPa、30 kPa 和 60 kPa 三种情况，然后对试样施加轴向荷载后，考虑安全因素，当轴向应变增加至 12% 时停止加载^[13]。道砟散体颗粒样本筛分完成后被放入三轴仪的内室中，并施加所需围压和大约 1 kN 的初始应力，然后逐渐增大轴向荷载，以 1 mm/min 速率使道砟散体试样发生应变，并实时采集试样应力-应变数据，进行相关分析。

1.2 离散元法模型

为了更真实模拟道砟散体颗粒力学特性与真实工作状态，从微观层面上，力求得出更真实有效的力学特性与影响规律，数值模拟选择离散单元法进行相关分析。离散单元法是将颗粒体分离成离散单元的集合，利用牛顿第二定律建立每个单元的运动方程，用动态松弛法迭代求解，从而求得颗粒体的整体运动状态，求解过程如图 2 所示。考虑块体结构基本力学特性，描述块体非连续力学行为，块体之间可发生滑动、张开、甚至完全脱离，并在计算过程中能自动识别新接触，块体间作用力通过块体接触传递，块体之间不需要满足变形协调条件，

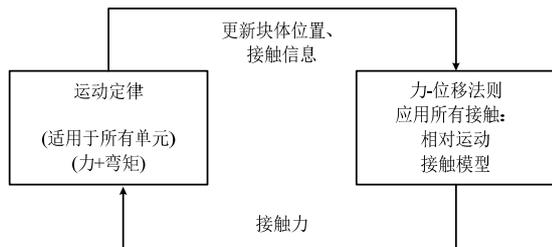


图 2 离散元原理示意图

Fig.2 Principle view of DEM

适合于求解弹塑性、大变形问题，适合铁路道砟道床受力变形^[16-17]。

依托离散单元法数值平台颗粒流(PFC3D)进行道砟三轴数值模拟，研究道砟三轴试验力学机理。在离散单元法道砟相关数值研究中，道砟颗粒单元形状模拟是数值模拟有效性和有用性前提和基础，对数值模拟具有重要意义^[18]。为真实描述实际铁路道砟颗粒形状与大小，本文采取不规则颗粒簇 clump 模拟道砟颗粒，道砟为不规则多面颗粒体，借以更加真实反映道砟道床中道砟颗粒之间边-角、角-角接触，以及相互咬合力等。文中颗粒簇由多个圆球叠加组合而成。图 3 列举模型中多个道砟颗粒形状^[19]。

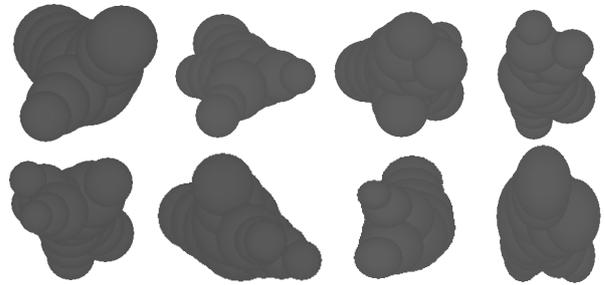


图 3 道砟颗粒簇形状

Fig.3 Clump particles of ballast

为了进行试验和数值计算结果对比与验证，本文三轴试验与数值模拟所用道砟采用同一标准(欧盟铁路标准 EN13450)，粒径范围为 20 mm~50 mm。如图 4 所示为试验所用道砟样本级配曲线。由图中可以看出，三轴试验与数值模拟所用样本粒径分布具有较高一致性，略有区别，但都在道砟标准范围之内。本文道砟散体颗粒基于不可破裂单元体，与该试验中道砟颗粒情况相符，试验前后道砟级配曲线并没有发生改变。

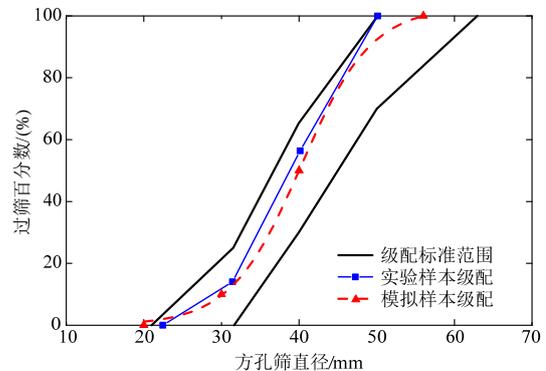


图 4 试验与数值样本颗粒级配差异

Fig.4 Difference between experimental and numerical samples

通过颗粒流程序中墙体概念来构建和模拟三轴仪的承膜筒及其受力环境,采用圆筒墙(cylindrical wall)生成筒壁来模拟围压系统,应用平面压盘生成上、下试样帽(top and bottom wall)来模拟轴向持载和加载功能。由于试样围压是通过水来施加,而试样侧向是通过橡胶膜来约束,为柔性边界。因此在数值模拟中为考虑以上物理因素,在颗粒流程序中墙通常是在其接触处允许发生一定“重叠”刚体,故而通常赋予筒壁墙刚度为试样颗粒刚度 1/10 来模拟柔性边界。通过伺服机制控制加载系统使数值试样达到指定围压,并保持加载过程的围压不变,加载直到当轴向应变增加至 12%时停止加载。最终生成离散单元法道砟三轴数值模拟模型如下图 5 所示。

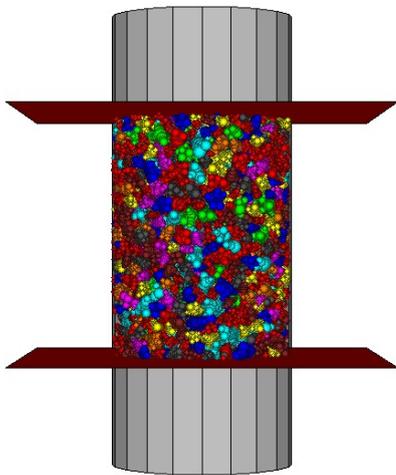


图 5 数值试样模型

Fig.5 Model of numerical sample

1.3 微观参数与加载

对于离散元模型,接触间选择合适的本构关系是首要考虑因素。综合国内外学者的研究成果来看,线性接触模型能够较好的模拟碎石材料。本文研究对象是道砟散体材料,因此采用线性接触本构。数值模拟采用的微观参数有:颗粒的法向接触刚度 k_n , 切向接触刚度 k_s , 摩擦系数 μ , 墙的法向接触刚度 k_{wn} , 切向接触刚度 k_{ws} 等。

想要选择一组描述真实材料宏观力学特性对应的微观参数是非常复杂而且困难的。这是因为离散单元法中的单元与真实材料之间存在很多难以控制的因素,而且这些因素之间的非线性非常显著。例如与道砟料强度相关的微观参数就有颗粒之间的法向、切向的接触刚度,法向、切向的粘结强度、摩擦系数等。如果同时变化多个微观参数来得到道砟材料宏观强度的变化规律是很难控制,而且

是不太可能的。

在连续介质模型中,模型的特性和材料属性是事先通过试验确定了的,比如计算土石坝应力与变形时常采用的邓肯-张 E-B(E- μ)模型,其参数的选取可通过常规室内三轴试验得到。但离散元模型的物理力学参数一般是不能直接与颗粒的微观参数联系,这与连续类本构模型有本质的差别^[19]。另外,即使采用相同的微观参数,相同的级配,但颗粒尺寸和空间组装方式不同,试样表现出的宏观力学特性也是不同的,这就决定了微观参数与期望模型的宏观力学行为之间的关系是复杂而且多变的^[19-21]。

本文参数选择参考 McDowell^[22]和 Lim 等^[23]相关研究^[24-25],前者道砟颗粒切向与法向刚度为 4.97×10^8 N/m,摩擦系数 0.55,颗粒密度在 2500 kg/m^3 左右;后者道砟切向刚度与法向刚度计算取值范围从 4.97×10^8 N/m~ 1×10^9 N/m,摩擦系数与道砟颗粒密度与前者相同,墙体切向与法向刚度均为 1×10^9 N/m,具体参数选择见表 1。

表 1 离散单元法计算参数

Table 1 Calculation parameters of DEM

	法向刚度	切向刚度	颗粒密度	摩擦系数
道砟	5×10^8 N/m	5×10^8 N/m	2500 kg/m^3	0.55
墙	1×10^9 N/m	1×10^9 N/m		

当三轴离散数值模型生成后,选择上述微观参数,使模型达到平衡(平均不平衡力与平均接触力比值小于 0.01)。

2 结果分析

采用不同的围压值(10 kPa、30 kPa 和 60 kPa),分别对道砟样本进行三轴试验与数值模拟,采集所需要的试验数据^[13]。整理后得到偏应力($q = \sigma_1 - \sigma_3$)与体应变之间的关系,如下图 6 所示。

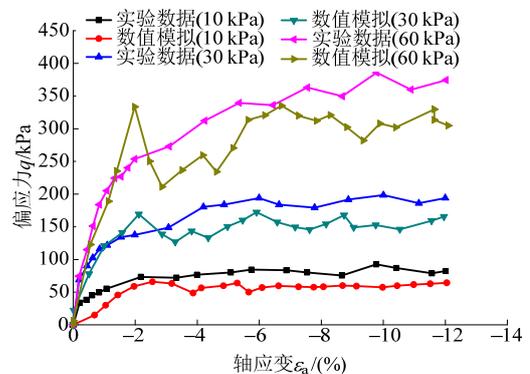


图 6 偏应力与轴应变关系图

Fig.6 Relation of deviatoric stress and axial strain

从图 6 可以看出, 道砟散体三轴试验中, 随着围压增长, 偏应力也随之不断变大。另外, 随着应变发展, 偏应力逐步增长并到达一个相对稳定最大值。这个最大的峰值也可以视为使道砟样本发生破坏的偏应力。同时, 数值模拟得到的偏应力峰值略小于室内三轴试验的结果。

试验得到的不同围压下的最大偏应力(q_{peak})如图 7 所示。由图可知, 较高的围压对应的最大偏应力也相应提高, 并且两者之间具有明显线性关系。数值模拟与三轴试验得到的规律基本一致。

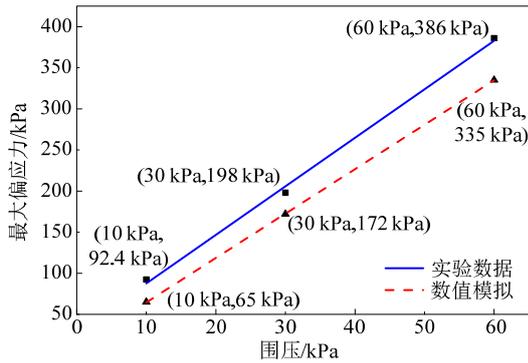


图 7 最大偏应力与围压关系图

Fig.7 Relation of maximum deviator stress and confining pressure

在三轴试验与数值模拟过程中, 道砟样本的体积应变也被同时记录下来, 处理后得到与轴应变关系如图 8 所示。分析可知, 体积应变在开始时会有小幅增长(压缩阶段体应变 $\epsilon_v > 0$), 然后会随着轴向变形增加而不断膨胀($\epsilon_v < 0$)。同时比较试验和数值计算结果可知, 达到相同轴应变时, 数值模拟产生的体应变会更小一些。另一方面, 围压较低时, 道砟一开始会出现较为明显的剪胀现象, 随着围压的

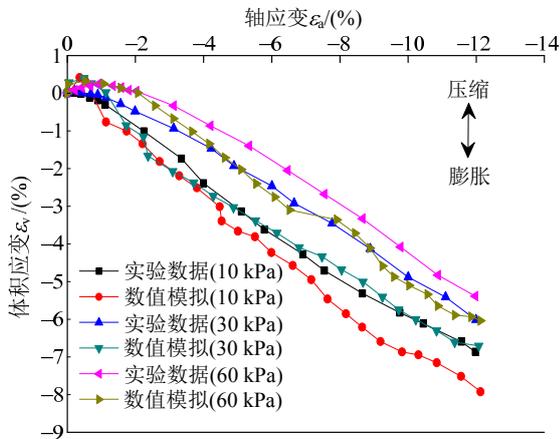


图 8 体积应变与轴应变关系图

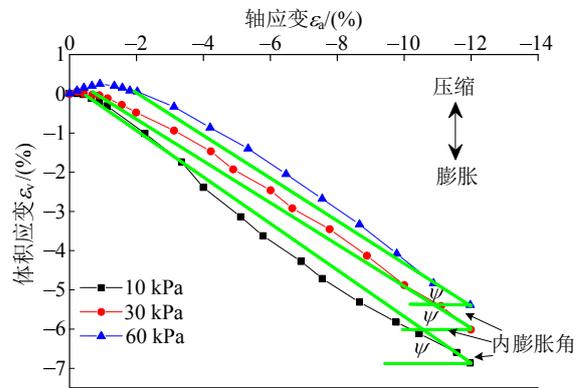
Fig.8 Relation of volumetric strain and axial strain

增大剪胀逐渐向剪缩过渡。

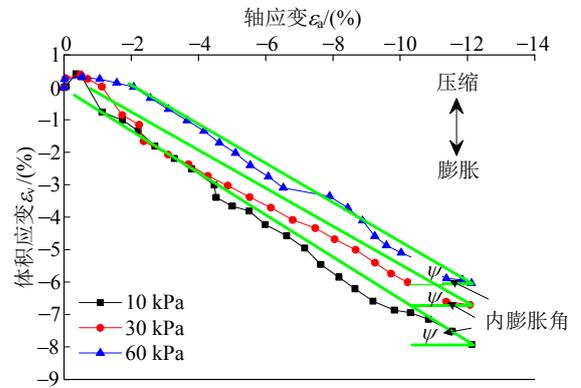
从试验数据中我们可以推算出道砟内膨胀角。内膨胀角与道砟样本的轴应变与体应变关系曲线有关, 表现为曲线坡度角, 如图 9 所示。内膨胀角的计算公式如下, 其中 ϵ_v 为体应变, ϵ_a 为轴应变。

$$\psi = \frac{d\epsilon_v}{d\epsilon_a} \tag{1}$$

可以看出, 较低围压试验样本对应较高内膨胀角, 但是差别相对微小。室内试验结果得到的内膨胀角 $\psi=0.58$ 弧度(33°)而数值模拟结果计算得出的内膨胀角略高为 $\psi=0.62$ 弧度(35.5°)。以上两种方法得到的结果具有高度一致性和相似性。



(a) 试验结果



(b) 数值模拟结果

图 9 内膨胀角计算曲线

Fig.9 Calculation curve of angle of dilation

图 10 反映的是, 试验中偏应力比值($\eta=q/p$)随轴应变(ϵ_a)增长而变化的关系。由图可知, 偏应力比值在试验初期会出现显著增长, 然后到达一个相对稳定的值。同时, 围压越低, 稳定状态的应力比值越高。从数值模拟结果可以看出, 初始阶段偏应力比值增长速度没有室内试验快, 相同围压下稳定后偏应力比值略低于室内试验结果。

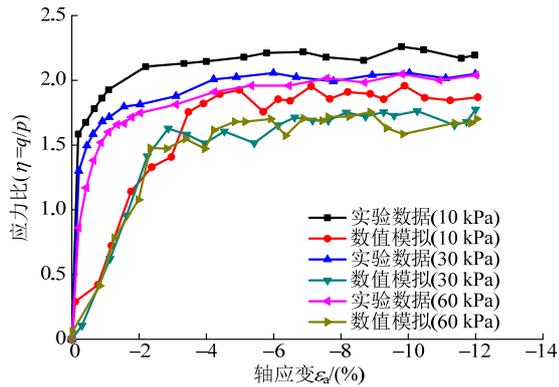


图 10 应力比与轴应变关系图

Fig.10 Relation of Stress ratio and axial strain

3 结论与展望

本文通过道砟大型三轴试验与离散单元法数值模拟,探索道砟散体在三轴压缩条件下应力-应变特性,把握道砟散体微观力学特性,研究围压参数对道砟散体轴向残余变形、体积变形、弹性模量等影响,为道砟道床有关参数选择提供重要数据。与传统的三轴试验不同,本次三轴试验在记录样本应力变化的同时还记录了体积应变与轴应变数据。试验结果表明在 3 种不同的围压(10 kPa、30 kPa 和 60 kPa)下,采用颗粒流方法进行的数值模拟与室内三轴试验得到的一系列应力-应变规律大致相同,试验结果基本一致。本文主要结论如下:

- (1) 基于不规则颗粒簇离散单元法三维模型,三轴数值模拟与试验结果具有一致性和有效性。
- (2) 不同围压对道砟散体变形与受力具有一定影响,随着围压提高,在其他同等情况下道砟变形减小。
- (3) 最大偏应力受围压大小影响,且围压越大稳定后最大偏应力越大。同时,偏应力最大值(样本强度)与围压具有明显线性关系
- (4) 道砟散体内膨胀角随围压增长而变小,但变化不明显。试验测得的角度为 33° ,与数值模拟结果(35.5°)相比略小。
- (5) 偏应力比值与围压关系密切,比值随围压增大而减小。

本数值模拟从微观机理的角度进行研究,与试验研究优势正好互补。但道砟颗粒基于不可破碎不规则球体簇,为了反映道砟三轴试验中发生的破碎,宜依据相应颗粒破坏的判别标准,建立应用于三维颗粒流程序的硬脆性粒状材料的颗粒破碎数值模型,对道砟料颗粒破碎进行数值三轴模拟。此

外对诸如颗粒形状、粒径级配、孔隙率对道砟颗粒强度和变形的影响研究需要进一步得到关注。

参考文献:

- [1] Selig E T, Waters J M. Track geotechnology and substructure management [M]. London: Thomas Telford, 1994: 54—55.
- [2] Brown S F. Repeated load testing of a granular material [J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts, 1974, 11(11): 825—841.
- [3] Brown S F, Hyde A F L. Significance of cyclic confining stress in repeated-load triaxial testing of granular material [J]. Transportation Research Record, 1975, 537: 49—58.
- [4] Shenton M J. Deformation of railway ballast under repeated loading conditions [C]// Kerr A D. Railroad Track Mechanics and Technology, USA: Pergamon Press, 1975: 387—404.
- [5] Raymond G P, Bathurst R J. Repeated-load response of aggregates in relation to track quality index [J]. Canadian Geotechnical Journal, 1994, 31(4): 547—554.
- [6] Indraratna B, Ionescu D, Christie H D. Shear behavior of railway ballast based on large-scale triaxial tests [J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 1998, 124(5): 439—449.
- [7] Indraratna B, Lackenby J, Christie D. Effect of confining pressure on the degradation of ballast under cyclic loading [J]. Geotechnique, 2005, 55(4): 325—328.
- [8] Lu M, McDowell, G R. Discrete element modelling of railway ballast under monotonic and cyclic triaxial loading [J]. Geotechnique, 2010, 60(6): 459—467.
- [9] Lu Mingfei. Discrete element modelling of railway ballast [D]. UK: University of Nottingham, 2008.
- [10] Aursudkij, Bhanitiz. A laboratory study of railway ballast behaviour under traffic loading and tamping maintenance [D]. UK: University of Nottingham, 2007.
- [11] Suiker A S J, Selig E T. Static and cyclic triaxial testing of ballast and subballast [J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2005, 131(6): 771—782.
- [12] Kaya M. A study on the stress-strain behavior of railroad ballast materials by use of parallel gradation technique [D]. Turkey: The Middle East Technical University, 2004.
- [13] Shi X Y. Prediction of permanent deformation in railway track [D]. UK: University of Nottingham, 2009.
- [14] Skoglund K A. A study of some factors in mechanics railway track design [D]. Norway: Norwegian University of Science and Technology, 2002.
- [15] Fair P. The geotechnical behavior of ballast materials for railway track maintenance [D]. UK: University of Sheffield, 2003.
- [16] Cundall P A, Strack O D L. A discrete numerical model

- for granular assemblies [J]. *Geotechnique*, 1979, 29(1): 47–65.
- [17] Harireche O, McDowell G R. Discrete element modeling of cyclic loading of crushable aggregates [J]. *Granular Matter*, 2003, 5(3): 147–151.
- [18] Lu M, McDowell G R. The importance of modelling ballast particle shape in the discrete element method [J]. *Granular Matter*, 2007, 9(1/2): 69–80.
- [19] 井国庆. 铁路有砟道床[M]. 中国: 中国铁道出版社, 2012.
Jing Guoqing. Railway ballasted track bed [M]. China: China Railway Publishing House, 2012. (in Chinese)
- [20] 高亮, 刘秀波. 流变力学理论在铁路轨道结构力学研究中的应用[J]. *工程力学*, 2001, 18(6): 117–123.
Gao Liang, Liu Xiubo. Application of the rheologic mechanics theory to track structures of railway [J]. *Engineering Mechanics*, 2001, 18(6): 117–123. (in Chinese)
- [21] 刘玉涛, 李成辉, 王豪, 史青翠. I型双块式无砟轨道传力杆受力研究[J]. *工程力学*, 2012, 29(12): 182–185.
Liu Yutao, Li Chenghui, Wang Hao, Shi Qingcui. Stress analysis of the dowel steel in CRTS I double-block ballastless track [J]. *Engineering Mechanics*, 2012, 29(12): 182–185. (in Chinese)
- [22] Lu M, McDowell G R. Discrete element modelling of ballast abrasion [J]. *Geotechnique*, 2006, 56(9): 651–655.
- [23] Lim W L, McDowell G R. Discrete element modelling of railway ballast [J]. *Granular Matter*, 2005, 7(1): 19–29.
- [24] Indraratna B, Ngo N T, Rujikiatkamjorn C. Deformation of coal fouled ballast stabilized with geogrid under cyclic load [J]. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 2012, 139(8): 1275–1289.
- [25] Indraratna B, Nimbalkar S S, Rujikiatkamjorn C. Enhancement of rail track performance through utilisation of geosynthetic inclusions [J]. *Geotechnical Engineering Journal*, 2014, 45(1): 17–27.

(上接第 74 页)

- [9] Xiao H, Huang W, Tao J, et al. Numerical modeling of wave-current forces acting on horizontal cylinder of marine structures by VOF method [J]. *Ocean Engineering*, 2013, 67: 58–67.
- [10] Zhang J S, Zhang Y, Jeng D S, et al. Numerical simulation of wave-current interaction using a RANS solver [J]. *Ocean Engineering*, 2014, 75: 157–164.
- [11] 张婷. 波浪的三维数值模拟及其应用[D]. 天津: 天津大学, 2009.
Zhang Ting. Three-dimensional numerical simulation of waves and its application [D]. Tianjin: Tianjin University, 2009. (in Chinese)
- [12] Lin P, Liu P L F. Internal wave-maker for Navier-Stokes equations models [J]. *Journal of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering*, 1999, 125(4): 207–215.
- [13] Skjelbreia L, Hendrickson J. Fifth order gravity wave theory [J]. *Coastal Engineering Proceedings*, 1960, 1(7): 184–196.
- [14] 赵雁飞. 海上风电支撑结构波浪力及基础冲刷的三维数值模拟研究[D]. 天津: 天津大学, 2010.
Zhao Yanfei. Three-dimensional numerical simulation of wave force on the offshore wind turbine structure and scour around foundation [D]. Tianjin: Tianjin University, 2010. (in Chinese)
- [15] Thomas G P. Wave-current interactions: an experimental and numerical study. Part 1. Linear waves [J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1981, 110: 457–474.
- [16] Kemp P H, Simons R R. The interaction between waves and a turbulent current: Waves propagating with the current [J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1982, 116: 227–250.
- [17] 聂锋, 潘军宁, 王晓敏, 等. 大尺度柱状结构物波流荷载研究[J]. *水利水运工程学报*, 2013(3): 65–70.
Nie Feng, Pan Junning, Wang Xiaomin, et al. A study of wave-current force acting on large scale cylinder structures [J]. *Hydro-Science and Engineering*, 2013(3): 65–70. (in Chinese)