

文章编号: 1000-4750(2015)09-0100-11

连续桥面简支梁桥静动力特性的理论分析方法研究

丁 勇^{1,2}, 黄 奇¹, 黄剑源¹

(1. 宁波大学土木工程系, 浙江, 宁波 315211; 2. 上海建科院, 上海市工程结构新技术重点实验室, 上海 200032)

摘 要: 简支梁桥多跨连续布置带来大量伸缩缝, 对行车舒适性和结构维护造成不利影响, 因此用连续桥面板代替伸缩缝正成为改进该类桥梁性能的一种处理方式。但是对这种部分连续的桥梁结构, 其力学分析理论尚不完善, 阻碍了相关的工程应用和优化。因此, 针对连续桥面简支梁桥, 提出了一种带边界转动弹簧的简支梁模型, 弹簧刚度通过对连续桥面和相邻简支梁的拉压、弯曲和剪切分析得到。基于该模型, 可以用类似于传统简支梁的分析方法, 对这种非传统的桥梁结构进行静力和动力特性分析, 获得该类桥梁静力变形、内力、自振频率与模态的计算公式。实例计算表明, 由理论公式得到的边界转动弹簧刚度与三维有限元分析结果吻合; 采用考虑边界转动弹簧的模型后, 桥梁静力挠度、应变、自振频率的计算值接近实桥测试值, 优于普通简支梁计算结果, 因此可以用于连续桥面简支梁桥的力学分析。

关键词: 多跨简支梁桥; 连续桥面; 边界转动弹簧; 静力分析; 模态分析

中图分类号: U441 **文献标志码:** A **doi:** 10.6052/j.issn.1000-4750.2014.01.0096

THEORETICAL ANALYSIS FOR STATIC AND DYNAMIC CHARACTERISTICS OF MULTI-SIMPLE-SPAN BRIDGE WITH CONTINUOUS DECK

DING Yong^{1,2}, HUANG Qi¹, HUANG Jian-yuan¹

(1. Department of Civil Engineering, Ningbo University, Ningbo 315211, China;

2. Shanghai Key Laboratory of New Technology Research on Engineering Structure, SRIBS, Shanghai 200032, China)

Abstract: Because a multi-simple-span bridge introduces many expansion joints that negatively affect the riding comfort and structural maintenance, a continuous deck is becoming an alternative to the expansion joints to improve the performance of this kind of bridge. However, the method for the mechanical analysis of this partially continuous bridge structure is deficient, and the application and optimization are impeded. In this paper, a model for a simple-supported beam with boundary rotational springs is presented to analyze the mechanical properties of a multi-simple-span bridge with a continuous deck, in which the spring stiffness is obtained from the tensional, bending and shearing analyses of link slabs and adjacent bridge girders. Based on this model, the static and dynamic performances of a unconventional bridge structure are analyzed using the method similar to that applied on a conventional simple-supported girder bridge, and the equations of static displacement, internal force, natural frequency and vibration mode are obtained. The numerical analysis of a practical bridge suggests that the stiffness of a rotational spring from a theoretical equation agrees well with that from 3D finite element analysis. The static deflection, strain and natural frequency from the model considering the boundary rotational spring are closed to the test results of a bridge, and better than those obtained from the model of a simple-supported beam. Thusly, the

收稿日期: 2014-01-26; 修改日期: 2014-09-24

基金项目: 国家自然科学基金项目(51208269); 浙江省自然科学基金项目(Y1110548); 上海市工程结构新技术重点实验室开放课题项目(2013-KF06); 桥梁工程结构动力学国家重点实验室开放基金项目(201402)

通讯作者: 丁 勇(1975—), 男, 浙江人, 副教授, 博士, 主要从事桥梁工程、计算结构力学研究(E-mail: dingyong@nbu.edu.cn).

作者简介: 黄 奇(1984—), 男, 浙江人, 硕士生, 主要从事桥梁结构工程研究;

黄剑源(1928—), 男, 上海人, 教授, 学士, 主要从事桥梁工程研究.

new method can be applied in the mechanical analysis of a multi-simple-span bridge with a continuous deck.

Key words: multi-simple-span bridges; continuous deck; boundary rotational spring; static analysis; mode analysis

多跨连续布置的简支梁桥(图 1)由于结构简单、施工方便、造价低,被广泛用于中、小跨径桥梁中。但是该类桥梁伸缩缝数量较多,带来了橡胶老化、渗水和梁体腐蚀、伸缩缝跳车造成的冲击损坏与噪声污染^[1-4]、伸缩缝维护导致的交通延误^[5]等许多问题。为了减少这些不利影响,无伸缩缝桥梁已成为近年来的研究热点,优越的使用性能使其在很多国家得到推广。常用的无伸缩缝桥型包括:1) 先简支后连续桥,成桥后为连续梁结构^[6];2) 整体式桥台无伸缩缝桥,梁体和桥台刚接,从而消除两者之间的伸缩缝^[7-8];3) 连续桥面简支梁桥(图 2),简支的梁体之间用连续桥面板连接^[9-10]。

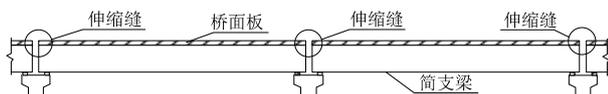


图 1 连续多跨布置的简支梁桥

Fig.1 Multi-simple-span bridge

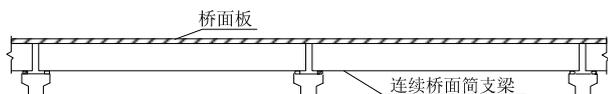


图 2 连续桥面简支梁桥

Fig.2 Multi-simple-span bridge with continuous deck

相比前两类桥,连续桥面简支梁桥只在桥面板部分连续,梁体仍然是分离的,不仅可用于新建桥梁,而且也适用于旧桥的无缝化改造,具有造价低、建造速度快的特点。但是因为其在结构上局部连续,力学特性既不同于连续梁,也不同于简支梁,所以对梁体和桥面板的分析与设计提出了新的考验。为此,国内外学者对连续桥面简支梁桥的进行了建设实践和理论分析。马广德^[11]考虑连续板对于简支梁的影响,对连续桥面简支梁桥进行了力学分析;Caner 等^[9]结合美国连续桥面简支梁桥的建造实例,提出了用简支梁理论来设计主梁,简支梁的端部转角作为桥面连续段的边界条件的设计方法。Wing 等^[12]用该方法分析了北卡罗来纳州第一座连续桥面简支梁桥,检测结果表明桥面连续段工作良好。Au 等^[13]用实验方法评估了连续桥面简支梁桥的长期性能,并对 Caner 等^[9]提出的桥面连续段内力计算公式进行了修正。Okeil 等^[14]用拉压杆来反映连续段对主梁的影响,并由此提出 2 跨桥面连续

简支梁分析的三弯矩方程法,使工程师能够用常规的概念和方法来分析这种非常规的结构体系。Charuchaimontri^[15]、潘志炎等^[16]用三维有限元分析了桥面连续段的构造与配筋对力学响应的影响。Ulku^[17]、何畅等^[18]用三维有限元模拟计算了桥面连续段的开裂弯矩、轴向力、最大弯矩,探讨了提高桥面板耐久性的途径。Kim^[19]、Aziz^[20]、Zhang^[21]等针对桥面连续段易开裂的特点,分别提出用水泥基、纤维增强复合材料建造桥面连续段,实验证明这些材料在抗裂、耐腐蚀和疲劳性能上的优越性。Caner^[22]、Sevgili 等^[23]还分析了该类桥梁的抗震能力,由于连续桥面的约束作用,其抗震性能优于简支梁桥。ElSafy 等^[24]研究了连续桥面对于全桥性能和服役寿命的影响,其方法为 okeil^[14]提出的三弯矩方程方法;Kendall 等^[25]评估了连续桥面简支梁桥的生命周期性能和费用,实例分析表明,虽然连续桥面的建设费用比伸缩缝高,但是维护费用低,总费用节省 29%,环境影响和用户体验更好。

在以上研究中,连续桥面简支梁桥的力学模型一直是分析其各项性能的基础。虽然三维有限元方法准确可靠,但并不适合被工程师用来做实际的桥梁设计,也不易反映结构的力学特征。因此,常用的分析方法主要有:1) 用简支梁理论来分析主梁,简支梁的端部转角作为桥面连续段分析时的边界条件^[9];2) 考虑连续桥面板与简支梁的相互影响,引入两者连接处的变形协调条件,分别分析简支梁和桥面连续段的响应^[11];3) 用拉压杆来模拟桥面连续段的作用,考虑连续桥面简支梁各段之间的相互影响,将其视为 2 跨以上的整体,引入三弯矩方程等方法进行分析^[14]。但是这些方法都存在着不足,第一种方法忽略了连续桥面对简支梁端部的约束作用,结构偏柔性;第二种方法仅仅考虑了桥面连续段弯曲刚度对简支梁段的影响,忽略了桥面连续段的剪切刚度,以及相邻简支梁的影响;第三种方法则将 2 跨或更多跨作为整体进行分析,丧失了简支梁模型概念简单、便于应用的特点。此外,上述三种方法都未曾考虑该类桥梁的动力特性。因此,寻找一种概念清晰、便于工程应用的力学模型及其分析理论,对于连续桥面简支梁桥的发展具有

重要的理论和应用意义。

基于上述考虑, 本文针对连续桥面简支梁桥, 提出了一种带边界转动弹簧的简支梁模型, 连续桥面板和相邻跨的影响在边界转动弹簧的刚度中得以体现, 该刚度同时考虑了桥面连续段弯曲和剪切变形的影响。在此基础上, 分析该类桥梁在车辆等活荷载作用下的静力响应, 以及频率、模态等动力特性, 从而为连续桥面简支梁桥的力学分析与优化提供一种概念清晰的理论分析方法, 并探讨支座布置、桥面连续段长度等对结构力学特性的影响。

1 分析理论

1.1 带边界转动弹簧的简支梁模型

为了考虑连续桥面板对简支梁力学响应的影响, 建立带边界转动弹簧的简支梁模型, 如图 3 所示, 其中 L_2 为桥面连续段长度, 该段包含了桥面板粘脱段长度(deboned length)^[9]。连续桥面板和相邻简支梁的作用由边界转动弹簧代替, 其刚度系数分别为 K_1 和 K_2 ($N \cdot m/rad$), 该转动刚度来源于相邻结构提供的轴力、剪力和弯矩, 以 K_1 为例:

$$K_1 = K_{11} + K_{12} \quad (1)$$

式中: K_{11} 为轴力引起的转动刚度; K_{12} 为弯曲和剪切引起的转动刚度, 以下分别计算这两部分刚度。

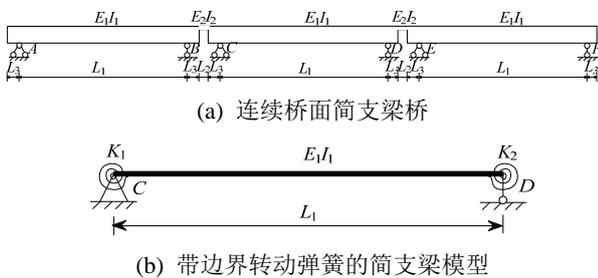
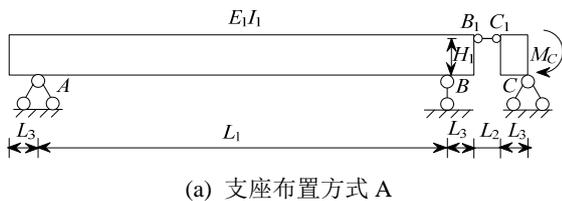


图 3 连续桥面简支梁桥力学模型

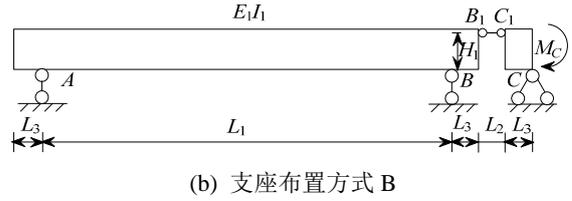
Fig.3 Mechanical model of the simple-supported girder bridge with continuous deck

1.2 轴力引起的转动刚度 K_{11}

为计算 C 支座左侧结构对 CD 梁段的约束刚度, 取 C 支座左侧部分为隔离体。若仅仅考虑连续桥面板轴向约束引起的转动刚度, 可将连续桥面板用拉杆 B_1C_1 代替, 如图 4 所示。



(a) 支座布置方式 A



(b) 支座布置方式 B

图 4 计算轴向约束引起转动刚度的模型

Fig.4 Model to calculate the spring stiffness by axial restraint

图 4 列举了两种典型的支座布置, 转动刚度与支座布置方式有关。在 C 支座所在截面作用弯矩 M_C , 求得 C 点转角 θ_C , 即可由下式计算结构的转动刚度:

$$K_{11} = M_C / \theta_C \quad (2)$$

当支座布置为图 4(a)所示方式 A 时, 根据弯矩 M_C 作用下 C 支座处的力偶平衡, 得到拉杆轴力:

$$f_{B_1C_1} = M_C / H_1 \quad (3)$$

式中, H_1 为梁底到桥面板中心的高度。 θ_C 与 A 、 B 点转角, 以及 BC 段的轴向变形有关:

$$\theta_C = \frac{\theta_A H_2 + \theta_B (H_1 - H_2) + \Delta AB_1 + \Delta B_1C_1 + \Delta C_1C}{H_1} \quad (4)$$

其中, H_2 为梁底到主梁形心高度, 其余参数计算如下:

$$\begin{aligned} \theta_A &= \frac{f_{B_1C_1} H_2 L_1}{3E_1 I_1} - \frac{f_{B_1C_1} (H_1 - H_2) L_1}{6E_1 I_1}, \\ \theta_B &= \frac{f_{B_1C_1} (H_1 - H_2) L_1}{3E_1 I_1} - \frac{f_{B_1C_1} H_2 L_1}{6E_1 I_1}, \\ \Delta AB_1 &= \frac{f_{B_1C_1} (L_1 + L_3)}{E_1 A_1}, \\ \Delta B_1C_1 &= \frac{f_{B_1C_1} L_2}{E_2 A_2}, \\ \Delta C_1C &= \frac{f_{B_1C_1} L_3}{E_1 A_1}. \end{aligned} \quad (5)$$

将式(3)代入式(4), 再代入式(2), 即可消去弯矩 M_C , 得到转动刚度 K_{11} 的表达式。

当支座布置为图 4(b)所示方式 B 时, 梁的轴向变形不受约束, 轴力引起的转动刚度(K_{11})可以忽略^[24], 这种情况相当于所有支座都是横向刚度小的板式橡胶支座, 或者顺桥向只有一个固定支座。

1.3 弯曲和剪切引起的转动刚度- K_{12}

图 5 为弯曲和剪切引起的转动刚度的计算模型, 由于桥面连续段高度比主梁高度小得多, BB_1 和 C_1C 段处于局部受力状态, 因此假设有效梁高在

BB_1 段和 CC_1 段是轴向坐标的 3 次函数, 有效抗弯惯性矩则为轴向坐标的 9 次函数:

$$I(x) = a(x+b)^9 \quad (6)$$

常数 a 、 b 由 C_1C 段端点的惯性矩 I_2 、 I_1 确定,

$$b = \frac{L_3 \sqrt[9]{r_2}}{1 - \sqrt[9]{r_2}}, \quad a = I_2 / b^9, \quad r_2 = I_2 / I_1 \quad (7)$$

同样的, 有效剪切面积假设为轴向坐标的 3 次函数, 以 C_1C 段为例:

$$A(x) = c(x+d)^3 \quad (8)$$

常数 c 、 d 由 C_1C 段端点的面积 A_2 、 A_1 确定,

$$d = \frac{L_3 \sqrt[3]{r_1}}{1 - \sqrt[3]{r_1}}, \quad c = A_2 / d^3, \quad r_1 = A_2 / A_1 \quad (9)$$

然后根据结构力学方法, 求得图 5(a)所示结构在边界力偶 M_C 作用下 C 点的转角 θ_C , 进而得到边界转动弹簧的刚度:

$$K_{12} = M_C / \theta_C \quad (10)$$

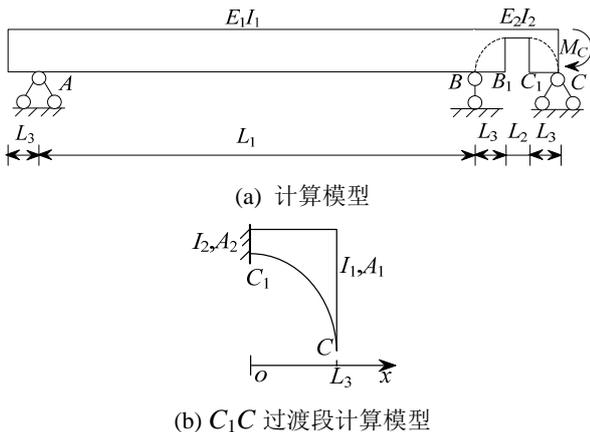


图 5 计算弯曲和剪切引起的转动刚度的模型

Fig.5 Model to calculate the stiffness by bending and shearing

图 5(a)为一次超静定结构, 其基本静定系如图 6 所示, 根据变形协调条件, $w_C = 0$, 求得 C 支座的多余约束反力 F_C , 然后求得 C 支座处梁的转角。

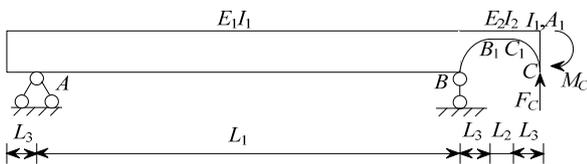


图 6 计算转动刚度的基本静定系

Fig.6 Basic determinate system for the rotational stiffness

对于 6 所示基本静定系, 当作用单位力偶 M_C 时, C 点挠度 (w_{CM}), 可由叠加原理计算, 所需的基本公式见本文附录 I 和参考文献[26]。

$$w_{CM} = \frac{L_1}{3E_1I_1}(2L_3 + L_2) + \frac{b_1^8(b_1 - 7L_2 - 6L_3) + (L_3 + b_1)^8(14L_3 - b_1 + 7L_2)}{56E_2a_1b_1^8(L_3 + b_1)^8} + \frac{L_2(L_2 + 2L_3)}{2E_2I_2} + \frac{b_2^8 + (L_3 + b_2)^7(7L_3 - b_2)}{56E_2a_2b_2^8(L_3 + b_2)^7} \quad (11)$$

其中: a_1 、 b_1 、 a_2 、 b_2 分别为按照式(7)求得的 BB_1 和 C_1C 过渡段计算参数。

当作用单位力 F_C 时, C 点挠度为:

$$w_{CF} = \frac{(2L_3 + L_2)^2 L_1}{3E_1I_1} + \frac{(L_3 + L_2)[b_1^8 + (L_3 + b_1)^7(7L_3 - b_1)]}{56Ea_1b_1^8(L_3 + b_1)^7} + \frac{1}{168Ea_1} \left[\frac{b_1^2 - 6b_1L_3 + 21L_3^2}{b_1^8} - \frac{1}{(L_3 + b_1)^6} \right] + \frac{(L_3 + L_2)^2[(L_3 + b_1)^8 - b_1^8]}{8Ea_1b_1^8(L_3 + b_1)^8} + \frac{(L_3 + L_2)}{56Ea_1} \left[\frac{1}{(L_3 + b_1)^7} - \frac{b_1 - 7L_3}{b_1^8} \right] + \frac{\alpha_s L_3(L_3 + 2d_1)}{2Gc_1d_1^2(L_3 + d_1)^2} + \frac{L_2^3 + 3L_2^2L_3 + 3L_3^2L_2}{3E_2I_2} + \frac{\alpha_s L_2}{G_2A_2} + \frac{1}{56Ea_2} \left[\frac{b_2 - 3L_3}{3b_2^7} - \frac{1}{3(L_3 + b_2)^6} - \frac{(b_2 - 7L_3)L_3}{b_2^8} \right] + \frac{\alpha_s L_3(L_3 + 2d_2)}{2Gc_2d_2^2(L_3 + d_2)^2} \quad (12)$$

其中: c_1 、 d_1 、 c_2 、 d_2 分别为按照式(9)求得的 BB_1 和 C_1C 过渡段计算参数。

由 $w_C = 0$ 得到 $F_C w_{CF} = M_C w_{CM}$, 所以力偶 M_C 作用下 C 点的约束反力:

$$F_C = \frac{w_{CM}}{w_{CF}} M_C \quad (13)$$

C 点转角由式(14)计算, 不计剪切转角。

$$\theta_C = \frac{M_C L_1}{3E_1I_1} + \frac{M_C [(L_3 + b_1)^8 - b_1^8]}{8Ea_1b_1^8(L_3 + b_1)^8} + \frac{M_C L_2}{E_2I_2} + \frac{M_C [(L_3 + b_2)^8 - b_2^8]}{8Ea_2b_2^8(L_3 + b_2)^8} - \frac{F_C(2L_3 + L_2)L_1}{3E_1I_1} - \frac{F_C}{56Ea_1} \left[\frac{1}{(L_3 + b_1)^7} - \frac{b_1 - 7L_3}{b_1^8} \right] - \frac{F_C(L_3 + L_2)((L_3 + b_1)^8 - b_1^8)}{8Ea_1b_1^8(L_3 + b_1)^8} - \frac{F_C L_2(L_2 + 2L_3)}{2E_2I_2}$$

$$\frac{F_C}{56Ea_2} \left[\frac{1}{(L_3 + b_2)^7} - \frac{b_2 - 7L_3}{b_2^8} \right] \quad (14)$$

由式(10)~式(14), 可得弯曲和剪切引起的转动刚度:

$$K_{12} = \left\{ \frac{L_1}{3E_1 I_1} + \frac{[(L_3 + b_1)^8 - b_1^8]}{8Ea_1 b_1^8 (L_3 + b_1)^8} + \frac{L_2}{E_2 I_2} + \frac{[(L_3 + b_2)^8 - b_2^8]}{8Ea_2 b_2^8 (L_3 + b_2)^8} - \frac{w_{CM}(2L_3 + L_2)L_1}{3w_{CF} E_1 I_1} - \frac{w_{CM}}{56w_{CF} Ea_1} \left[\frac{1}{(L_3 + b_1)^7} - \frac{b_1 - 7L_3}{b_1^8} \right] - \frac{w_{CM}(L_3 + L_2)[(L_3 + b_1)^8 - b_1^8]}{8w_{CF} Ea_1 b_1^8 (L_3 + b_1)^8} - \frac{w_{CM} L_2 (L_2 + 2L_3)}{2w_{CF} E_2 I_2} - \frac{w_{CM}}{56w_{CF} Ea_2} \left[\frac{1}{(L_3 + b_2)^7} - \frac{b_2 - 7L_3}{b_2^8} \right] \right\}^{-1} \quad (15)$$

式中的 w_{CM} 、 w_{CF} 由式(11)、式(12)计算。

2 静力学分析

根据上节分析, 连续桥面简支梁的 CD 段简化为图7所示带边界转动弹簧的简支梁, 其受横向力 P 作用时, 边界约束力偶 M_C 、 M_D 计算如下:

$$\begin{cases} \left[\frac{PL_1 L_2 (L_1 + L_2)}{6EI L_1} - \frac{M_C L_1}{3EI} - \frac{M_D L_1}{6EI} \right] K_1 = M_C \\ \left[\frac{PL_1 L_2 (L_1 + L_1)}{6EI L_1} - \frac{M_C L_1}{6EI} - \frac{M_D L_1}{3EI} \right] K_2 = M_D \end{cases} \quad (16)$$

求解上述二元一次方程组, 得到边界约束力偶 M_C 、 M_D , 再由下式获得梁的挠度和弯矩:

$$w(x, P) = \frac{PL_{12} x (L_1^2 - x^2 - L_{12}^2)}{6EI L_1} - \frac{M_C x}{6EI L_1} (L_1 - x)(2L_1 - x) - \frac{M_D x}{6EI L_1} (L_1^2 - x^2),$$

$$0 \leq x \leq L_{11};$$

$$w(x, P) = \frac{PL_{12} \left[\frac{L_1}{L_{12}} (x - L_{11})^3 + (L_1^2 - L_{12}^2)x - x^3 \right]}{6EI L_1} -$$

$$\frac{M_C x}{6EI L_1} (L_1 - x)(2L_1 - x) - \frac{M_D x}{6EI L_1} (L_1^2 - x^2),$$

$$L_{11} \leq x \leq L_1. \quad (17)$$

$$M(x, P) = \frac{PL_{12} x}{L_1} - \frac{M_C (L_1 - x)}{L_1} - \frac{M_D x}{L_1},$$

$$M(x, P) = \frac{P(L_1 L_{11} - L_{11} x)}{L_1} - \frac{M_C (L_1 - x)}{L_1} - \frac{M_D x}{L_1}$$

$$0 \leq x \leq L_{11};$$

$$L_{11} \leq x \leq L_1. \quad (18)$$

当式(17)、式(18)中的 M_C 、 M_D 为0时, 即退化为简支梁的弯矩和挠度公式。

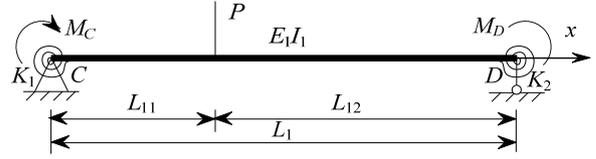


图7 带边界转动弹簧的简支梁静力分析

Fig.7 Static analysis of simple-supported beam with boundary rotational spring

3 动力特性分析

在动力特性分析中, 求解连续桥面简支梁的自振频率和振型。图7所示梁的自由振动方程为:

$$m \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial t^2} + E_1 I_1 \frac{\partial^4 w(x, t)}{\partial x^4} = 0 \quad (19)$$

式中, m 为单位长度质量。挠度 w 用分离变量法表示为:

$$w(x, t) = \varphi(x) q(t) \quad (20)$$

其中: $\varphi(x)$ 为振型; $q(t)$ 为随时间变化的振幅。将式(20)代入式(19), 得到:

$$\frac{m}{EI} \frac{\ddot{q}(t)}{q(t)} + \frac{\varphi''''(x)}{\varphi(x)} = 0 \quad (21)$$

式(21)成立的条件为:

$$\frac{\varphi''''(x)}{\varphi(x)} = -\frac{m}{EI} \frac{\ddot{q}(t)}{q(t)} = \lambda^4 \quad (22)$$

其中 λ^4 是常数。式(22)可转换为两个微分方程:

$$\ddot{q}(t) + \omega^2 q(t) = 0 \quad (23)$$

$$\varphi''''(x) - \lambda^4 \varphi(x) = 0 \quad (24)$$

其中:

$$\omega^2 = \frac{\lambda^4 EI}{m} \quad (25)$$

式(23)的解为:

$$q(t) = A \cos \omega t + B \sin \omega t \quad (26)$$

其中, 常数 A 和 B 由初始的位移和速度条件确定。

式(24)的解为:

$$\varphi(x) = A_1 \sin \lambda x + A_2 \cos \lambda x + A_3 \sinh \lambda x + A_4 \cosh \lambda x \quad (27)$$

其中, A_i ($i=1, 2, 3, 4$) 为实常数, 由边界条件计算:

种方法得到的 K_1 , 验证 1.2 节~1.3 节转动弹簧刚度计算方法的可靠性。

表 1 桥梁板的计算参数

Table 1 Parameters of the single bridge girder

E_1/GPa	E_2/GPa	G_1/GPa	G_2/GPa	I_1/m^4	I_2/m^4
34.5	34.5	14.4	14.4	6.39×10^{-2}	8.33×10^{-5}
A_1/m^2	A_2/m^2	L_1/m	L_2/m	L_3/m	—
0.65	0.10	19.3	0.04	0.35	—

本例中, 所有支座都是横向约束较弱的板式橡胶支座, 没有的固定支座, 相当于图 4(b)中的支座布置方式 B, 轴力引起的转动刚度 K_{11} 极小, 可以忽略, 只有弯曲和剪切引起的转动刚度 K_{12} 。但是为了验证 1.2 节 K_{11} 的计算公式, 本文假设了图 4 所示的两种支座布置情况, 计算结果见表 2, 由此可见, 由第 1 节理论公式得到的边界转动弹簧刚度与有限元计算结果接近, 可用于工程分析。需要指出的是, 弯曲和剪切引起的刚度 K_{12} 以往都未考虑^[11,14], 本算例表明, 其影响不能忽略。

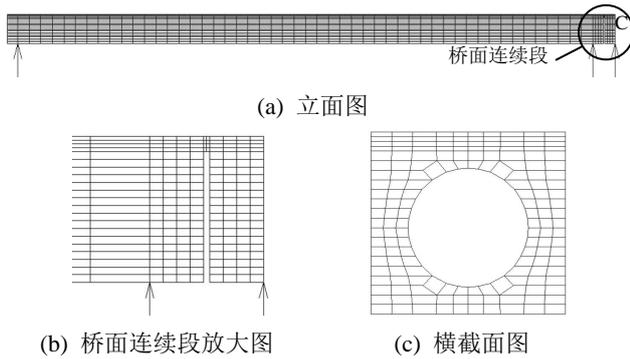


图 10 计算边界弹簧刚度的有限元模型

Fig.10 FEM model to calculate the boundary spring stiffness

表 2 边界弹簧刚度计算结果

Table 2 Results of boundary spring stiffness from calculation

分析方法	支座布置方式 A		支座布置方式 B	
	理论解	有限元	理论解	有限元
$M_c / (\text{N} \cdot \text{m})$	—	1	—	1
θ_c / rad	—	1.34×10^{-9}	—	5.46×10^{-9}
$K_{11} / (\text{N} \cdot \text{m}/\text{rad})$	5.37×10^8	—	0	—
$K_{12} / (\text{N} \cdot \text{m}/\text{rad})$	1.74×10^8	—	1.74×10^8	—
$K_1 / (\text{N} \cdot \text{m}/\text{rad})$	7.11×10^8	7.46×10^8	1.74×10^8	1.83×10^8

4.2 桥面连续段长度与开裂对边界弹簧的影响

在连续桥面简支梁中, 在桥面板与主梁端部之间可设置脱粘段, 此时图 3 中 L_1 不变, L_2 增加, L_3 减少(L_2 与 L_3 之和保持不变), 从而降低简支梁之间的连接刚度。用 1.2 节~1.3 节方法分析 L_2 长度对边界转动弹簧刚度的影响, 如图 11 所示, 结果表明:

1) 随着 L_2 的增加, 边界转动弹簧刚度减小, 其中弯曲和剪切引起的转动刚度(K_{12})减小得更快, 当 L_2 接近两支座中心之间的距离(L_3 接近 0)时, K_{12} 接近于零; 2) 支座布置方式 A 情况下的转动弹簧刚度比支座布置方式 B 情况下大得多。

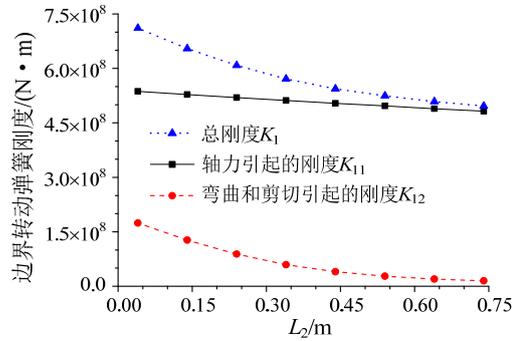


图 11 桥面连续段长度对边界弹簧刚度的影响

Fig.11 Effect of length of continuous deck on spring stiffness

此外, 桥面连续段混凝土开裂对边界弹簧刚度将产生影响, 这种影响可以通过对该段惯性矩(I_2)的折减来体现。用 1.3 节方法分析 I_2 的折减对边界转动弹簧刚度的影响, 如图 12 所示, 结果表明: 1) 随着 I_2 的减小, 弯曲和剪切引起的转动刚度减小, 轴力引起的转动刚度则不变; 2) I_2 折减较少时, 弯曲和剪切引起的转动刚度 K_{12} 减小不大, 这表明桥面连续段混凝土轻微开裂对边界转动弹簧刚度影响不大; I_2 越接近零, K_{12} 减小越快, I_2 为零时即为铰接情况。在实际应用中, 桥面连续段混凝土开裂的影响与该段的材料、构造、配筋有关^[17-19], 且与主梁变形相互耦合, 相关研究尚待深入。

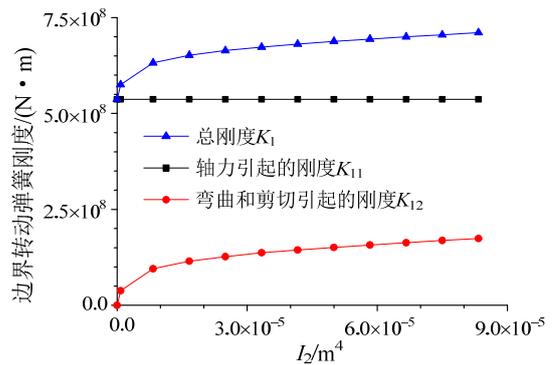


图 12 桥面连续段惯性矩对边界弹簧刚度的影响

Fig.12 Effect of moment of inertia of continuous deck on the boundary spring stiffness

4.3 实桥静力学分析与实验

用 4 辆三轴载重汽车对图 8 所示桥梁的第三跨施加静力荷载, 车辆的前、中、后轮荷载见表 3,

加载方式见图 13。分别采用本文第 2 节连续桥面简支梁桥分析方法和一般简支梁分析方法，计算该桥各梁板的跨中挠度和弯矩(应变)。采用本文分析方法时，简支梁端部转动弹簧刚度取支座布置方式 B 所对应的理论解，如表 2 所示，即 $K_1 = K_2 = 1.74 \times 10^8 \text{ N} \cdot \text{m}$ 。

表 3 试验车辆的轮载 /kN

Table 3 Tire loads of the vehicle in experiment

前轮荷载 P_f	中轮荷载 P_m	后轮荷载 P_r
30	65	65

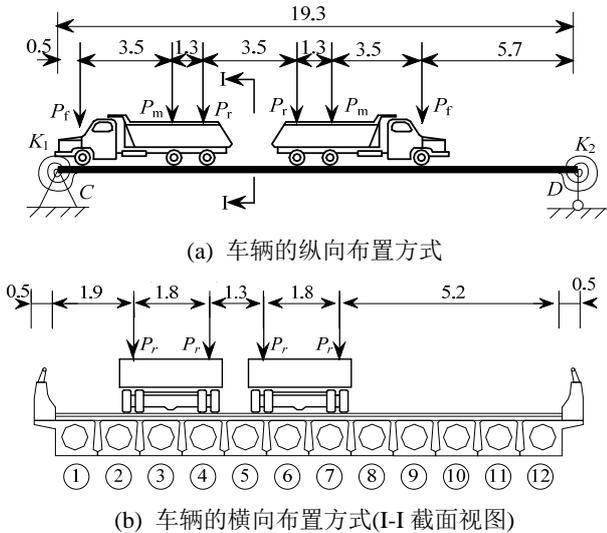


图 13 车辆加载示意图 /m

Fig.13 Application of the vehicle loads on the bridge

研究表明，桥面连续对荷载的横向分布影响很小^[27-28]，因此，汽车荷载的横向分布影响线仍按简支梁桥计算。根据本桥情况，采用铰接板梁法计算，1号~6号梁板的横向分布影响线如图 14 所示，7号~12号梁板可由对称性得到。

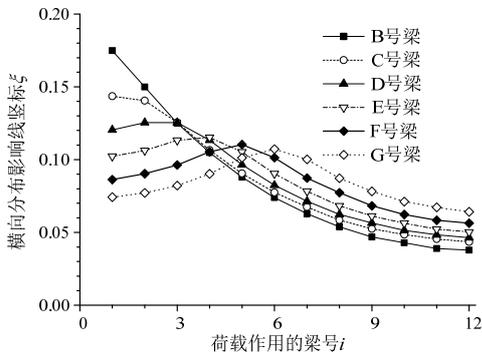


图 14 荷载的横向分布影响线

Fig.14 The influence line of the transverse load distribution

由荷载的横向分布影响线，求得图 13 所示车辆作用下各梁板的挠度和弯矩：

$$w_j(x) = \sum_{i=1}^{24} w(x, P_i) \xi_{ij}, \quad M_j(x) = \sum_{i=1}^{24} M(x, P_i) \xi_{ij}, \quad j = 1, 2, \dots, 12 \quad (36)$$

其中： $w_j(x)$ 、 $M_j(x)$ 分别为第 j 根梁的挠度和弯矩； $w(x, P_i)$ 、 $M(x, P_i)$ 分别为第 i 个轮胎荷载 P_i 作用下单根梁的挠度和弯矩，由式(17)、式(18)计算； ξ_{ij} 为第 j 根梁的荷载横向分布影响线在 P_i 作用点的竖标。进一步由弯矩求解梁底应变：

$$\varepsilon_j(x) = \frac{M_j(x)H_2}{I_1 E_1} \quad (37)$$

式中， $\varepsilon_j(x)$ 为第 j 根梁的梁底应变。由式(36)、式(37)计算第三跨跨中的挠度和梁底应变，并与实测结果比较，如图 15~图 16 所示。

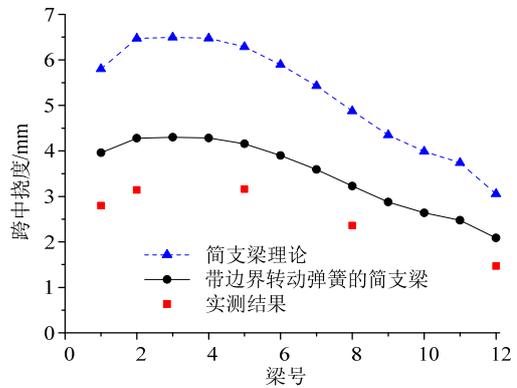


图 15 第三跨跨中挠度

Fig.15 Deflection at the midspan of 3rd span of the bridge

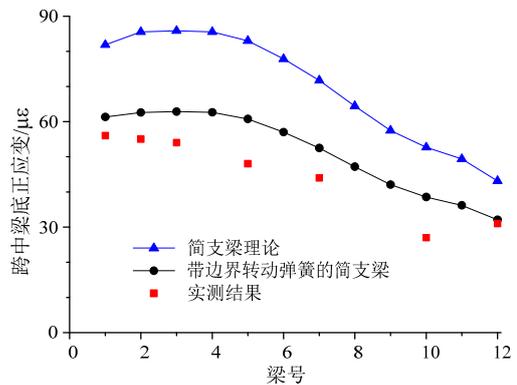


图 16 第三跨跨中梁底应变

Fig.16 Strain on the beam bottom at midspan of the 3rd span

由图 15~图 16 可见，带边界转动弹簧的简支梁理论得到的挠度和应变更接近实测结果，表明桥面连续对桥梁刚度的影响不可忽略。1号~12号梁的挠度和应变变化趋势与实测吻合。带边界转动弹簧的简支梁模型得到的挠度和应变比实测大，究其原因，除了实际桥梁与设计的差别外，还在于斜交板桥在桥面铺装层找平时，铺装层厚度比设计大，因

此抗弯惯性矩偏大,从而使实际桥梁在车辆作用下的挠度和应变偏小。

4.4 实桥动力特性分析与实验

采用本文第3节方法,分别对图8所示桥梁的第三、四跨进行模态分析。第三跨两端的边界转动弹簧刚度为 $K_1 = K_2 = 1.74 \times 10^8 \text{ N} \cdot \text{m}$, 第四跨两端的转动弹簧刚度为 $K_1 = 1.74 \times 10^8 \text{ N} \cdot \text{m}$, $K_2 = 0$ 。同时,采用环境激励法实测这两跨的自振频率。理论与实测的比较见表4。

表4 连续桥面简支梁桥自振频率 /Hz
Table 4 Natural frequency of simple-support girder bridge with continuous deck

	简支梁理论	带边界转动弹簧的简支梁理论	实测
第三跨	4.75	5.88	5.86
第四跨	4.75	5.32	5.47

由表4可见,带边界转动弹簧的简支梁计算结果与实测接近,能够更好地反映该桥的振动特性;自振频率的分析误差比静力分析时的误差要小,分析原因在于,自振频率不仅与抗弯惯性矩有关,也和桥梁质量有关,虽然实际铺装层厚度偏大,导致抗弯惯性矩偏大,但是实桥的质量也偏大了,两者的影响相互抵消,自振频率的误差反而不大。

自振频率的分析误差将直接影响汽车冲击力的设计值,按照我国现行桥梁规范^[29],表4中4.75 Hz与5.88 Hz自振频率对应的冲击系数分别为0.26和0.30,因此在本例中,采用简支梁理论将低估汽车荷载的冲击系数,造成13.3%的冲击系数误差。

由本文第3节分析方法得到的振型结果见图17,简支梁端部有转动弹簧情况下,端部附近振幅减小;若两侧转动弹簧刚度相同,振型仍保持对称;单侧带转动弹簧时,带转动弹簧的一侧振幅减小,振型非对称。因此边界转动弹簧增加了简支梁的抗弯刚度,提高了自振频率,也改变了振型。

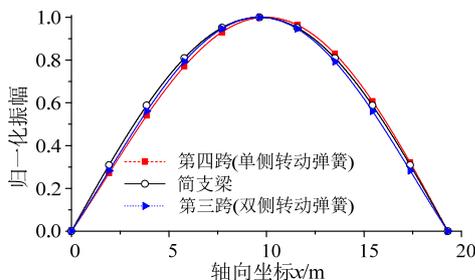


图17 连续桥面简支梁桥一阶自振模态

Fig.17 First mode of simple-supported bridge with continuous deck

5 结论

对于连续桥面简支梁桥,提出了带边界转动弹簧的简支梁分析模型与算法,由此可以求解其在静力荷载作用下的结构响应,以及自振频率与模态等动力特性,从而为该类桥梁的分析与设计提供了一种理论分析方法。

对连续桥面简支梁桥的实例分析表明:

(1) 与三维有限元模型比较分析表明,本文提出的边界转动弹簧刚度计算公式是可靠的;

(2) 边界转动弹簧的刚度与桥面连续段长度的长度与惯性矩、支座布置方式有关。桥面连续段越长,弹簧刚度越小;桥面连续段的开裂情况可以体现在其抗弯惯性矩中;顺桥向的支座约束形式对边界转动弹簧刚度造成较大影响。可以通过调整桥面连续段长度和支座约束形式来改变边界转动弹簧刚度;

(3) 对汽车荷载作用下的连续桥面简支梁桥,带边界转动弹簧的简支梁模型准确反映了边界约束刚度,由此得到的挠度和应变计算结果比普通简支梁模型更接近实测;

(4) 用转动弹簧反映边界约束的影响后,自振频率计算值比普通简支梁模型更接近桥梁实测结果,提高了汽车荷载冲击系数预测精度。

本文方法也可进一步推广到该类桥梁的温度应力、桥面连续段抗裂等性能的研究。

参考文献:

- [1] Lima J M, Brito J D. Inspection survey of 150 expansion joints in road bridges [J]. Engineering Structures, 2009, 31(5): 1077-1084.
- [2] 丁勇, 黄奇, 谢旭, 黄剑源. 载重汽车桥梁伸缩缝跳车动力荷载计算方法与影响因素分析[J]. 土木工程学报, 2013, 46(7): 98-107.
Ding Yong, Huang Qi, Xie Xu, Huang Jianyuan. A computational method for the dynamic load in heavy-vehicle bumping at the bridge expansion joint and the analysis of influencing factors [J]. China Civil Engineering Journal, 2013, (7): 98-107. (in Chinese)
- [3] Ghimire J P, Matsumoto Y, Yamaguchi H, et al. Numerical investigation of noise generation and radiation from an existing modular expansion joint between prestressed concrete bridges [J]. Journal of Sound and Vibration, 2009, 328(1/2): 129-147.
- [4] 丁勇, 谢旭, 黄剑源. 考虑车轮滚动轨迹的桥头跳车动力荷载计算方法及影响因素分析[J]. 工程力学, 2013, 30(2): 135-142, 149.

- Ding Yong, Xie Xu, Huang Jianyuan. A numerical method for analyzing the dynamic load in bridge-head bumping considering the rolling trace of wheel and the analysis of influencing factors [J]. *Engineering Mechanics*, 2013, 30(2): 135–142,149. (in Chinese)
- [5] Chang L M, Lee Y J. Evaluation of performance of bridge deck expansion joints [J]. *Journal of Performance of Constructed Facilities*, 2002, 16(1): 3–9.
- [6] Wang W W, Dai J G, Huang C K, et al. Strengthening multiple span simply-supported girder bridges using post-tensioned negative moment connection technique [J]. *Engineering Structures*, 2011, 33(2): 663–673.
- [7] 邵旭东, 占雪芳, 金晓勤, 等. 带地梁的新型半整体式无缝桥梁温度效应研究[J]. *中国公路学报*, 2010, 23(1): 43–48, 57.
- Shao Xudong, Zhan Xuefang, Jin Xiaoqin, et al. Temperature effect of innovative semi-integral abutment jointless bridge with ground beam [J]. *China Journal of Highway and Transport*, 2010, 23(1): 43–48, 57. (in Chinese)
- [8] Ooi P, Lin X, Hamada H. Numerical study of an integral abutment bridge supported on drilled shafts [J]. *Journal of Bridge Engineering*, 2010, 15(1): 19–31.
- [9] Caner A, Zia P. Behavior and design of link slabs for jointless bridge decks [J]. *PCI Journal*, 1998, 43(3): 68–80.
- [10] 王虎, 胡长顺, 王秉纲. 简支梁桥梁端处桥面连续铺装层结构计算分析[J]. *西安公路交通大学学报*, 2000, 20(4): 1–3.
- Wang Hu, Hu Changshun, Wang Binggang. Calculating analysis for the warpage and stress of deck pavement at tip position of assembly simple beam bridge [J]. *Journal of Xi'an Highway University*, 2000, 20(4): 1–3. (in Chinese)
- [11] 马广德. 桥面连续简支梁桥的力学分析及设计方法的探讨[J]. *华东公路*, 1985(2): 49–60.
- Ma Guangde. Mechanical analysis of multi-simple-supported bridges and discussion on the design method [J]. *East China Highway*, 1985(2): 49–60. (in Chinese)
- [12] Wing K, Kowalsky M. Behavior, analysis, and design of an instrumented link slab bridge [J]. *Journal of Bridge Engineering*, 2005, 10(3): 331–344.
- [13] Au A, Lam C, Au J, et al. Eliminating deck joints using deboned link slabs: Research and field tests in Ontario [J]. *Journal of Bridge Engineering*, 2013, 18(8): 768–778.
- [14] Okeil A, ElSafty A. Partial continuity in bridge girders with jointless decks [J]. *Practice Periodical Structural Design and Construction*, 2005, 10(4): 229–238.
- [15] Charuchaimontri T, Senjuntichai T, Ozbolt J, et al. Effect of lap reinforcement in link slabs of highway bridges [J]. *Engineering Structures*, 2008, 30(2): 546–560.
- [16] 潘志炎, 茅兆祥, 刘敏, 等. 简支梁桥面连续构造的有限元分析与改进[J]. *公路交通科技*, 2010, 27(4): 89–94.
- Pan Zhiyan, Mao Zhaoxiang, Liu Min, et al. Finite element analysis and improvement of continuous slab-deck of simple supported beam bridge [J]. *Journal of Highway and Transportation Research and Development*, 2010, 27(4): 89–94. (in Chinese)
- [17] Ulku E, Attanayake U B, Aktan H M. Jointless bridge deck with link slabs: Design for durability [J]. *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board*, 2009, 2131: 68–78.
- [18] 何畅, 向中富. 简支梁桥桥面连续构造的空间仿真分析[J]. *重庆交通学院学报*, 2005, 24(1): 9–15.
- He Chang, Xiang Zhongfu. The space simulation analysis of simply-supported girder bridges with continuous slab-decks [J]. *Journal of Chongqing Jiaotong University*, 2005, 24(1): 9–15. (in Chinese)
- [19] Kim Y Y, Fischer G, Lim Y M, et al. Performance of bridge deck link slabs designed with ductile ECC [J]. *ACI Structural Journal*, 2004, 101(6): 792–801.
- [20] Aziz Saber, Ashok Reddy Aleti. Behavior of FRP link slabs in jointless bridge decks [J]. *Advances in Civil Engineering*, 2012, Article ID 452987: 1–9. doi: 10.1155/2012/452987.
- [21] Zhang J, Wang Z B, Ju X C. Application of ductile fiber reinforced cementations composite in jointless concrete pavements [J]. *Composites: Part B*, 2013, 50: 224–231.
- [22] Caner A, Dogan E, Zia P. Seismic performance of multi-simple-span bridges retrofitted with link slabs [J]. *Journal of Bridge Engineering*, 2002, 7(2): 85–93.
- [23] Sevgili G, Caner A. Improved seismic response of multi-simple-span skewed bridges retrofitted with link slabs [J]. *Journal Bridge Engineering*, 2009, 14(6): 452–459.
- [24] ElSafty A, Okeil A M. Extending the service life of bridges using continuous decks [J]. *PCI Journal*, 2008, 53(6): 96–111.
- [25] Kendall A, Keoleian G, Helfand G. Integrated life-cycle assessment and life-cycle cost analysis model for concrete bridge deck applications [J]. *Journal of Infrastructure Systems*, 2008, 14(3): 214–222.
- [26] Gere J M, Timoshenko S P. *Mechanics of materials* [M]. 4th ed. Netherlands: Kluwer Academic Publisher, 1998: 200–245.
- [27] 吴在辉, 邬秒年. 简支梁桥面连续板宽桥荷载横向分布的试验研究[J]. *华东公路*, 1985(3): 53–63, 47.
- Wu Zaihui, Wu Miaonian. The experimental research on the transverse load distribution of multi-simple-supported wide bridges [J]. *East China Highway*, 1985(3): 53–63, 47. (in Chinese)
- [28] 彭大文, 陈朝慰, 林志平, 等. 无伸缩缝桥梁荷载横向分布系数研究[J]. *公路交通科技*, 2007, 24(9): 51–56.
- Peng Dawen, Chen Chaowei, Lin Zhiping, et al. Research on transverse load distribution factors for jointless

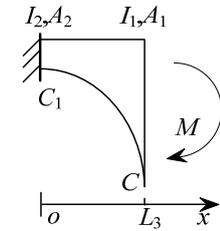
bridges [J]. Journal of Highway and Transportation Research and Development, 2007, 24(9): 51-56. (in Chinese)

[29] JTJ D60-2004, 公路桥涵设计通用规范[S]. 北京: 人民交通出版社, 2004.

JTJ D60-2004, General code for design of highway bridges and culverts [S]. Beijing: China Communications Press, 2004. (in Chinese)

附录:

1) 变截面悬臂梁端部弯矩作用下的挠度与转角。

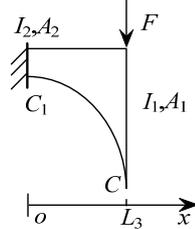


$$w(x) = \frac{M[b^8 + (x+b)^7(7x-b)]}{56Eab^8(x+b)^7} \quad (\text{A1})$$

$$\frac{dw}{dx} = \frac{M[(x+b)^8 - b^8]}{8Eab^8(x+b)^8} \quad (\text{A2})$$

其中, a 、 b 定义参见正文式(7)。

2) 变截面悬臂梁端部集中力作用下挠度与转角。



弯曲挠度与转角为:

$$w_b(x) = \frac{F}{56Ea} \left[\frac{b-3L_3}{3b^7} - \frac{4x+b-3L_3}{3(x+b)^7} - \frac{(b-7L_3)x}{b^8} \right] \quad (\text{A3})$$

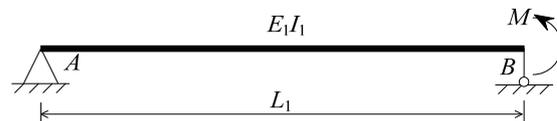
$$\frac{dw_b}{dx} = \frac{F}{56Ea} \left[\frac{8x+b-7L_3}{(x+b)^8} - \frac{b-7L_3}{b^8} \right] \quad (\text{A4})$$

剪切挠度如下式, 该挠度不造成横截面转角。

$$w_s(x) = \frac{\alpha_s F x(x+2d)}{2Gcd^2(x+d)^2} \quad (\text{A5})$$

其中, c 、 d 定义参见正文式(9)。

3) 简支梁受端部集中力偶时的转角。



$$\theta_B = \frac{ML_1}{3E_1I_1} + \frac{\alpha_s M}{GA_1L_1} \quad (\text{A6})$$

式(A6)右端分别为弯曲和剪切导致的横截面转角, 对于细长梁, 第2项剪切导致的转角可以忽略。