

文章编号: 1000-4750(2015)09-0236-07

# 疲劳裂纹扩展试验载荷谱加重方法研究

张海英<sup>1</sup>, 牛智奇<sup>2</sup>, 董登科<sup>1</sup>, 陈 莉<sup>1</sup>

(1. 中国飞机强度研究所, 陕西, 西安 710065; 2. 西安现代控制技术研究所, 陕西, 西安 710065)

**摘 要:** 为探索缩短疲劳裂纹扩展试验周期的载荷谱处理方法, 对多种裂纹扩展模型进行了综述, 概括出一种通用的裂纹扩展预测模型表达式。提出了一种将峰谷值同时等比例放大的载荷谱加重方法, 并推导出加重前后裂纹扩展寿命的转换关系。用一种随机谱和两种块谱的基准谱及对应四种比例加重谱进行了LY12CZ中心裂纹板裂纹扩展试验, 用常幅载荷谱及其1.1倍加重谱进行了典型机身壁板结构裂纹扩展试验。试验结果表明载荷谱等比例加重方法可以有效缩短疲劳裂纹扩展试验周期而不改变结构破坏模式, 而分析结果表明由该方法预测的裂纹扩展寿命与试验结果的误差在15%以内, 满足工程精度要求。

**关键词:** 断裂力学; 疲劳裂纹扩展; 载荷放大; 载荷谱; 加速试验; 寿命预测; 破坏模式

中图分类号: V216.3 文献标志码: A doi: 10.6052/j.issn.1000-4750.2014.01.0098

## RESEARCH ON LOAD ENHANCEMENT METHOD FOR FATIGUE CRACK GROWTH TEST

ZHANG Hai-ying<sup>1</sup>, NIU Zhi-qi<sup>2</sup>, DONG Deng-ke<sup>1</sup>, CHEN Li<sup>1</sup>

(1. Aircraft Structure Research Institute, Shaanxi, Xi'an 710065, China;

2. Xi'an Modern Control Technology Research Institute, Shaanxi, Xi'an 710065, China)

**Abstract:** To explore approaches of shortening fatigue crack growth (FCG) test period by load spectrum simplification and enhancement, various FCG models were reviewed, and a generalized expression was acquired. A load enhancement method magnifying all the peak and valley loads simultaneously was proposed, and the relationship between FCG lives under baseline and enhanced spectra was derived. Crack propagation tests were conducted using middle-crack tension (M (T)) specimens made of AA LY12-CZ and typical fuselage panel specimens made of AA 2524-T3 and AA 7075-T62. M (T) specimens were tested respectively under one random spectrum, two block spectra and corresponding enhanced spectra with four enhancement factors. Fuselage panel specimens were tested respectively under constant amplitude spectrum and 1.1 times enhanced spectrum. The experimental results demonstrate that the proposed load enhancement method can shorten FCG test periods effectively without changing the failure mode. The analysis result indicates that the difference between predicted FCG lives and experimental data is less than 15%, which satisfies engineering accuracy requirement.

**Key words:** fracture mechanics; fatigue crack growth; load enhancement; loading spectrum; accelerating test; life prediction; failure mode

按照适航规章要求, 对于按损伤容限设计的飞机结构, 需进行各种结构级别的疲劳裂纹扩展试验以支持和验证裂纹扩展分析、结构疲劳检查门槛值

和重复检查间隔的制定<sup>[1]</sup>。但是, 通常疲劳试验周期较长, 耗费大量的人力物力。载荷谱简化和加重是缩短试验周期和节约试验成本的有效途径。

收稿日期: 2014-01-26; 修改日期: 2014-05-05

通讯作者: 张海英(1982—), 女, 河南人, 工程师, 硕士, 从事耐久性/损伤容限研究(E-mail: flingheart@126.com)。

作者简介: 牛智奇(1983—), 男, 河南人, 工程师, 硕士, 从事飞行器总体设计研究(E-mail: niuzhiqi@126.com);

董登科(1965—), 男, 陕西人, 研究员, 博士, 从事耐久性/损伤容限/可靠性研究(E-mail: dengke623@sina.com);

陈 莉(1971—), 女, 陕西人, 高工, 硕士, 从事疲劳/可靠性研究(E-mail: chenli103@126.com)。

载荷谱简化如高载截取、低载截除方法已在金属结构疲劳试验中得到广泛应用<sup>[2]</sup>。载荷谱加重主要是载荷放大系数法(Load Enhancement Factor LEF), 将载荷放大某一倍数后用于验证试验, 在较短的试验周期内保证结构寿命的可靠性<sup>[3]</sup>。该方法目前主要应用于复合材料结构疲劳试验, 在欧美已获得成功应用, 并纳入 MIL-HDBK-17F-3<sup>[4]</sup>。A320 飞机尾翼结构疲劳验证试验即采用了载荷放大系数 1.25<sup>[5]</sup>。在国内, 杨乃宾<sup>[6]</sup>也提出了载荷放大系数法在复合材料中的应用。在目前的国内外文献中, 载荷放大在金属结构疲劳试验中的应用研究相关报道则比较少见。

为探索载荷加重在金属结构疲劳裂纹扩展试验中的应用, 本文从裂纹扩展预测模型出发, 提出了一种载荷谱等比例加重应用方法, 并通过中心裂纹板(M(T))和典型机身壁板试验件对多种谱型进行了试验验证。

### 1 疲劳裂纹扩展模型

疲劳裂纹扩展计算模型中最简单的是 Paris 公式<sup>[7]</sup>, 可用下式表示:

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K)^n = C[(1-R)K_{max}]^n \quad (1)$$

式中:  $\frac{da}{dN}$  为裂纹扩展速率;  $C$  和  $n$  为材料裂纹扩展常数;  $\Delta K$  为裂尖应力强度因子幅值;  $K_{max}$  为峰值载荷  $\sigma_{max}$  对应的应力强度因子;  $R$  为应力比。

Walker<sup>[8]</sup>对 Paris 公式进行更改, 加入应力比变化  $R$  的影响, 由下式表示:

$$\frac{da}{dN} = C[QK_{max}]^n \quad (2)$$

$$Q = \begin{cases} (1-R)^{M_1}, & 0 \leq R \leq 1 \\ (1-R)^{M_2}, & R < 0 \end{cases}$$

式中,  $M_1$ 、 $M_2$  为应力比影响指数, 是材料常数。

Paris 公式和 Walker 公式通常用于常幅谱载荷下的裂纹扩展分析。但飞机结构实际使用环境非常复杂, 一般承受随机载荷谱作用。载荷谱的高载迟滞效应和低载加速效应<sup>[9-10]</sup>, 使结构裂纹扩展分析更加复杂<sup>[11]</sup>。国内外学者提出了各种考虑高载迟滞的计算模型, 如 Wheeler 模型<sup>[12]</sup>、Willenborg/Chang 模型<sup>[13]</sup>、闭合模型<sup>[14]</sup>、等损伤模型<sup>[15]</sup>等。其中, 闭合模型公式可表示为:

$$\frac{da}{dN} = C \left( \frac{1-c_f}{1-c_{f0}} K_{max} \right)^n \quad (3)$$

$$c_f = c_{f-1} + (c_{f0} - c_{f-1})(1+R)^p$$

式中,  $c_{f-1}$ 、 $c_{f0}$  和  $p$  为材料相关常数。

等损伤模型可表示为:

$$\frac{da}{dN} = C(WQK_{max})^n \quad (4)$$

$$W = \frac{\gamma_{SR} - \gamma}{\gamma_{SR} - 1}$$

式中,  $\gamma_{SR}$  和  $\gamma$  是超载截止比和超载应力比, 为材料相关常数。

综合分析这几种裂纹扩展模型可发现, 式(1)~式(4)可统一表述为:

$$\frac{da}{dN} = C(f_R K_{max})^n \quad (5)$$

式中,  $f_R$  是以  $R$  为变量的函数。

### 2 载荷谱加重方法

由于  $K_{max}$  用下式计算:

$$K_{max} = \beta \sigma_{max} \sqrt{\pi a} \quad (6)$$

式中:  $\beta$  为含裂纹体结构构型决定的无量纲应力强度因子;  $a$  为裂纹长度。

因此, 当裂纹经  $N$  次载荷循环从  $a_0$  扩展到  $a_c$  时, 将式(5)变量分离, 可得到:

$$C \int_0^N (f_R \sigma_{max})^n dN = \int_{a_0}^{a_c} (\beta \sqrt{\pi a})^{-n} da \quad (7)$$

观察式(7)可发现, 等式右侧只与结构构型和裂纹起止长度有关, 与载荷无关。因此, 对于给定任意载荷谱下的结构, 其裂纹经  $N_i$  次载荷循环由  $a_0$  扩展到  $a_c$ , 若保持谱型不变, 将其载荷峰谷值按同一比例  $k$  放大, 即其应力比  $R$  不变, 裂纹经  $N_k$  次载荷循环由  $a_0$  扩展到  $a_c$ , 可得到:

$$k^n \int_0^{N_k} (f_R \sigma_{max})^n dN = \int_0^{N_i} (f_R \sigma_{max})^n dN \quad (8)$$

如果一个谱块包含  $T$  次载荷循环, 令:

$$N_k = aT \quad (9)$$

$$N_i = bT \quad (10)$$

若  $a$ 、 $b \gg 1$ , 将式(9)、式(10)代入式(8), 则:

$$\frac{a}{b} = k^{-n} \quad (11)$$

如果将疲劳裂纹扩展试验载荷谱所有峰谷值同

时等比例放大  $k$  倍后进行试验,可缩短试验时间,且通过式(11)分析基准谱下该结构的裂纹扩展寿命。

### 3 验证试验

为了验证载荷谱等比例加重方法的应用效果,对随机谱、五级块谱和三级块谱载荷作用下的 M(T) 试验件进行了一系列加重比例的裂纹扩展试验,并对常幅谱载荷作用下的典型机身壁板试验件进行了加重比例 1.1 倍的裂纹扩展试验。

#### 3.1 试验件

M(T)试验件材料为 LY12CZ 板材,如图 1 所示。试验件中心用线切割预制裂纹。试验件尺寸如表 1 所示,材料的力学参数见表 2。

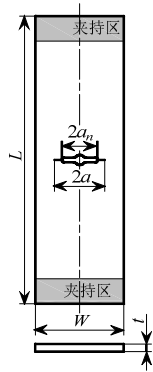


图 1 M(T)试验件

Fig.1 Configuration of M(T) specimen

表 1 M(T)试验件尺寸

Table 1 M(T) specimen dimensions

长度 $L$ /mm	宽度 $W$ /mm	厚度 $t$ /mm	半预制裂纹长度 $a_n$ /mm
350	70	4	5

表 2 材料性能

Table 2 Material mechanical properties

材料	LY12CZ	2524-T3	7075-T62
拉伸强度/MPa	453	420	538
屈服强度/MPa	337	310	482
$n$	3.34	3.08	—

机身壁板试验件半径为 1671 mm,纵向布置 5 个框,环向布置 7 个长桁,框距为 482.6 mm,桁距为 192.3 mm。蒙皮材料 2524-T3,厚度 1.6 mm。长桁材料 7075-T62,厚度 1.02 mm。框材料 7075-T62,厚度 1.27 mm。在长桁底下和两个长桁之间,分别用 40 mm 和 47 mm 宽的 Glare 条带加强。Glare 材料为 Glare 2A,由厚度均为 0.3 mm 的 2 层 2024-T3 和 1 层纤维增强铺层粘接而成。在 2#和 3#框中间,以中间长桁轴线为对称轴预制 25.4 mm 蒙皮环向初始裂纹,长桁切断,Glare 条带不切断。试验件见

图 2,材料性能见表 2。

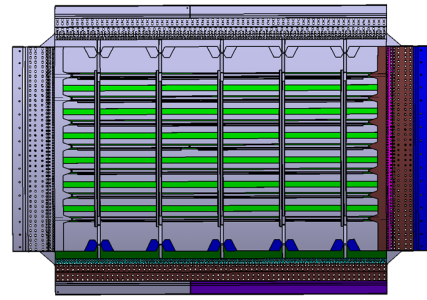


图 2 机身壁板试验件

Fig.2 Configuration of fuselage panel specimen

#### 3.2 载荷谱

对 M(T)试验件进行了随机谱、五级块谱和三级块谱三种谱型的裂纹扩展试验,其中每种载荷谱共进行基准谱、1.06 倍加重谱、1.1 倍加重谱、1.15 倍加重谱和 1.2 倍加重谱下的五组试验。其中,随机载荷基准谱片段如图 3 所示,五级块谱和三级块谱基准谱分别见表 3 和表 4。

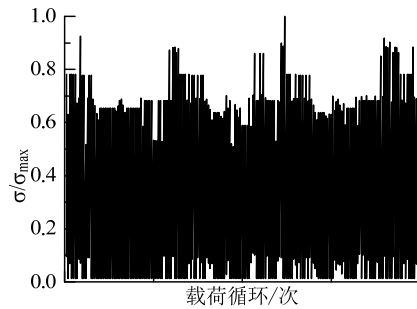


图 3 M(T)试验件随机载荷原谱

Fig.3 Baseline random spectrum for M(T) specimens

表 3 五级块谱基准谱

Table 3 Baseline five-level block spectrum

载荷级	$\sigma_{max}$ /MPa	$\sigma_{min}$ /MPa	循环次数/次
1	131.8	62.9	19
2	98.6	17.2	882
3	79.6	4.1	408
4	59.4	4.1	616
5	30.1	0.2	2941

表 4 三级块谱基准谱

Table 4 Baseline three-level block spectrum

载荷级	$\sigma_{max}$ /MPa	$\sigma_{min}$ /MPa	循环次数/次
1	131.8	58.1	56
2	88.7	4.1	1235
3	47.8	0.2	610

机身壁板试验件进行了常幅基准谱和 1.1 倍加重谱下的裂纹扩展试验。基准谱(以 3、4 框之间的中间两块蒙皮中心应力为基准)  $\sigma_{max} = 110$  MPa,  $R=0.06$ 。

### 3.3 裂纹扩展试验

M(T)裂纹扩展试验在Instron 1332试验机上完成。试验件两端直接夹持在试验机宽度为70 mm的液压夹头上。各种谱的试验频率均为5Hz。试验中采用筒式读数显微镜观测试验件前面和背面的左侧和右侧共四个裂尖的位置，取四个测量值的平均值作为半裂纹长度，并记录对应的载荷循环数。

机身壁板环向裂纹扩展试验在专用的自平衡加载框架上进行试验。试验件上、下端通过杠杆系统连接均载器，下端均载器连接在试验台上，上端均载器连接作动筒，主动加载。试验频率均为8次/min。试验照片见图4。试验中采用筒式读数显微镜观测并记录试验件前面(无筋条面)左侧和右侧两个裂尖的位置，并记录对应的载荷循环数。

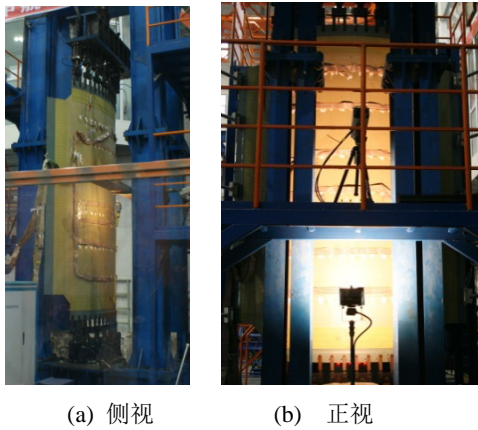


图4 壁板试验照片

Fig.4 Photos of fuselage panel test

## 4 试验结果及分析

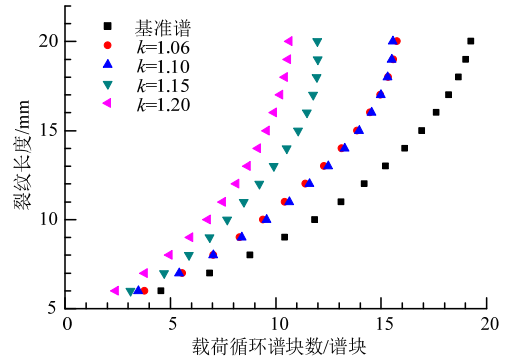
### 4.1 试验结果

由于任一载荷谱下均完成3-5件M(T)试验件的裂纹扩展试验，用最小二乘法对每一载荷谱下多件试验件的 $a-N$ 数据进行多项式曲线拟合。在三种基准谱及相应的加重谱下的M(T)试验结果如图5所示。以可决系数 $R$ 表征每组数据的拟合优度，结果见表5。

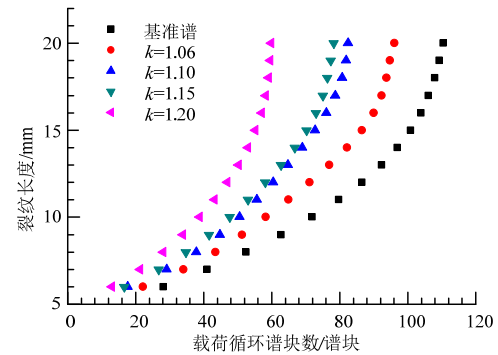
表5 曲线拟合可决系数

Table 5 Coefficients of determination

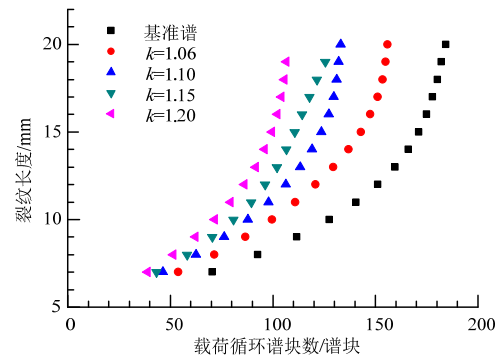
谱型	可决系数 $R$		
	随机谱	五级块谱	三级块谱
基准谱	0.9883	0.9729	0.9594
1.06倍加重	0.9764	0.9894	0.9718
1.10倍加重	0.9516	0.9912	0.9732
1.15倍加重	0.9832	0.9960	0.9849
1.20倍加重	0.9873	0.9914	0.9747



(a) 随机谱



(b) 五级块谱



(c) 三级块谱

图5 M(T)试验结果

Fig.5 Experimental results of M(T) specimens

对任一载荷谱下完成的多件M(T)试验件，取其试验时间的平均值，结果见表6。

表6 M(T)平均试验时间

Table 6 Averaged test durations of M(T) specimens

谱型	试验时间/h		
	随机谱	五级块谱	三级块谱
基准谱	7.0	30.9	19.9
1.06倍加重	5.9	26.4	16.6
1.10倍加重	5.6	22.6	13.9
1.15倍加重	4.3	21.1	12.6
1.20倍加重	3.8	16.2	11.1

1#和2#机身壁板试验件完成常幅基准谱试验，3#试验件完成1.1倍加重谱试验。由于长桁两侧止裂带粘贴位置不对称，导致左、右两侧裂纹扩展不对

称, 基准谱及加重谱下壁板试验件左、右两侧裂纹扩展结果如图6所示(图6中阴影部分示意止裂带粘贴位置)。1#和2#试验件裂纹扩展试验时间分别为126.3 h和128.5 h, 3#试验件裂纹扩展试验时间为92.5 h。

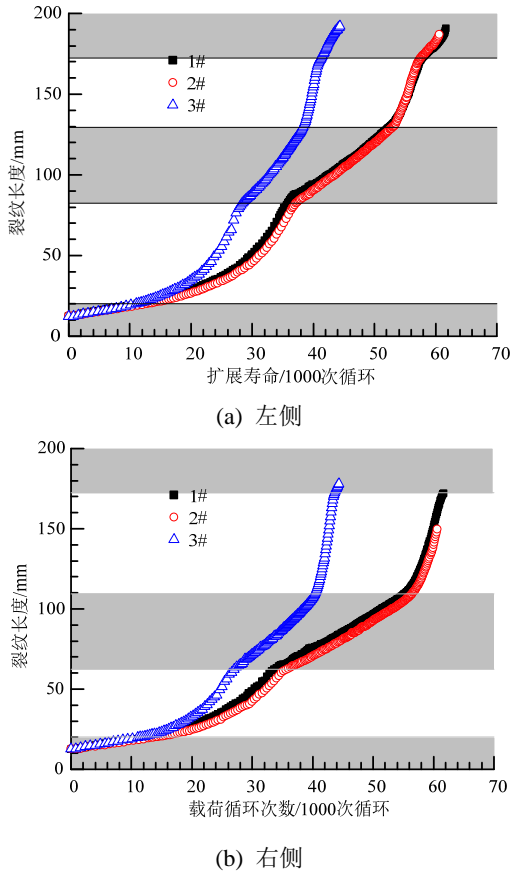


图6 机身壁板试验结果

Fig.6 Experimental results of fuselage panel

### 4.2 加重对裂纹扩展寿命的影响分析

由图5和图6可以看到, 载荷谱等比例加重后, 裂纹扩展寿命不同程度地缩短。四种谱型下裂纹扩展至破坏(对壁板试验取左侧裂纹扩展至一跨)的寿命比(加重谱下寿命/基准谱下寿命)随加重比例的变化见图7。

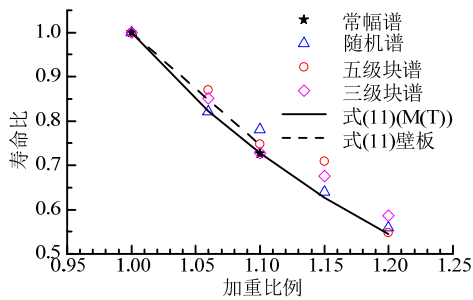


图7 载荷加重比例对裂纹扩展寿命影响

Fig.7 Influence of load enhancement factor on FCG life

由图7可以看出, 裂纹扩展寿命随加重比例增大缩短, 与式(11)的预测结果一致。相应地, 由表6和机身壁板试验时间结果可以看到, 随着加重比例的增加, 裂纹扩展试验时间显著缩短。

对于M(T)试验件, 对任一加重谱下拟合得到的裂纹扩展结果(见图5), 取裂纹扩展至给定长度的寿命, 按式(11), 估算对应的基准谱下的裂纹扩展寿命, 并与基准谱下的试验结果进行对比, 结果见图8。

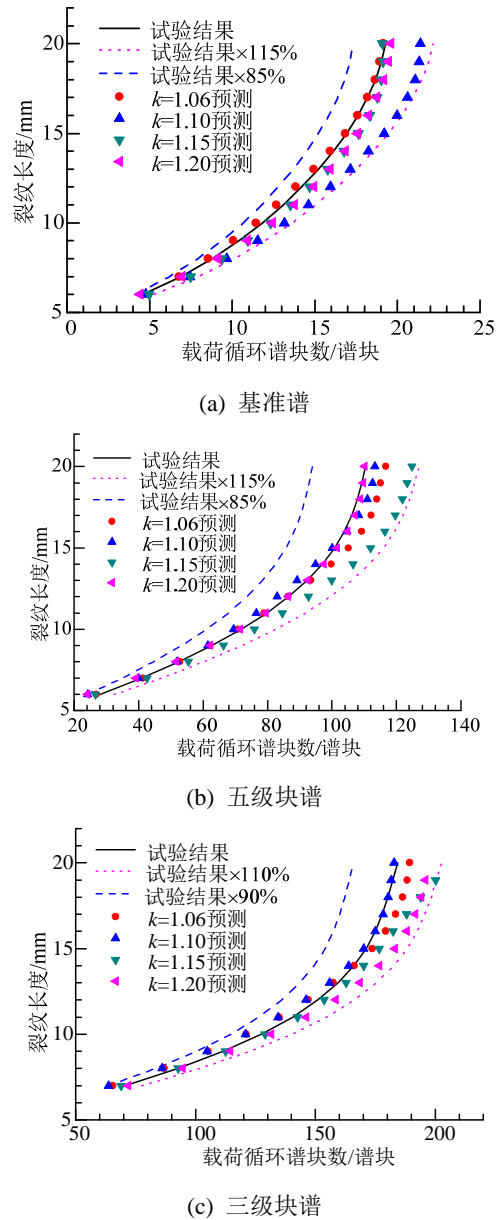


图8 M(T)预测结果与试验结果对比

Fig.8 Comparison of predicted and test data for M(T) specimens

对于机身壁板试验件, 取1#和2#试验件扩展至任一裂纹长度的寿命的平均值, 作为基准谱下试验

结果。取3#试验件扩展至对应裂纹长度的寿命，按式(11)，估算基准谱下对应寿命，与基准谱下试验结果进行对比，左侧和右侧裂纹对比结果分别见图9(a)和图9(b)。

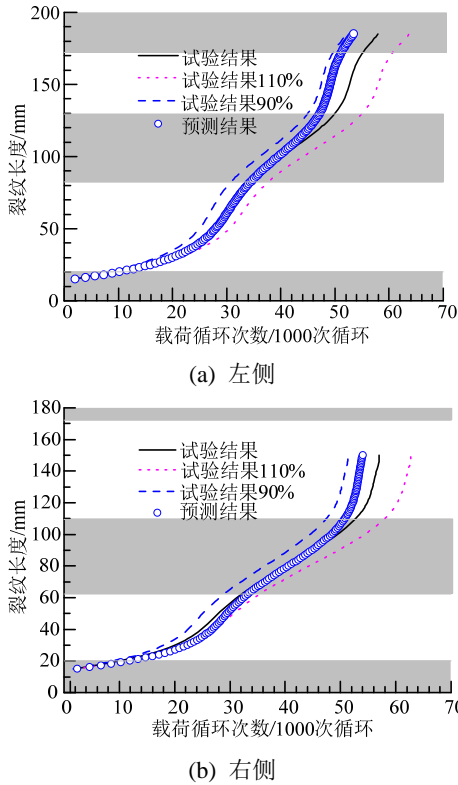


图9 机身壁板试验结果

Fig.9 Comparison of predicted and test data for fuselage panels

由图8可以看出，对于M(T)试验件，由随机谱和五级块谱的各级加重谱下裂纹扩展曲线分别预测得到的对应基准谱下结果，与基准谱下试验结果的差别均在15%之内；由三级块谱加重谱下裂纹扩展曲线预测得到的基准谱下结果，与基准谱下试验结果的差别均在10%以内。

由图9可以看出，对于机身壁板试验件，由1.1倍加重谱下裂纹扩展曲线预测得到的对应基准谱下结果，与基准谱下试验结果的差别均在10%之内。

因此，对于本文中四种载荷谱型下的M(T)和机身壁板试验件，式(11)均可得到满足工程精度要求的预测结果。

#### 4.3 加重对断口形貌的影响分析

载荷谱加重的原则之一是不能改变结构的破坏模式。为了验证此原则，对所有试验件进行了破坏断口分析。分析发现，所有试验件均沿预制裂纹截面破坏，且载荷谱加重前后，试验件断口形貌一

致。图10以随机谱为例，给出了基准谱与各级加重谱下的M(T)试验件断口形貌对比。由图10可以看到，在原谱和各级加重谱作用下，M(T)试验件断口初始均为光滑的疲劳扩展区形貌，疲劳扩展区后部可看到明显的疲劳条带，最后均为静拉破坏形貌。

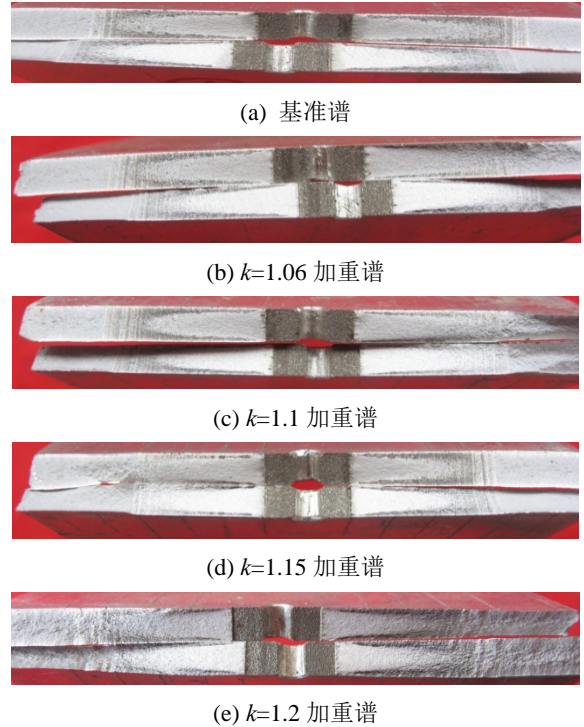


图10 各随机载荷谱下M(T)试验件典型断口  
Fig.10 Representative fracture morphology of M(T) specimens under baseline and enhanced random spectra

对于M(T)试验件，由净截面屈服判据<sup>[16]</sup>得：

$$(w - a_c)B(\lambda\sigma_{ys}) = wB\sigma_n \quad (12)$$

式中： $w$ 为试验件宽度； $a_c$ 为临界裂纹长度； $B$ 为试验件厚度； $\lambda$ 为净截面屈服应力修正因子； $\sigma_{ys}$ 为材料屈服应力； $\sigma_n$ 为试验件名义应力。

对式(12)进行简单变换，可得：

$$\frac{w - a_c}{\sigma_n} = \frac{w}{\lambda\sigma_{ys}} \quad (13)$$

如果将名义应力放大 $k$ 倍，临界裂纹长度变为 $a_{ck}$ ，则由式(13)可得：

$$\frac{w - a_{ck}}{w - a_c} = k \quad (14)$$

用台式读数显微镜(20倍)对M(T)试验件断口进行测量，得到各试验件的临界裂纹长度值，并取每种载荷谱下各试验件测量结果的均值，由式(14)计算加重谱下临界裂纹长度相对基准谱下结果的变化，见表7。

表 7 M(T)临界裂纹长度

Table 7 Critical crack lengths of M(T) specimens

载荷谱	$(w-a_{ck})/(w-a_c)$		
	随机谱	五级块谱	三级块谱
$k=1.06$ 加重谱	1.035	1.058	1.036
$k=1.10$ 加重谱	1.066	1.072	1.099
$k=1.15$ 加重谱	1.140	1.103	1.117
$k=1.20$ 加重谱	1.197	1.162	1.164

由表7可以看到,随着载荷谱加重比例增大,试验件临界裂纹长度缩短,且其变化趋势与式(14)基本吻合。因此,使用载荷谱等比例加重技术,应考虑其对结构临界裂纹长度的影响。对于金属薄壁结构,可参考式(14)分析加重比例对临界裂纹长度的影响。

## 5 结论

由上述试验结果和分析结果可以得到如下结论:

(1) 按文中给出的载荷谱等比例加重方法进行疲劳裂纹扩展试验,可以显著缩短试验周期,且不改变结构破坏模式。

(2) 对载荷谱等比例加重后进行裂纹扩展试验,可根据式(11)预测原载荷谱下的结构裂纹扩展性能,预测误差小于15%,满足工程精度要求。

(3) 使用载荷谱等比例加重技术,应考虑其对结构临界裂纹长度的影响。对于金属薄壁结构,可参考式(14)分析加重比例对临界裂纹长度的影响。

### 参考文献:

- [1] AC 25.271-1D, Advisory circular—damage tolerance and fatigue evaluation of structure [S]. 2011.
- [2] Bao Rui, Zhang Xiang. Fatigue crack growth behavior and life prediction for 2324-T39 and 7050-T7451 aluminium alloys under truncated load spectra [J]. International Journal of Fatigue, 2010, 32:1180-1189.
- [3] Giancaspro J, Taam W, Wong R. Modified joint weibull approach to determine Load Enhancement Factors [J]. International Journal of Fatigue, 2009, 31: 782—790.
- [4] MIL-HDBK-17F-3, Composite materials handbook: Volume 3: Polymer matrix composites materials usage, design and analysis [S]. 2002.
- [5] Brandecker B, Hilgert R. A320 full scale structural testing for fatigue and damage tolerance certification of metallic and composite structure [C]. Jerusalem, Israel: Proceeding of 16 ICAS, 1988: 1244—1256.
- [6] 杨乃宾. 复合材料飞机结构验证试验载荷放大系数法 [J]. 北京航空航天大学学报, 1996, 22(4): 5—10.

Yang Naibin. Load enhancement factor of certification testing for composite aircraft structures [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 1996, 22(4): 5—10. (in Chinese)

- [7] Paris P, Erdogan F A. Critical analysis of crack growth laws[J]. Journal of Basic Engineering, 1963, 85(3): 528—535.
- [8] Walker K. The Effect of stress ratio during crack propagation and fatigue for 2024-T3 and 7075-T6 aluminum [C]. Philadelphia, PA: American Society for Testing and Materials, 1970: 1—14.
- [9] 沙宇, 张嘉阵, 白士刚, 周振功. 拉-压循环加载下铝合金疲劳裂纹扩展的压载荷效应研究[J]. 工程力学, 2012, 29(10): 327—334.  
Sha Yu, Zhang Jiazhen, Bai Shigang, Zhou Zhengong. Study on the effect of compression loading on fatigue crack growth of aluminium under tension-compression cycle [J]. Engineering Mechanics, 2012, 29(10): 327—334. (in Chinese)
- [10] 丁振宇, 王效贵, 高增梁. 加载历史和裂纹闭合对疲劳裂纹扩展行为影响的数值模拟[J]. 工程力学, 2013, 30(8): 244—250.  
Ding Zhenyu, Wang Xiaogui, Gao Zengliang. Numerical simulation of the effect of loading history and crack closure on crack propagation behaviour [J]. Engineering Mechanics, 2013, 30(8): 244—250. (in Chinese)
- [11] Schijve J. Fatigue crack growth predictions for variable-amplitude and spectrum loading [J]. Proc Fatigue, 1987, 87: 1685—720.
- [12] Wheeler O E. Spectrum loading and crack growth [J]. Transaction of the ASME, J Basic Eng, 1972, 3: 181—186.
- [13] Gallagher J P. A generalized development of yield-zone models [R]. Wright-Patterson Air Force Base, Ohio: Air Force Flight Dynamics Laboratory, 1974: 1—12.
- [14] Elber W. The significance of fatigue crack closure, damage tolerance in aircraft structures [C]. West Conshohocken, PA: American Society for Testing and Materials, 1971: 230—242.
- [15] Fu Xiangjion. Prediction of fatigue life with an equivalent damage model [J]. Engineering Fracture Mechanics, 1989, 34: 1241—1248.
- [16] 薛景川, 弓云昭, 张茂, 等. 民机机金属薄壁结构静强度、耐久性/损伤容限综合强度设计和分析研究[J]. 结构强度研究, 2009, 3(65): 1—4.  
Xue Jingchuan, Gong Yunzhao, Zhang Mao, et al. The integrating strength design and analysis method on stall strength, durability/damage tolerance for civil aircraft metal thin wall structures [J]. Structure and Strength Research, 2009, 3(65): 1—4. (in Chinese)