山东师范大学

硕士研究生入学考试试题

考试科目名称：离散数学　　　　　　　　　　试题编号：858

注意事项：1. 本试卷共 7 道大题（共计 9 个小题），满分 150 分；
2. 本卷属试题卷，答题另有答题卷，答案一律写在答题卷上，写在该试题卷上或草纸上均无效。要注意试卷清洁，不要在试卷上涂划；
3. 必须用蓝、黑钢笔或圆珠笔答题，其它均无效。
4. 是否允许使用普通计算器＿＿否＿＿。

* *

一、本题共 2 小题，满分 30 分。

设 $A=\{1,2,3,4\}$，R 为 $A\times A$ 上的二元关系，$\forall <a,b>,<c,d>\in A\times A$，

$$<a,b>R<c,d>\Leftrightarrow a+b=c+d$$。

1.（15 分）证明 R 为等价关系；

2.（15 分）求 R 导出的划分。

二、本题共 1 小题，满分 15 分。

证明：设连通平面图 G，共有 |V|个节点，|E| 条边，|F| 个平面，则有：|V|+|F|-|E|=2 成立。

三、本题共 1 小题，满分 10 分。

证明：设 M 是一个集合，记 M 的幂集为 $T=\rho(M)$。则 M 的基数小于 T 的基数，即 $K(M)<K(T)$。

四、本题共 2 小题，满分 30 分。

1.（15 分）简述连通图 G 中产生生成树的 Kruskal 算法。

2.（15 分）证明由 Kruskal 算法产生的生成树是最小的。

五、本题共 1 小题，满分 20 分。

证明 $(\forall x)(P(x)\vee Q(x))\Rightarrow(\forall x)P(x)\vee(\exists x)Q(x)$。

六、本题共 1 小题，满分 20 分。

证明 $a\to(b\to c),\neg d\vee a,b$ 重言蕴含 $d\to c$。

七、本题共 1 小题，满分 25 分。

设 G 是一个图，$\kappa(G),\lambda(G),\delta(G)$ 分别表示图的连通度、边连通度和最小度。证明 $\kappa(G)\le\lambda(G)\le\delta(G)$。