山 东 师 范 大 学

硕士研究生入学考试试题

考试科目名称：高等数学 B　　　　　　　　试题编号：726

注意事项：1. 本试卷共 3 道大题（共计 16 个小题），满分 150 分；
2. 本卷属试题卷，答题另有答题卷，答案一律写在答题卷上，写在该试题卷上或草纸上均无效。要注意试卷清洁，不要在试卷上涂划；
3. 必须用蓝、黑钢笔或圆珠笔答题，其它均无效。
4. 是否允许使用普通计算器____是____。

* *

一、填空题（6 小题，每题 7 分共 42 分。直接写出答案）。

1. 行列式 $\begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & c & -1 \\ 0 & 1 & d \end{vmatrix} =$ ________。

2. $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}^{-1} =$ __________。

3. 设 $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x+2a}{x-a}\right)^x = 8$，则 $a =$ ______________。

4. 设函数 $y = y(x)$ 由 $\begin{cases} x = t - \ln(1+t) \\ y = t^3 + t^2 \end{cases}$ 确定，则 $\dfrac{dy}{dx} =$ __________。

5. $\displaystyle\int \frac{\tan x}{\sqrt{\cos x}}dx =$ __________。

6. 下列级数的和为 $\displaystyle\sum_{n=22}^{\infty}\frac{1}{n(n+1)} =$ __________。

二、证明及判断题（4 小题，每题 9 分共 36 分。证明要有必要步骤；判断要写明理由）。

7. 设矩阵 $A, B, A+B$ 皆可逆，证明：$(A^{-1}+B^{-1})^{-1} = B(A+B)^{-1}A$。

8. 设 $\alpha_1 = (1,0,1), \alpha_2 = (0,1,1), \alpha_3 = (1,1,0)$。证明 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性无关。

9. 判断正项级数的收敛性：$\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n n!}{n^n}$

10. 判断变号级数的收敛性：$\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{\ln(1+n)}{1+n}$

三、解答题（6小题，每题 12 分共 72 分。解答应写出详细文字说明或演算步骤）。

11. 求下列线性方程组的解 $\begin{cases}5x_1+x_3=7\\2x_1+x_2+x_3=-7\\2x_1-x_3=0\end{cases}$。

12. 设函数 $y=y(x)$ 由 $2y^3-2y^2+2xy-x^2=1$ 确定。求 $y=y(x)$ 的极值点，并判断是什么极值。

13. 求极限 $\lim\limits_{x\to+0}\left(\dfrac{2+e^{\frac{1}{x}}}{1+e^{\frac{4}{x}}}+\dfrac{\sin x}{x}\right)$。

14. 设 $z=z(x,y)$ 由下列方程确定：$\dfrac{x}{z}=\ln\dfrac{z}{y}$，计算 $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ 的值。

15. 求星形线 $x=a\cos^3 t, y=a\sin^3 t, a>0$ 所围成的图形的面积。

16. 计算积分 $I=\iint\limits_D \arctan\dfrac{y}{x}dxdy$，其中 D 为曲线 $x^2+y^2=4, x^2+y^2=1$ 与 $y=x, y=0$ 所围成的第一象限区域。