

中山大学

二〇一五年攻读硕士学位研究生入学考试试题

科目代码: 606

科目名称: 高等数学 B (单考)

考试时间: 12月28日 上午

考生须知
全部答案一律写在答题纸
上, 答在试题纸上的不计分! 答
题要写清题号, 不必抄题。

一、单项选择题 (每小题5分, 共30分)

- () 1. $f(x) = |x \sin x| e^{\cos x}$ 是
(A) 奇函数 (B) 偶函数 (C) 无界函数 (D) 周期函数
- () 2. 设 $f(x)$ 在 x_0 处可导, $g(x)$ 在 x_0 点不连续, 则 $f(x)g(x)$ 在 x_0 点
(A) 必不连续 (B) 可能连续, 必不可导
(C) 可能可导, 但导数必不连续 (D) 可能存在任意阶导数
- () 3. 已知 $\int_0^{+\infty} \frac{\sin x}{x} dx = \frac{\pi}{2}$ 则 $\int_0^{+\infty} \frac{\sin^2 x}{x^2} dx =$
(A) π (B) 2π (C) $\frac{\pi}{2}$ (D) $\pi - 1$
- () 4. 设 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n y_n = 0$, 则下列断言正确的是
(A) 若 x_n 发散, 则 y_n 发散. (B) 若 x_n 无界, 则 y_n 必有界.
(C) 若 x_n 有界, 则 y_n 必为无穷小. (D) 若 $1/x_n$ 无穷小, 则 y_n 必为无穷小.
- () 5. 设 $f(x+y, \frac{y}{x}) = x^2 - y^2$, 则 $f(x+y) =$
(A) $(x+y)^2 - (\frac{y}{x})^2$ (B) $x^2 \frac{1-y}{1+y}$ (C) $x \frac{1-y}{1+y}$ (D) $x^2 - y^2$
- () 6. 设 $g(x) = \int_0^1 e^{tx} dt - 1$, $f(x) = \int_0^{x^2} \sin t^2 dt$, 则当 $x \rightarrow 0$ 时, $g(x)$ 是 $f(x)$ 的
(A) 同阶但非等价无穷小 (B) 等价无穷小
(C) 高阶无穷小 (D) 低阶无穷小

二、填空题（每小题 5 分，共 40 分）

1. $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1-x}{x} \right) = \underline{\hspace{2cm}}$

2. 已知 $y = e^{x^3}$ ，则 $\frac{dy}{dx} = \underline{\hspace{2cm}}$

3. 已知 $y = \ln \tan x$ ，则 $\frac{dy}{dx} = \underline{\hspace{2cm}}$

4. 已知 $y = ax^2 + b$ ，则 $y'' = \underline{\hspace{2cm}}$

5. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - x}{x^2 \sin x} = \underline{\hspace{2cm}}$

6. 设 $f(x) = \ln|\tan x + \sec x|$ ，则 $f'(x) = \underline{\hspace{2cm}}$

7. 设 $f(x) = \sqrt{4+x^2}$ ，则 $f\left(\frac{1}{a}\right) = \underline{\hspace{2cm}}$

8. 已知 $y = \sqrt[3]{x+1}$ ，则其反函数为 $\underline{\hspace{2cm}}$

三、(20 分) 求函数 $f(x) = (x^2 - 1)^3 + 1$ 的极值

四、(20 分) 求不定积分 $\int \frac{1 - \cos^2 x}{\sin x} dx$ 的值

五、(20 分) 求 $\frac{dy}{dx} = 3xy + xy^2$ 的通解

六、(20 分) 求椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 在点 $M(x_0, y_0)$ 处的切线方程。