

# 基于干扰估计的航天器大角度姿态 机动鲁棒次优控制

张银辉, 杨华波, 江振宇, 张为华

(国防科学技术大学航天科学与工程学院, 长沙 410073)

**摘要:** 针对存在系统参数不确定与外界干扰的航天器大角度姿态机动问题, 提出一种基于干扰估计的鲁棒次优控制方法。该方法通过引入总干扰的概念, 将不确定参数与外界干扰对系统的影响统一为各控制通道总干扰, 而后采用非线性干扰观测器实现对系统总干扰的估计; 借鉴状态相关的黎卡提方程(SDRE)方法, 将系统模型改写为状态相关的线性形式, 并采用近似方法实现基于干扰估计的次优控制参数的在线求解。通过对航天器大角度姿态机动问题的仿真分析, 校验所提方法不仅较传统 SDRE 方法计算效率更高, 而且较大程度上提高系统对参数偏差与外界干扰的鲁棒性能。

**关键词:** 非线性干扰观测器; 状态相关的黎卡提方程; 次优控制; 大角度姿态机动; 鲁棒控制

**中图分类号:** V448      **文献标识码:** A      **文章编号:** 1000-1328(2015)10-1148-07

**DOI:** 10.3873/j.issn.1000-1328.2015.10.008

## Spacecraft Large Angle Attitude Maneuver Robust Suboptimal Control Based on Disturbance Estimation

ZHANG Yin-hui, YANG Hua-bo, JIANG Zhen-yu, ZHANG Wei-hua

(College of Aerospace Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

**Abstract:** An improved disturbance estimation based robust suboptimal control is proposed for a class of spacecraft large angle attitude maneuver problem with parameter uncertainty and external disturbance in this paper. Firstly, the integrated effect of the system uncertainty and external disturbance is regarded as the lumped disturbance can be estimated by the nonlinear disturbance observer. And then the system is reconstructed as a state-dependent coefficient linear system, and an approximate method is used to online solve the suboptimal control by means of the optimal value of the state-dependent algebra Riccati equation. Considering the spacecraft large angle attitude maneuver problem, simulation results have demonstrated that the proposed approach not only performs the efficient calculation compared with the traditional state-dependent Riccati equation method, but also significantly enhances the robustness towards the parameter uncertainty and external disturbance.

**Key words:** Nonlinear disturbance observer; State-dependent Riccati equation; Suboptimal control; Large angle attitude maneuver; Robust control

### 0 引言

航天器姿态控制系统是进行姿态捕获、初始定向、消除姿态翻滚、进行编队飞行与空间交会对接的关键组成部分, 是确保其稳定工作、顺利完成各项任务

务的中枢系统。据统计有多达 20% 的航天器失效是由于姿态控制系统的原因<sup>[1]</sup>。近年来, 为进一步提高航天器姿态控制精度, 特别是确保大角度机动时的稳定性与鲁棒性, 各种非线性控制方法得到广泛研究, 如动态逆控制<sup>[2]</sup>、滑模变结构控制<sup>[3-4]</sup>、鲁

棒控制<sup>[5]</sup>、反步法<sup>[6-7]</sup>、自适应控制<sup>[8]</sup>与各类智能控制<sup>[9-10]</sup>等。

相对于上述非线性控制,基于状态相关的黎卡提方程(State-Dependent Riccati Equation, SDRE)控制通过引入状态相关系数(State-Dependent Coefficient, SDC)矩阵,将非线性系统模型转化为具有线性形式的模型,而后基于经典线性控制理论,即可得到具有最优控制性能的控制器的,在航天器姿态控制中得到了广泛应用<sup>[11-15]</sup>。然而,由于 SDRE 控制方法需要在线进行代数黎卡提方程求解,对弹载计算机计算能力提出较高要求。为解决计算效率问题,Xin 等提出一种  $\theta - D$  方法<sup>[16-20]</sup>,通过在最优代价函数中引入摄动项,实现一种求解次优控制解的计算算法,并作为最优控制与计算效率的较好折衷,得到后续广泛的应用研究<sup>[21-22]</sup>。

由于航天器长期在轨运行,其物理参数的不确定性与多种内部或外部干扰的作用,均会严重影响航天器的姿态控制性能,给姿态控制系统设计带来较大困难。为此一方面可以通过设计具有较强鲁棒性的控制律达到抑制系统不确定与干扰的目的,另一方面也可以通过系统不确定与干扰的估计,并将其引入控制器结构中,以达到增强控制器鲁棒性能的目的。由于方法一设计较为复杂,对系统不确定模型建模要求较高,因此基于干扰估计的方法显得更具工程应用价值。Xia 等<sup>[23]</sup>将系统不确定与外界干扰看作总干扰,而后采用扩张状态观测器进行估计,从而设计了基于扩张状态观测器的滑模控制方法,进一步提高滑模控制的鲁棒性能,并通过仿真校验了该方法对系统内部不确定与外界干扰的强鲁棒性,以及对飞行姿态的高精度跟踪性能。She 等<sup>[24]</sup>通过将系统不确定与干扰统一等效为控制输入偏差,提出基于等效输入干扰的方法,从而为解决非匹配不确定问题提供了一种研究思路。在此基础上,Li 等<sup>[25]</sup>提出基于等效输入干扰与扩张状态观测器的鲁棒控制方法,实现对系统不确定与干扰具有较强抑制能力的导弹纵向通道自动驾驶仪的设计。然而上述方法均是在线性系统条件下进行设计的,为将干扰估计思想扩展到非线性系统,Chen<sup>[26]</sup>在动态逆控制基础上,通过引入非线性干扰观测器,实现复杂不确定与干扰条件下非线性战术导弹攻角指令的精确跟踪控制。相比于扩张状态观测器而言,非

线性干扰观测器虽然仅可以实现对总干扰的估计,但其能够适用各类线性与非线性系统模型,具有更为广泛的应用前景。

本文引入非线性干扰观测器,实现对系统不确定与外界干扰的估计,并结合  $\theta - D$  方法,提出一种利用干扰估计的鲁棒  $\theta - D$  次优姿态控制方法。首先采用非线性干扰观测器对参数不确定与外界干扰造成的总干扰进行估计,而后将估计值代入控制模型,设计具有 SDC 矩阵的线性系统,并采用  $\theta - D$  方法实现黎卡提方程的次优求解,完成次优控制器的设计。通过对航天器大角度姿态机动仿真,结果表明所设计的非线性干扰观测器能够很好实现对总干扰的估计,且通过引入干扰估计量,使得次优控制器具有更强的鲁棒性与姿态跟踪控制性能。

## 1 非线性姿态误差动力学建模

建立刚性航天器非线性姿态动力学模型为

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{q}} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -\boldsymbol{\omega}^\times & \boldsymbol{\omega} \\ -\boldsymbol{\omega}^\top & 0 \end{bmatrix} \boldsymbol{q} \\ \boldsymbol{J}\dot{\boldsymbol{\omega}} = -\boldsymbol{\omega}^\times \boldsymbol{J}\boldsymbol{\omega} + \boldsymbol{u} + \boldsymbol{d} \end{cases} \quad (1)$$

式中:  $\boldsymbol{q} = [q_1 \ q_2 \ q_3 \ q_4]^\top = [\boldsymbol{q}_v \ q_4]^\top$  表示航天器姿态单位四元数,即有  $\|\boldsymbol{q}\|_2 = 1$ ;  $\boldsymbol{\omega}$  表示航天器姿态角速度矢量,  $\boldsymbol{u}, \boldsymbol{d}$  分别表示航天器控制力矩与其所受到的外界干扰;  $\boldsymbol{J}$  表示航天器转动惯量矩阵,有

$$\boldsymbol{J} = \begin{bmatrix} J_{11} & J_{12} & J_{13} \\ J_{21} & J_{22} & J_{23} \\ J_{31} & J_{32} & J_{33} \end{bmatrix} \quad (2)$$

运算符  $\boldsymbol{a}^\times$  表示对任意向量  $\boldsymbol{a} = [a_1 \ a_2 \ a_3]^\top$  有

$$\boldsymbol{a}^\times = \begin{bmatrix} 0 & -a_3 & a_2 \\ a_3 & 0 & -a_1 \\ -a_2 & a_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

取航天器期望姿态角四元数  $\hat{\boldsymbol{q}}$  为

$$\dot{\hat{\boldsymbol{q}}} = \begin{bmatrix} \hat{\boldsymbol{q}}_v \\ \hat{q}_4 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -\hat{\boldsymbol{\omega}}^\times & \hat{\boldsymbol{\omega}} \\ -\hat{\boldsymbol{\omega}}^\top & 0 \end{bmatrix} \hat{\boldsymbol{q}} \quad (4)$$

式中:  $\hat{\boldsymbol{\omega}}$  为航天器期望角速度。

定义姿态角跟踪误差四元数为

$$\tilde{\boldsymbol{q}} = \begin{bmatrix} \tilde{\boldsymbol{q}}_v \\ \tilde{q}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{q}_v^\times - q_4 \boldsymbol{I}_{3 \times 3} & \boldsymbol{q}_v \\ \boldsymbol{q}_v^\top & q_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\boldsymbol{q}}_v \\ \hat{q}_4 \end{bmatrix} \quad (5)$$

则有

$$\dot{\tilde{\mathbf{q}}} = \begin{bmatrix} \dot{\tilde{\mathbf{q}}}_v \\ \dot{\tilde{q}}_4 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{q}}_v^\times + \tilde{q}_4 \mathbf{I}_{3 \times 3} \\ -\tilde{\mathbf{q}}_v^\top \end{bmatrix} \tilde{\boldsymbol{\omega}} \quad (6)$$

由于姿态角跟踪误差四元数为单位四元数,即有  $\|\tilde{\mathbf{q}}\|_2 = 1$ , 则对姿态角跟踪控制时, 只需实现对误差四元数中  $\tilde{\mathbf{q}}_v$  的镇定即可, 由此, 将式(6)进一步改写为

$$\dot{\tilde{\mathbf{q}}}_v = \frac{1}{2} (\tilde{\mathbf{q}}_v^\times + \tilde{q}_4 \mathbf{I}_{3 \times 3}) \tilde{\boldsymbol{\omega}} \quad (7)$$

定义角速度跟踪误差  $\tilde{\boldsymbol{\omega}} = \boldsymbol{\omega} - \mathbf{C}\hat{\boldsymbol{\omega}}$ , 其中  $\mathbf{C}$  为目标姿态体系至当前姿态体系的转换矩阵, 可用姿态误差四元数表示为

$$\mathbf{C} = (1 - 2\tilde{\mathbf{q}}_v^\top \tilde{\mathbf{q}}_v) \mathbf{I}_{3 \times 3} + 2\tilde{\mathbf{q}}_v \tilde{\mathbf{q}}_v^\top - 2\tilde{q}_4 \tilde{\mathbf{q}}_v^\times \quad (8)$$

则角速度跟踪误差动态为

$$\begin{aligned} \mathbf{J}\dot{\tilde{\boldsymbol{\omega}}} = & -(\tilde{\boldsymbol{\omega}} + \mathbf{C}\hat{\boldsymbol{\omega}})^\times \mathbf{J}(\tilde{\boldsymbol{\omega}} + \mathbf{C}\hat{\boldsymbol{\omega}}) + \\ & \mathbf{J}(\tilde{\boldsymbol{\omega}}^\times \mathbf{C}\hat{\boldsymbol{\omega}} - \mathbf{C}\hat{\boldsymbol{\omega}}) + \mathbf{u} + \mathbf{d} \end{aligned} \quad (9)$$

由此可知, 对航天器姿态跟踪的控制, 其实质即为对式(7)与式(9)进行调节器设计。

## 2 利用干扰估计的鲁棒 $\theta - D$ 次优控制

### 2.1 非线性干扰观测器设计

考虑系统模型中转动惯量不确定性与外界干扰对姿态角速度的影响, 则航天器姿态角速度误差动力学可表示为

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{\boldsymbol{\omega}}} = & (\mathbf{J}_0 + \Delta \mathbf{J})^{-1} (-\boldsymbol{\omega}^\times \mathbf{J} \boldsymbol{\omega} + \mathbf{u} + \mathbf{d}) + \\ & \tilde{\boldsymbol{\omega}}^\times \mathbf{C}\hat{\boldsymbol{\omega}} - \mathbf{C}\hat{\boldsymbol{\omega}} = \mathbf{J}_0^{-1} (\mathbf{u} + \bar{\mathbf{d}} + \mathbf{N}) \end{aligned} \quad (10)$$

式中:  $\mathbf{J}_0$  表示标称转动惯量, 总干扰  $\bar{\mathbf{d}}$  为转动惯量偏差  $\Delta \mathbf{J}$  与外界干扰  $\mathbf{d}$  对系统的总作用效果, 非线性项  $\mathbf{N}$  为

$$\mathbf{N} = -\boldsymbol{\omega}^\times \mathbf{J}_0 \boldsymbol{\omega} + \mathbf{J}_0 (\tilde{\boldsymbol{\omega}}^\times \mathbf{C}\hat{\boldsymbol{\omega}} - \mathbf{C}\hat{\boldsymbol{\omega}}) \quad (11)$$

由于航天器姿态角及角速度可以实时测量得到, 且已知期望姿态角及角速度, 则角速度跟踪误差及矩阵  $\mathbf{C}$  亦可在线得到, 因此采用非线性干扰观测器对系统总干扰进行观测, 有

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{z}} = -\mathbf{l}(\tilde{\boldsymbol{\omega}}) \mathbf{J}_0^{-1} [\mathbf{z} + \mathbf{p}(\tilde{\boldsymbol{\omega}}) + \mathbf{u} + \mathbf{N}] \\ \hat{\bar{\mathbf{d}}} = \mathbf{z} + \mathbf{p}(\tilde{\boldsymbol{\omega}}) \end{cases} \quad (12)$$

式中:  $\mathbf{p}(\tilde{\boldsymbol{\omega}})$  为设计的非线性函数, 且有非线性观测增益  $\mathbf{l}(\tilde{\boldsymbol{\omega}})$  为

$$\mathbf{l}(\tilde{\boldsymbol{\omega}}) = \frac{\partial \mathbf{p}(\tilde{\boldsymbol{\omega}})}{\partial \tilde{\boldsymbol{\omega}}} \quad (13)$$

假设总干扰  $\bar{\mathbf{d}}$  为慢时变的, 即航天器转动惯量变化较慢, 且外界干扰亦为慢变的, 则有  $\dot{\bar{\mathbf{d}}} \approx 0$ 。定义总干扰估计误差  $\mathbf{e}_d = \hat{\bar{\mathbf{d}}} - \bar{\mathbf{d}}$ , 对其微分有

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{e}}_d = & \dot{\hat{\bar{\mathbf{d}}}} - \dot{\bar{\mathbf{d}}} = -\mathbf{l}(\tilde{\boldsymbol{\omega}}) \mathbf{J}_0^{-1} \mathbf{e}_d - \dot{\bar{\mathbf{d}}} \approx \\ & -\mathbf{l}(\tilde{\boldsymbol{\omega}}) \mathbf{J}_0^{-1} \mathbf{e}_d \end{aligned} \quad (14)$$

由此可知, 通过设计适当的非线性函数  $\mathbf{p}(\tilde{\boldsymbol{\omega}})$ , 使得非线性观测器增益  $\mathbf{l}(\tilde{\boldsymbol{\omega}})$  能够确保总干扰估计误差动态(14)稳定, 即可确保总干扰的估计误差为有界稳定的。特别地, 当总干扰为常值时, 其估计误差为渐近稳定的。

### 2.2 利用干扰估计的鲁棒控制器设计

由于系统转动惯量不确定性与外界干扰难以实时测量得到, 通过引入上节得到的总干扰估计值, 利用干扰估计设计鲁棒控制器, 从而实现航天器姿态跟踪对系统不确定与外界干扰的较强抑制性能。

将干扰估计值代入跟踪误差模型, 并取控制量

$$\mathbf{u} = \mathbf{v} - \hat{\bar{\mathbf{d}}} - \mathbf{N} \quad (15)$$

式中:  $\mathbf{v}$  为虚拟控制量, 而后将式(15)代入角速度跟踪误差模型(10), 考虑姿态角跟踪误差(7), 有

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}(\mathbf{x}) \mathbf{x} + \mathbf{B}(\mathbf{v} - \mathbf{e}_d) \quad (16)$$

式中:  $\mathbf{x} = [\tilde{\mathbf{q}}_v^\top \quad \tilde{\boldsymbol{\omega}}^\top]^\top$  为误差模型系统状态,  $\mathbf{A}(\mathbf{x})$ ,  $\mathbf{B}$  为系统状态与控制系数矩阵, 即

$$\begin{cases} \mathbf{A}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2} (\tilde{\mathbf{q}}_v^\times + \tilde{q}_4 \mathbf{I}_{3 \times 3}) \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \\ \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{J}_0^{-1} \end{bmatrix} \end{cases} \quad (17)$$

假设总干扰估计误差  $\mathbf{e}_d$  为小量, 则取代价函数

$$J_c = \frac{1}{2} \int_0^\infty (\mathbf{x}^\top \mathbf{Q} \mathbf{x} + \mathbf{v}^\top \mathbf{R} \mathbf{v}) dt \quad (18)$$

式中:  $\mathbf{Q}, \mathbf{R}$  分别为加权矩阵, 且均为正定的, 则对应的 Hamilton-Jacobi-Bellman (HJB) 方程为

$$\left[ \frac{\partial V}{\partial \mathbf{x}} \right]^\top \mathbf{A}(\mathbf{x}) - \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial V}{\partial \mathbf{x}} \right]^\top \mathbf{B} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^\top \frac{\partial V}{\partial \mathbf{x}} + \frac{1}{2} \mathbf{x}^\top \mathbf{Q} \mathbf{x} = 0 \quad (19)$$

式中:  $V(\mathbf{x})$  为考虑约束条件(16)中估计误差  $\mathbf{e}_d = 0$  时的最优代价函数, 而对应的最优控制器为

$$\mathbf{v} = -\mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^\top \frac{\partial V}{\partial \mathbf{x}} \quad (20)$$

将最优控制器(20)代入误差模型(16), 进一步

可求得

$$\dot{V} = -\frac{1}{2}\mathbf{x}^T\mathbf{Q}\mathbf{x} - \frac{1}{2}\left[\frac{\partial V}{\partial \mathbf{x}}\right]^T \mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T \frac{\partial V}{\partial \mathbf{x}} + \left[\frac{\partial V}{\partial \mathbf{x}}\right]^T \mathbf{B}\mathbf{e}_d \quad (21)$$

由于式(21)中前两项均为负,且总干扰估计误差  $\mathbf{e}_d$  动态为有界稳定的,因此总存在一个值  $M$ ,使得状态  $\|\mathbf{x}\| > M$  时有  $\dot{V} < 0$ ,即误差模型方程亦为有界稳定的。特别地,当总干扰估计误差  $\mathbf{e}_d$  动态模型为渐近稳定时,存在时间点  $T_c$ ,当  $t > T_c$  时有  $\dot{V} < 0$ ,即误差模型方程亦为渐近稳定的。

### 2.3 $\theta - D$ 次优控制器设计

由上节可知,航天器姿态跟踪控制器的设计,即为对 HJB 方程(19)的求解过程。由于系统模型状态系数矩阵  $\mathbf{A}(\mathbf{x})$  为状态相关的,为便于计算,在各个控制周期内,可将矩阵  $\mathbf{A}(\mathbf{x})$  近似取为常系数矩阵  $\mathbf{A}(\mathbf{x}_0)$ ,其中  $\mathbf{x}_0$  为当前时刻系统状态,则对应的 HJB 方程即退化为代数黎卡提方程

$$\mathbf{A}^T(\mathbf{x}_0)\mathbf{P} + \mathbf{P}\mathbf{A}(\mathbf{x}_0) - \mathbf{P}\mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{P} + \mathbf{Q} = 0 \quad (22)$$

相应的最优控制律即为

$$\mathbf{v} = -\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{P}\mathbf{x} \quad (23)$$

由于代数黎卡提方程的求解需要迭代优化,对于本文航天器姿态跟踪控制来说,即需要在各控制周期内进行在线优化,从而使得控制器的计算时长大幅增加,对弹载计算机提出较高要求。为提高控制器计算效率,采用  $\theta - D$  方法对 HJB 方程进行近似求解,尽管无法达到最优控制,但得到的优控制器依然能够保证控制精度,而控制器的鲁棒性则主要由对总干扰的估计补偿实现。

给代价函数加入一个摄动量,即有

$$J_{sc} = \frac{1}{2}\int_0^\infty [\mathbf{x}^T(\mathbf{Q} + \sum_{i=1}^\infty \mathbf{D}_i\theta^i)\mathbf{x} + \mathbf{v}^T\mathbf{R}\mathbf{v}]dt \quad (24)$$

式中:  $\mathbf{Q} + \sum_{i=1}^\infty \mathbf{D}_i\theta^i$  为半正定的。

将姿态跟踪误差动态模型改写为

$$\dot{\mathbf{x}} = \left[\mathbf{A}_0 + \theta \frac{\mathbf{A}(\mathbf{x}) - \mathbf{A}_0}{\theta}\right]\mathbf{x} + \mathbf{B}(\mathbf{v} - \mathbf{e}_d) \quad (25)$$

式中:矩阵  $\mathbf{A}_0$  为不依赖系统状态的已知常数矩阵。

对应摄动代价函数式的 HJB 方程为

$$\begin{aligned} & \left[\frac{\partial V}{\partial \mathbf{x}}\right]^T \mathbf{A}(\mathbf{x}) - \frac{1}{2}\left[\frac{\partial V}{\partial \mathbf{x}}\right]^T \mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T \frac{\partial V}{\partial \mathbf{x}} + \\ & \frac{1}{2}\mathbf{x}^T(\mathbf{Q} + \sum_{i=1}^\infty \mathbf{D}_i\theta^i)\mathbf{x} = 0 \end{aligned} \quad (26)$$

则取 Lyapunov 函数对系统状态的偏导数为

$$\frac{\partial V}{\partial \mathbf{x}} = \sum_{i=0}^\infty \mathbf{T}_i(\mathbf{x}, \theta)\theta^i\mathbf{x} \quad (27)$$

式中:  $\mathbf{T}_i(\mathbf{x}, \theta)$  为通过下列推导求解得到的量。

将式(27)代入式(26),并取  $\theta$  幂函数的系统均为 0,可得扰动方程组

$$\begin{cases} \mathbf{T}_0\mathbf{A}_0 + \mathbf{A}_0^T\mathbf{T}_0 - \mathbf{T}_0\mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{T}_0 + \mathbf{Q}_0 = 0 \\ \mathbf{T}_1(\mathbf{A}_0 - \mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{T}_0) + (\mathbf{A}_0 - \mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{T}_0)^T\mathbf{T}_1 = \\ \quad -\frac{\mathbf{T}_0[\mathbf{A}(\mathbf{x}) - \mathbf{A}_0]}{\theta} - \frac{[\mathbf{A}(\mathbf{x}) - \mathbf{A}_0]^T\mathbf{T}_0}{\theta} - \mathbf{D}_1 \\ \mathbf{T}_n(\mathbf{A}_0 - \mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{T}_0) + (\mathbf{A}_0 - \mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{T}_0)^T\mathbf{T}_n = \\ \quad -\frac{\mathbf{T}_{n-1}[\mathbf{A}(\mathbf{x}) - \mathbf{A}_0]}{\theta} - \frac{[\mathbf{A}(\mathbf{x}) - \mathbf{A}_0]^T\mathbf{T}_{n-1}}{\theta} + \\ \quad \sum_{j=1}^{n-1} \mathbf{T}_j\mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{T}_{n-j} - \mathbf{D}_n \end{cases} \quad (28)$$

分别取摄动系数  $\mathbf{D}_i (i = 1, 2, \dots, n)$  为

$$\mathbf{D}_i = k_i e^{-l_i t} \left\{ -\frac{\mathbf{T}_{i-1}[\mathbf{A}(\mathbf{x}) - \mathbf{A}_0]}{\theta} - \frac{[\mathbf{A}(\mathbf{x}) - \mathbf{A}_0]^T\mathbf{T}_{i-1}}{\theta} + \sum_{j=1}^{i-1} \mathbf{T}_j\mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{T}_{i-j} \right\} \quad (29)$$

式中:  $k_i, l_i > 0, i = 1, 2, \dots, n$  为设计参数。

将设计的摄动系数  $\mathbf{D}_i$  代入扰动方程组,并取

$$\begin{cases} \mathbf{A}_{e,0} = \mathbf{A}_0 - \mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{T}_0 \\ \mathbf{W}_i = \left\{ -\frac{\mathbf{T}_{i-1}[\mathbf{A}(\mathbf{x}) - \mathbf{A}_0]}{\theta} - \frac{[\mathbf{A}(\mathbf{x}) - \mathbf{A}_0]^T\mathbf{T}_{i-1}}{\theta} + \sum_{j=1}^{i-1} \mathbf{T}_j\mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{T}_{i-j} \right\} \end{cases} \quad (30)$$

则式(28)可表示为

$$\begin{cases} \mathbf{T}_0\mathbf{A}_0 + \mathbf{A}_0^T\mathbf{T}_0 - \mathbf{T}_0\mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{T}_0 + \mathbf{Q}_0 = 0 \\ \mathbf{T}_i\mathbf{A}_{e,0} + \mathbf{A}_{e,0}^T\mathbf{T}_i = (1 - k_i e^{-l_i t})\mathbf{W}_i = \mathbf{Q}_i \end{cases} \quad (31)$$

式(31)中第一式可通过代数黎卡提方程进行离线求解得到  $\mathbf{T}_0$ ;而第二式可改写为

$$\hat{\mathbf{A}}_{e,0}\text{Vec}(\mathbf{T}_i) = \text{Vec}(\mathbf{Q}_i) \quad (32)$$

式中:  $\hat{\mathbf{A}}_{c0} = \mathbf{I} \otimes \mathbf{A}_{c0}^T + \mathbf{A}_{c0}^T \otimes \mathbf{I}$  为常数矩阵, 运算符  $\otimes$  表示 Kronecker 乘积,  $\text{Vec}(\mathbf{M})$  表示将矩阵  $\mathbf{M}$  按列写为向量形式。由此可得

$$\text{Vec}(\mathbf{T}_i) = \hat{\mathbf{A}}_{c0}^{-1} \text{Vec}(\mathbf{Q}_i) \quad (33)$$

式中矩阵逆  $\hat{\mathbf{A}}_{c0}^{-1}$  可事先通过离线计算得到。

于是得对应的次优控制

$$\mathbf{v} = -\mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \sum_{i=0}^{\infty} \mathbf{T}_i(\mathbf{x}, \theta) \theta^i \mathbf{x} \quad (34)$$

将式(34)代入式(15), 得到利用干扰估计的鲁棒  $\theta - D$  次优姿态跟踪控制为

$$\mathbf{u} = -\mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \sum_{i=0}^{\infty} \mathbf{T}_i(\mathbf{x}, \theta) \theta^i \mathbf{x} - \hat{\mathbf{d}} - \mathbf{N} \quad (35)$$

### 3 仿真分析

参考文献[23]取航天器标称转动惯量为

$$\mathbf{J}_0 = \begin{bmatrix} 20 & 1.2 & 0.9 \\ 1.2 & 17 & 1.4 \\ 0.9 & 1.4 & 15 \end{bmatrix} \text{kg} \cdot \text{m}^2 \quad (36)$$

取转动惯量偏差为

$$\Delta \mathbf{J} = -2 \text{diag}(1 + \sin(0.1t), 2 + 2\sin(0.2t), 3 + 3\sin(0.3t)) \text{kg} \cdot \text{m}^2 \quad (37)$$

取外界干扰为

$$\mathbf{d} = -5 \begin{bmatrix} 0.1 + 0.1\sin(0.1t) \\ 0.2 + 0.2\sin(0.2t) \\ 0.3 + 0.3\sin(0.3t) \end{bmatrix} \text{N} \cdot \text{m} \quad (38)$$

假设航天器进行大角度姿态机动, 取期望姿态角速度为

$$\hat{\boldsymbol{\omega}} = 0.5 \begin{bmatrix} \sin(0.2\pi t) \\ \sin(0.4\pi t) \\ \sin(0.6\pi t) \end{bmatrix} \text{rad/s} \quad (39)$$

则期望姿态角四元数可由式(4)得到。

设置初始仿真参数为

$$\begin{cases} \mathbf{q}(0) = [0.3 & -0.2 & -0.3 & 0.8832]^T \\ \hat{\mathbf{q}}(0) = [0 & 0 & 0 & 1]^T \\ \boldsymbol{\omega}(0) = [0 & 0 & 0]^T \end{cases} \quad (40)$$

由式(5)可计算得到初始姿态角跟踪误差四元数为  $\tilde{\mathbf{q}}(0) = [\tilde{\mathbf{q}}_v^T(0) \quad \tilde{q}_4(0)]^T$ , 对于  $\theta - D$  方法, 取系统状态常数矩阵  $\mathbf{A}_0$  为

$$\mathbf{A}_0 = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2}(\tilde{\mathbf{q}}_v^\times(0) + \tilde{q}_4(0)\mathbf{I}_{3 \times 3}) \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (41)$$

即可离线求取逆矩阵  $\hat{\mathbf{A}}_{c0}^{-1}$ , 由此在线进行姿态控制时, 仅需进行简单的矩阵乘运算, 即可获得具有次优控制性能的姿态控制律。

为进一步校验本文所提方法对系统参数偏差及外界干扰的鲁棒性能, 以及  $\theta - D$  方法较在线代数黎卡提方程求解的优势, 分别对传统 SDRE 控制、 $\theta - D$  控制以及本文所提方法进行仿真对比。

取性能指标参数  $\mathbf{R} = \text{diag}(0.1, 0.1, 0.1)$ ,  $\mathbf{Q} = 20 \text{diag}(10, 10, 10, 1, 1, 1)$ , 取非线性干扰观测器非线性函数为  $\mathbf{p}(\tilde{\boldsymbol{\omega}}) = 50 \mathbf{J}_0 \text{diag}(1, 1, 1) \tilde{\boldsymbol{\omega}}$ , 取  $\theta - D$  方法中调节参数分别为  $\theta = 1, k_1 = 1, l_1 = 1, k_2 = 2, l_2 = 2, k_3 = 3, l_3 = 3$ , 仿真结果如图 1~图 5 所示。

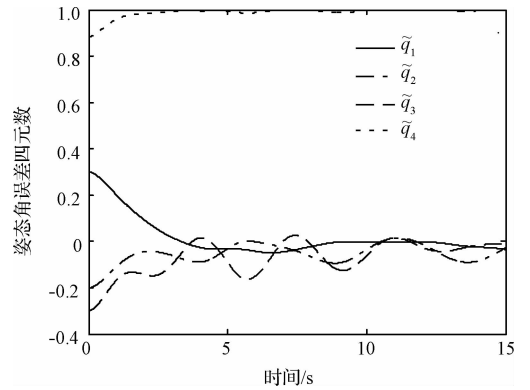


图 1 SDRE 方法姿态角误差四元数

Fig. 1 Attitude tracking error quaternion for SDRE method

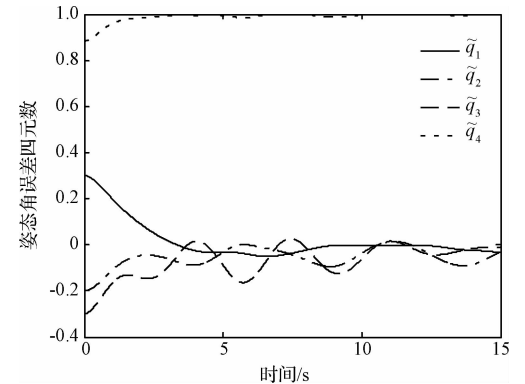


图 2  $\theta - D$  方法姿态角误差四元数

Fig. 2 Attitude tracking error quaternion for  $\theta - D$  method

图 1 与图 2 分别为 SDRE 方法与  $\theta - D$  方法控制得到的姿态角误差四元数, 可见在考虑转动惯量偏差与外界干扰条件下, 无论是最优 SDRE 控制, 还是次优  $\theta - D$  方法均无法准确实现对大机动姿态角的跟踪。图 3 至图 5 为利用干扰估计的鲁棒  $\theta - D$  次优控制方法作用效果, 可见尽管  $\theta - D$  方法所得

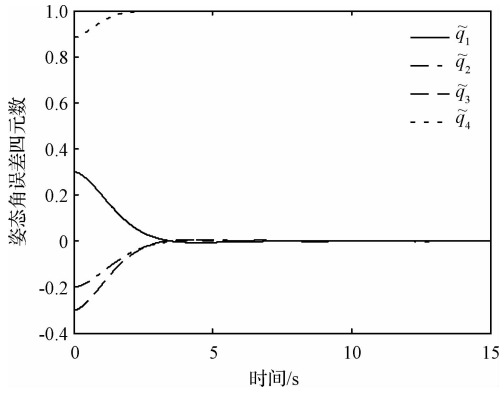


图 3 利用干扰估计的鲁棒次优控制方法姿态角误差四元数

Fig. 3 Attitude tracking error quaternion for robust suboptimal control method using disturbance estimation

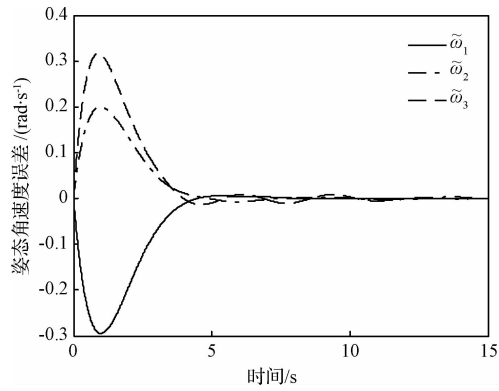


图 4 利用干扰估计的鲁棒次优控制方法姿态角速度误差

Fig. 4 Attitude velocity tracking error for robust suboptimal control method using disturbance estimation

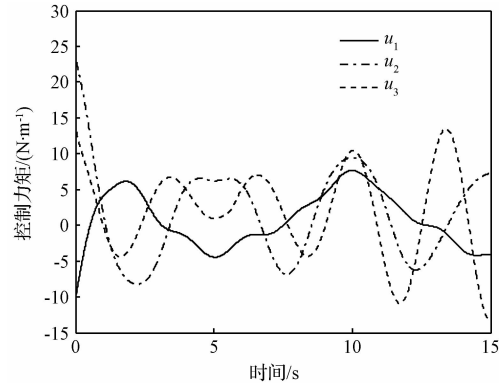


图 5 利用干扰估计的  $\theta - D$  次优控制方法控制力矩

Fig. 5 Control moment for robust  $\theta - D$  suboptimal control method using disturbance estimation

控制增益为次优的,但当引入干扰估计后,可实现对大角度机动姿态角与姿态角速度的精确跟踪。

本文算例采用 MATLAB/Simulink 进行编程仿

真,选用 CPU 为 Intel Pentium(R) Dual-Core E6600 @ 3.06GHz,内存为 2GB,操作系统为 Windows XP 的微机实现,对于 SDRE 控制与  $\theta - D$  控制所需计算时长统计如表 1 所示。从最小用时与平均用时来看, $\theta - D$  方法较 SDRE 方法提高近一个数量级的速度,而从最大用时来看,如果确定仿真周期为 1ms,则  $\theta - D$  方法完全能够确保在各个控制周期内得到次优控制量,而 SDRE 方法却可能会在某些控制周期内无法求得最优控制量,这就给控制方法带来一定的不可靠因素。

表 1 各控制方法仿真计算用时

Table 1 Simulation time for each controller

方法	最小时间/ms	平均时间/ms	最大时间/ms
SDRE	0.9	0.9	1.7
$\theta - D$	0.16	0.16	0.55

非线性干扰观测器对系统总干扰的估计情况如图 6 所示。从图中可以看出,尽管无法准确获得初始值,但非线性干扰观测器能够迅速并准确实现对系统总干扰的估计,从而为确保控制器的鲁棒性与姿态跟踪性能提供必要的支撑。

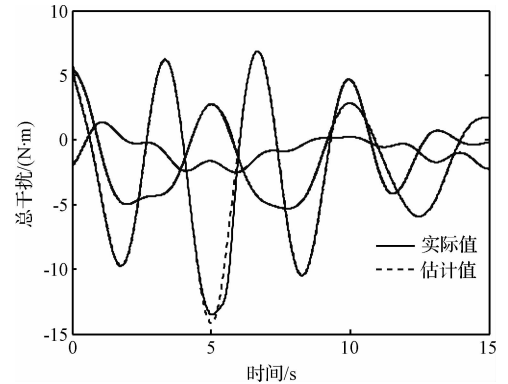


图 6 利用干扰估计鲁棒次优控制中总干扰及其估计值

Fig. 6 Actual and estimated lumped disturbance for robust  $\theta - D$  suboptimal control method using disturbance estimation

## 4 结论

针对参数不确定与外界干扰条件下,航天器大角度姿态机动问题,本文采用姿态角误差四元数与姿态角速度误差构成动态系统,引入非线性干扰观测器与  $\theta - D$  次优控制方法,提出了利用干扰估计的鲁棒姿态跟踪控制方法,实现在线次优控制参数的快速求解。通过仿真校验  $\theta - D$  次优控制较 SDRE 控制计算效率更高,且干扰估计的引入较大

程度提高控制方法的跟踪性能与鲁棒特性,具有较高的工程应用价值。

### 参 考 文 献

- [1] Wayer J K, Castet J, Saleh J H. Spacecraft attitude control subsystem: reliability, multi-state analyses, and comparative failure behavior in LEO and GEO [J]. *Acta Astronautica*, 2013, 85: 83–92.
- [2] Acquatella P J, Falkena W, van Kampen E J, et al. Robust nonlinear spacecraft attitude control using incremental nonlinear dynamic inversion [C]. *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference*, Minneapolis, Minnesota, August 13–16, 2012.
- [3] 华莹. 空间飞行器大角度机动控制律设计[J]. *宇航学报*, 2006, 27(6): 1223–1227. [Hua ying. Design of a large angle maneuvering control law for spacecraft [J]. *Journal of Astronautics*, 2006, 27(6): 1223–1227.]
- [4] Ye D, Sun Z, Wu S. Hybrid thrusters and reaction wheels strategy for large angle rapid reorientation with high precision [J]. *Acta Astronautica*, 2012, 77: 149–155.
- [5] Wu B, Cao X, Li Z. Multi-objective output-feedback control for microsatellite attitude control: an LMI approach [J]. *Acta Astronautica*, 2009, 64(11): 1021–1031.
- [6] 郑敏捷, 徐世杰. 欠驱动航天器姿态控制系统的退步控制设计方法[J]. *宇航学报*, 2006, 27(5): 947–951. [Zheng Min-jie, Xu Shi-jie. Backstepping control for attitude control system of an underactuated spacecraft [J]. *Journal of Astronautics*, 2006, 27(5): 947–951.]
- [7] Jin J, Hwang I. Attitude control of a spacecraft with single variable-speed control moment gyroscope [J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2011, 34(6): 1920–1924.
- [8] Hu Q, Xiao B, Zhang Y. Fault-tolerant attitude control for spacecraft under loss of actuator effectiveness [J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2011, 34(3): 927–932.
- [9] Wang Z, Guo J, He Y. Spacecraft attitude control based on extended state observer and fuzzy logic system [C]. *The 2009 IEEE International Conference on Mechatronics and Automation*, Changchun, China, August 9–12, 2009.
- [10] Das S, Sinha M, Misra A K. Dynamic neural units for adaptive magnetic attitude control of spacecraft [J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2012, 35(4): 1280–1291.
- [11] Parrish D K, Ridgely D B. Attitude control of a satellite using the SDRE method [C]. *American Control Conference*, Albuquerque, NM, June 4–6, 1997.
- [12] Hammett K D, Hall C D, Ridgely D B. Controllability issues in nonlinear state-dependent Riccati equation control [J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 1998, 21(5): 767–773.
- [13] Stansbery D T, Cloutier J R. Position and attitude control of a spacecraft using the state-dependent Riccati equation technique [C]. *American Control Conference*, Chicago, IL, June 28–30, 2000.
- [14] Lam Q M, Xin M, Cloutier J R. A view of SDRE control methods as one branch of indirect adaptive control [C]. *Infotech @ Aerospace 2012*, Garden Grove, California, June 19–21, 2012.
- [15] Massari M, Zamaro M. Application of SDRE technique to orbital and attitude control of spacecraft formation flying [J]. *Acta Astronautica*, 2014, 94(1): 409–420.
- [16] Xin M, Balakrishnan S N. Nonlinear  $H_\infty$  missile longitudinal autopilot design with  $\theta - D$  method [J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2008, 44(1): 41–56.
- [17] Xin M, Balakrishnan S N, Ohlmeyer E J. Integrated guidance and control of missiles with  $\theta - D$  method [J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2006, 14(6): 981–992.
- [18] Xin M, Balakrishnan S N. Missile autopilot design using a new suboptimal nonlinear control method [C]. *IEEE Proc. of 41st Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*, Reno, Nevada, January 6–9, 2003.
- [19] Xin M, Balakrishnan S N. Nonlinear  $H_\infty$  missile longitudinal autopilot design with  $\theta - D$  method [C]. *The American Control Conference*, Denver, Colorado, June 4–6, 2003.
- [20] Xin M, Balakrishnan S N. Missile longitudinal autopilot design using a new suboptimal nonlinear control method [J]. *IEE Proc. Control Theory and Applications*, 2003, 150(6): 577–584.
- [21] Zhou D, Li Q. Indirect robust control of agile missile via Theta-D technique [J]. *Defence Technology*, 2014, 10(3): 269–278.
- [22] Zhu M, Xu S. Stability-based SDRE controller for spacecraft momentum management [J]. *Acta Astronautica*, 2013, 89: 71–82.
- [23] Xia Y, Zhu Z, Fu M, et al. Attitude tracking of rigid spacecraft with bounded disturbances [J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2011, 58(2): 647–659.
- [24] She J H, Fang M, Ohyama Y, et al. Improving disturbance-rejection performance based on an equivalent-input-disturbance approach [J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2008, 55(1): 380–389.
- [25] Li T, Zhang S, Yang H, et al. Robust missile longitudinal autopilot design based on equivalent-input-disturbance and generalized ex-tended state observer approach [J]. *The Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering*, 2014, 229(6): 1025–1042.
- [26] Chen W H. Nonlinear disturbance observer-enhanced dynamic inversion control of missiles [J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2003, 26(1): 161–166.

作者简介:

张银辉(1986–),男,博士生,主要从事飞行器制导与控制系统设计与仿真。

通信地址:湖南省长沙市开福区德雅路109号(410073)

电话:(0731)84576482

E-mail: zhangyinhuai\_nudt@163.com