

# 非线性因素对隔振器隔振效果影响的研究<sup>1)</sup>

高永毅<sup>\*,2)</sup> 唐 果<sup>†</sup> 万 文<sup>\*\*</sup> 邹声华<sup>\*\*</sup>

<sup>\*</sup>(湖南科技大学物理与电子科学学院, 湖南湘潭 411201)

<sup>†</sup>(湖南科技大学数学与计算科学学院, 湖南湘潭 411201)

<sup>\*\*</sup>(湖南科技大学能源与安全工程学院, 湖南湘潭 411201)

**摘要** 本文在同时考虑刚度和阻尼非线性的基础上, 研究了非线性因素对隔振器隔振效果的影响; 获得了同时考虑立方刚度非线性和椭圆阻尼非线性的非线性系统运动响应和传递率计算公式; 讨论了非线性因素对系统运动响应和传递率的影响.

**关键词** 非线性, 因素, 隔振器, 效果

中图分类号: TG404, O327 文献标识码: A doi: 10.6052/1000-0879-14-348

## STUDY ABOUT NONLINEAR FACTOR INFLUENCE ON THE VIBRATION ISOLATION EFFECT OF DAMPER<sup>1)</sup>

GAO Yongyi<sup>\*,2)</sup> TANG Guo<sup>†</sup> WAN Wen<sup>\*\*</sup> ZOU Shenghua<sup>\*\*</sup>

<sup>\*</sup>(Hunan University of Science and Technology, School of Physics and Electronic Science, Xiangtan 411201, Hunan, China)

<sup>†</sup>(Hunan University of Science and Technology, School of Mathematics and Computing Science, Xiangtan 411201, Hunan, China)

<sup>\*\*</sup>(Hunan University of Science and Technology, School of Mining and safety Engineering, Xiangtan 411201, Hunan, China)

**Abstract** The nonlinear factor influence on the vibration isolation effect of damper was studied under the foundation on think about stiff nonlinear and damped nonlinear. The computational formula of motion responses and transmissibility of nonlinear system were obtained under at the same time to consider cube stiff nonlinear and oval damped nonlinear. The nonlinear factor influence on motion responses and transmissibility were discussed.

**Key words** nonlinear, factor, vibration isolator, effect

振动是自然界中广泛存在的现象, 为了降低振动的不良影响, 保证仪器设备的正常工作, 对生产现场的精密仪器和设备通常需要采取隔振措施. 但是典型的隔振材料具有明显的刚度非线性<sup>[1-3]</sup>; 弹性材料构成的隔振材料具有显著的阻尼非线性<sup>[4-5]</sup>. 由于非线性振动在理论分析计算上的困难, 工程中进行隔振设计与分析时, 通常不适当地略去其非线性的影响, 必然造成设计与分析结果出现误差. 参

考文献 [6] 用变形立方多项式函数表征材料的非线性刚度, 建立了被动隔振体的非线性动力学方程, 指出忽略客观存在的隔振材料刚度非线性将会使隔振设计和隔振效果分析产生显著误差, 当非线性较强时, 甚至导致完全失败. 显然隔振材料的阻尼非线性也不可避免地会造成设计与分析结果出现误差. 因此, 在隔振设计和隔振效果分析中有必要清楚地知道非线性因素对隔振器隔振效果的影响.

2014-12-11 收到第 1 稿, 2015-05-05 收到修改稿.

1) 国家自然科学基金资助项目 (51175172, 51174088, 51274098, 51134005).

2) 高永毅, 博士, 教授, 主要从事动力学方面的研究. E-mail: gaoyongyi5188@163.com

**引用格式:** 高永毅, 唐果, 万文等. 非线性因素对隔振器隔振效果影响的研究. 力学与实践, 2015, 37(5): 590-596

Gao Yongyi, Tang Guo, Wan Wen, et al. Study about nonlinear factor influence on the vibration isolation effect of damper. *Mechanics in Engineering*, 2015, 37(5): 590-596

因此，国内外许多研究人员对非线性隔振系统进行了研究. 文献 [7] 针对滚子和球面接触式的非线性被动隔振系统进行了刚度建模和分析. 文献 [8] 针对隔振器阻尼对机舱动力设备振动的影响进行了研究. 文献 [9] 对以钢板、橡胶材料为隔振元件的非线性隔振系统进行了实验研究. 文献 [10] 对具有准零刚度特性的被动振动隔振器进行了静态刚度分析，研究对象是一个竖直弹簧和两个倾斜弹簧并联的简单系统. 文献 [11] 对正、负刚度并联结构的稳定性及应用进行了研究. 文献 [12] 研究了基于正负刚度并联的新型隔振系统. 文献 [13] 对一种非线性隔振器进行了静力分析与实验研究. 文献 [14] 研究了如何利用刚度和阻尼非线性有利影响设计隔振器. 文献 [15] 对二阶非线性隔振系统进行了研究. 文献 [16] 对非线性被动隔振器的研究进展进行了介绍. 但以上研究只是对隔振器的线性和非线性刚度和阻尼分别进行了研究，或是对线性弹簧上加非线性弹簧或是线性弹簧的组合进行了研究. 但是对隔振器材料本身的非线性刚度或阻尼对隔振器隔振效果的影响，特别是同时考虑非线性刚度或阻尼对隔振器隔振效果的影响的研究还很少见到相关的报道. 所以，本文在同时考虑刚度和阻尼非线性的基础上，研究非线性因素对隔振器隔振效果影响.

### 1 被动隔振系统的动力学方程

#### 1.1 隔振材料的阻尼非线性

参考文献 [17-18] 已指出，弹性材料构成的隔振材料中的非线性阻尼可以用图 1 所示的椭圆来近似表示. 其中，阻尼力  $f$  的表达式为

$$f = k_d x_0 \cos(\omega t) - k_z x_0 \sin(\omega t) \quad (1)$$

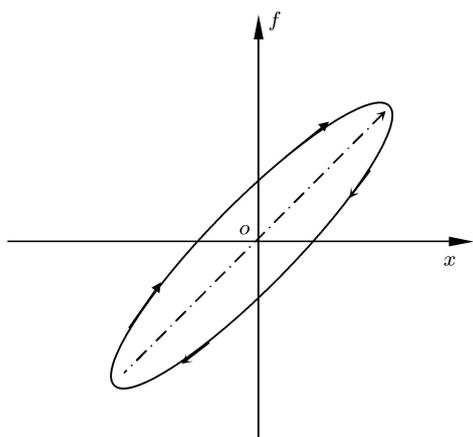


图 1 材料阻尼

式中， $k_d$  和  $k_z$  为参数，可用非线性最小二乘拟合法确定； $x_0$  为初始位移； $t$  为时间； $\omega$  为角频率. 所以，被动隔振器中的阻尼可以分为材料阻尼和非材料阻尼；材料阻尼力用方程 (1) 表示，非材料阻尼仍然用线性阻尼等效表示；被动隔振体总阻尼是非线性阻尼.

#### 1.2 被动隔振系统的非线性动力学方程

图 2 所示为被动隔振系统的动力学模型，其刚度为非线性刚度. 参考文献 [18] 以弹簧的静平衡位置为坐标原点， $Z$  为被隔振体的绝对位移， $u$  为地基的振动位移，根据 Lagrange 原理建立了如图 2 所示，同时考虑刚度和材料阻尼非线性的被动隔振系统的非线性动力学方程

$$m\ddot{Z} + c(\dot{Z} - \dot{u}) + k(Z - u) \pm |\beta|(Z - u)^3 + f(t) = 0 \quad (2)$$

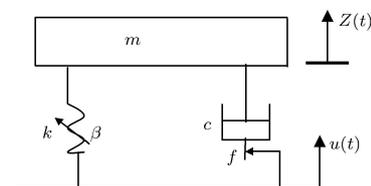


图 2 计及非线性阻尼的被动隔振器模型

式中， $m$  为被隔振体的质量； $c$  为隔振材料的黏性阻尼系数； $k, \beta$  为弹簧刚度参数，如果隔振材料的刚度具有渐硬特性取“+”，如果隔振材料的刚度具有渐软特性取“-”. 隔振材料的非线性弹性力为  $F = k(Z - u) \pm |\beta|(Z - u)^3$ . 令

$$x = Z - u, \quad u = u_0 \cos(\omega t - \varphi) \quad (3)$$

式中， $u_0$  为地基的振动位移振幅，可以通过测量得到. 将方程 (1) 和方程 (3) 代入方程 (2) 得

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx \pm |\beta|x^3 = [k_z x_0 \sin(\omega t) - k_d x_0 \cos(\omega t)] + [m\omega^2 u_0 \cos \varphi \cos(\omega t) + m\omega^2 u_0 \sin \varphi \sin(\omega t)] \quad (4)$$

并令

$$\left. \begin{aligned} p_0^2 &= k/m, \quad \eta = \pm|\beta|/m, \quad 2\xi p_0 = c/m \\ F_1 &= \omega^2 u_0 \cos \varphi - x_0 k_d/m \\ F_2 &= \omega^2 u_0 \sin \varphi + x_0 k_z/m \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

方程 (4) 为

$$\begin{aligned} \ddot{x} + 2\xi p_0 \dot{x} + p_0^2 x \pm \eta x^3 = \\ F_1 \cos(\omega t) + F_2 \sin(\omega t) \end{aligned} \quad (6)$$

设方程 (6) 的稳态近似解为

$$x(t) = B \cos(\omega t) \quad (7)$$

在文献 [17] 中已指出:  $x_0 = B$ , 则

$$\left. \begin{aligned} F_1 &= \omega^2 u_0 \cos \varphi - Bk_d/m \\ F_2 &= \omega^2 u_0 \sin \varphi + Bk_z/m \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

方程 (6) 为被动隔振系统的非线性动力学方程.

### 2 非线性因素对隔振器隔阵效果的影响

用谐波平衡法解方程 (6), 将稳态响应方程 (7) 代入方程 (6), 令同阶谐波系数相等, 考虑到方程 (8), 并令

$$p^2 = k/m + k_d/m = p_0^2 + k_d/m \quad (9)$$

则导出如下方程

$$\left. \begin{aligned} -(\omega^2 - p^2) B \pm \frac{3|\beta|}{4m} B^3 &= \omega^2 u_0 \cos \varphi \\ 2\xi p_0 B \omega + Bk_z/m &= -\omega^2 u_0 \sin \varphi \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

将方程 (10) 的两式平方相加, 考虑到方程 (5), 得频率响应方程为

$$\begin{aligned} \left[ -(\omega^2 - p^2) B \pm \frac{3|\beta|}{4m} B^3 \right]^2 + \\ \left( 2\xi p_0 \omega B + \frac{Bk_z}{m} \right)^2 = \omega^4 u_0^2 \end{aligned} \quad (11)$$

根据被动传递率  $T_r$  定义, 由方程 (11) 可得被动传递率  $T_r$  的表达式为

$$T_r = \frac{B}{u_0} = \frac{\omega^2}{\sqrt{\left[ (p^2 - \omega^2) \pm \frac{3|\beta|}{4m} B^2 \right]^2 + \left( 2\xi p_0 \omega + \frac{k_z}{m} \right)^2}} \quad (12)$$

由被动传递率  $T_r$  定义, 方程 (12) 为

$$T_r = \frac{\omega^2}{\sqrt{\left[ (p^2 - \omega^2) \pm \frac{3|\beta|}{4m} (T_r u_0)^2 \right]^2 + \left( 2\xi p_0 \omega + \frac{k_z}{m} \right)^2}} \quad (13)$$

将  $x_0 = B$  代入方程 (4), 考虑到  $\dot{x}(t) = -B\omega \sin(\omega t)$ , 方程 (4) 为

$$\begin{aligned} m\ddot{x} + \left( c + \frac{k_z}{\omega} \right) \dot{x} + (k + k_d)x \pm |\beta| x^3 = \\ m\omega^2 u_0 \cos(\omega t - \varphi) \end{aligned} \quad (14)$$

方程 (6) 给出的是系统被动隔振的非线性动力学方程. 而方程 (14) 则是系统主动隔振的非线性动力学方程, 作用在地基上力的幅值为:  $F_0 = m\omega^2 u_0$ . 由此地基传给被隔振体的最大合力为

$$\begin{aligned} f = \left( c + \frac{k_z}{\omega} \right) \dot{x} + (k + k_d)x \pm |\beta| x^3 = \\ (k + k_d)B \cos(\omega t) \pm \\ |\beta| B^3 \left[ \frac{3}{4} \cos(\omega t) + \frac{1}{4} \cos 3(\omega t) \right] - \\ \left( c + \frac{k_z}{\omega} \right) \omega B \sin(\omega t) \end{aligned} \quad (15)$$

在参考文献 [6] 已指出, 基频幅值远远大于其他频率处的幅值, 于是被隔振系统上力的基波幅值为

$$f_T = mB \sqrt{\left( p^2 \pm \frac{3|\beta|}{4m} B^2 \right)^2 + \left( 2\xi p_0 \omega + \frac{k_z}{m} \right)^2} \quad (16)$$

根据主动传递率的定义, 由方程 (12) 和方程 (16) 可得系统的主动传递率为

$$T_a = \frac{f_T}{m\omega^2 u_0} = \frac{\sqrt{\left( p^2 \pm 3|\beta| B^2/4m \right)^2 + \left( 2\xi p_0 \omega + k_z/m \right)^2}}{\sqrt{\left[ (p^2 - \omega^2) \pm 3|\beta| B^2/4m \right]^2 + \left( 2\xi p_0 \omega + k_z/m \right)^2}} \quad (17)$$

参考文献 [19-20] 指出,  $T_r = T_a$ , 方程 (17) 为同一系统的主动隔振 (如图 3 所示) 和被动隔振 (如图 2 所示) 的传递率; 因此有  $B = T_r u_0 = T_a u_0$ , 则方程 (17) 为

$$T_a = \sqrt{\frac{\left[ p^2 \pm 3|\beta| (T_a u_0)^2/4m \right]^2 + \left( 2\xi p_0 \omega + k_z/m \right)^2}{\left[ (p^2 - \omega^2) \pm 3|\beta| (T_a u_0)^2/4m \right]^2 + \left( 2\xi p_0 \omega + k_z/m \right)^2}} \quad (18)$$

同时参考文献 [19] 指出, 将  $F_0 = m\omega^2 u_0$  和  $B_0 = F_0/k$  (激振力幅产生的静位移) 代入方程 (12), 得主动隔振 (如图 3 所示) 系统的振幅 (动力) 放大系数为

$$T_m = \frac{B}{B_0} = \frac{p_0^2}{\sqrt{\left[ (p^2 - \omega^2) \pm \frac{3|\beta|}{4m} B^2 \right]^2 + \left( 2\xi p_0 \omega + \frac{k_z}{m} \right)^2}} \quad (19)$$

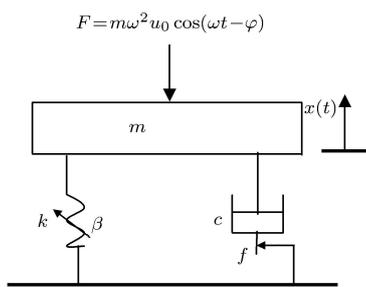


图 3 计及非线性阻尼的主动隔振器模型

由放大系数的定义, 方程 (19) 为

$$T_m = \frac{p_0^2}{\sqrt{\left[ (p^2 - \omega^2) \pm \frac{3|\beta|}{4m} T_m^2 B_0^2 \right]^2 + \left( 2\xi p_0 \omega + \frac{k_z}{m} \right)^2}} \quad (20)$$

### 2.1 非线性因素对振幅 (动力) 放大系数的影响

取参考文献 [6,17,20] 中的参数  $m = 1000 \text{ kg}$ ,  $p_0 = 63.2$ ,  $k = 4 \times 10^6 \text{ N/m}$ ,  $\xi = 0.2$ ,  $B_0 = 1 \text{ mm}$ ,  $k_d = 3.6 \times 10^5$ ,  $k_z = 13.7 \times 10^4$ ,  $p = 99.2$ ,  $u_0 = 0.1 \text{ mm}$ ,  $\beta = 1.6 \times 10^6 \text{ N/m}^3$ .

#### 2.1.1 刚度非线性因素对振幅 (动力) 放大系数 $T_m$ 的影响

为了讨论刚度非线性因素对振幅 (动力) 放大系数的影响  $\beta$  分别取  $0, \pm 2.7 \times 10^{12}, \pm 2.7 \times 10^{13}$  和  $\pm 2.7 \times 10^{14}$ , 利用 MATLAB 软件对方程 (20) 画曲线, 得出以频率为横坐标,  $T_m$  为纵坐标的频率与振幅放大系数的关系曲线, 如图 4 和图 5 所示. 图 4 为  $\beta > 0$  (渐硬特性) 时的曲线; 图 5 为  $\beta < 0$  (渐软特性) 时的曲线.

由图 4 可知, 由于刚度非线性因素的存在, 对于刚度具有渐硬特性的隔振材料, 曲线随  $\beta$  增大向右偏移,

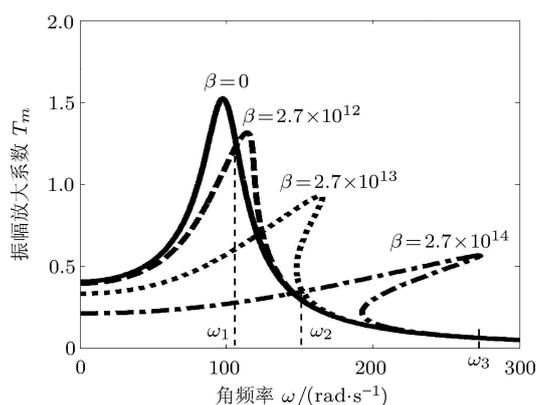


图 4  $\beta > 0$  时的频率与振幅放大系数的关系曲线

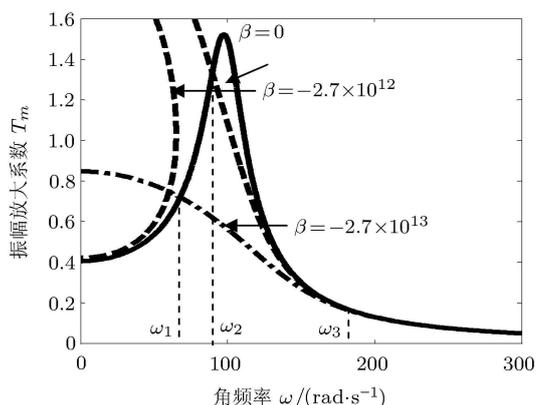


图 5  $\beta < 0$  时的频率与振幅放大系数的关系曲线

在  $0 < \omega < \omega_1$  频率段,  $T_m$  及峰值随  $\beta$  增大而减小; 在  $\omega_1 < \omega < \omega_2$  频率段,  $T_m$  按  $\beta$  从小到大的顺序, 分别大于  $\beta$  等于零时的  $T_m$  值; 在  $\omega_2 < \omega < \omega_3$  频率段,  $T_m$  随  $\beta$  增大而增大; 在  $\omega > \omega_3$  频率段, 无论  $\beta$  取值多少,  $T_m$  都很小, 都等于  $\beta$  等于零时的值, 说明刚度非线性对振幅放大系数影响不大.

由图 5 可知, 由于刚度非线性的存在, 对于刚度具有渐软特性的隔振材料, 曲线随  $\beta$  绝对值增大向左偏移; 在  $0 < \omega < \omega_1$  频率段,  $\beta$  不为零时的  $T_m$  值大于  $\beta$  等于零时的  $T_m$  值; 在  $\omega_1 < \omega < \omega_2$  频率段,  $\beta$  值大的  $T_m$  小于  $\beta$  等于零时的  $T_m$  值,  $\beta$  为中间值的  $T_m$  有可能大于  $\beta$  等于零时的  $T_m$  值; 在  $\omega_2 < \omega < \omega_3$  频率段,  $T_m$  随  $\beta$  增大而减小; 在  $\omega > \omega_3$  频率段, 无论  $\beta$  取值多少  $T_m$  都很小, 说明刚度非线性对振幅放大系数影响不大; 但  $T_m$  的峰值随  $\beta$  值的变化是波浪型的,  $\beta$  中间值对应的  $T_m$  峰值可能是最大的.

由图 4 与图 5 比较可知, 刚度具有渐硬特性的

隔振材料,其刚度非线性对于减小振动物体的响应峰值是有利的;刚度具有渐软特性的隔振材料,其刚度非线性对于减小振动物体的响应峰值可能不利,甚至有可能使响应峰值增加几倍。

### 2.1.2 材料阻尼非线性因素对振幅(动力)放大系数 $T_m$ 的影响

为了讨论材料阻尼非线性对振幅(动力)放大系数的影响,  $k_d$  分别取  $6 \times 10^6$  N/m,  $1.2 \times 10^7$  N/m,  $2.4 \times 10^7$  N/m;  $k_z$  分别取  $6 \times 10^5$  N/m,  $1.2 \times 10^6$  N/m,  $2.4 \times 10^6$  N/m; 利用 MATLAB 软件对方程(20)画曲线,得出以频率为横坐标,  $T_m$  为纵坐标的频率与振幅放大系数的关系曲线,如图6~图9所示。图6和图8为  $\beta > 0$  (渐硬特性)时的曲线;图7和图9为  $\beta < 0$  (渐软特性)时的曲线。通过曲线分别讨论材料阻尼非线性中的  $k_d$  和  $k_z$  系数对振幅放大系数的影响。

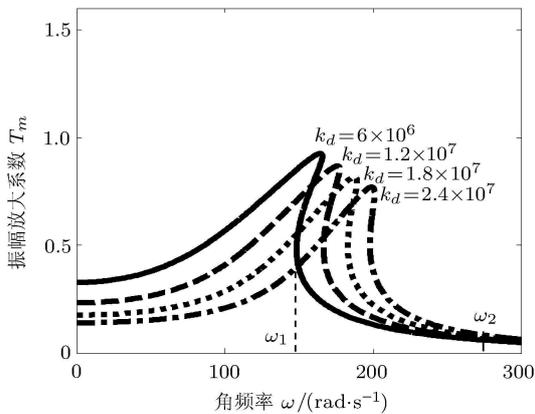


图6  $\beta > 0$  时,  $k_d$  取不同值的频率与振幅放大系数关系曲线

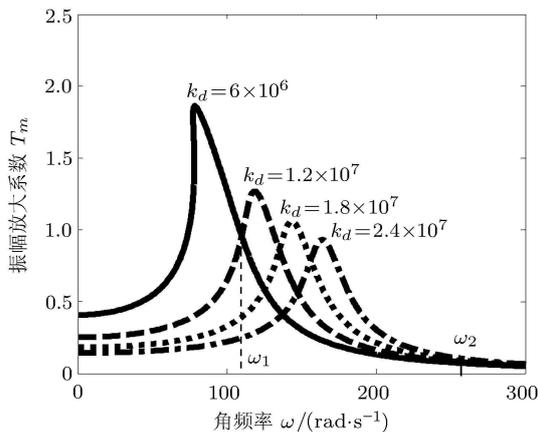


图7  $\beta < 0$  时,  $k_d$  取不同值的频率与振幅放大系数关系曲线

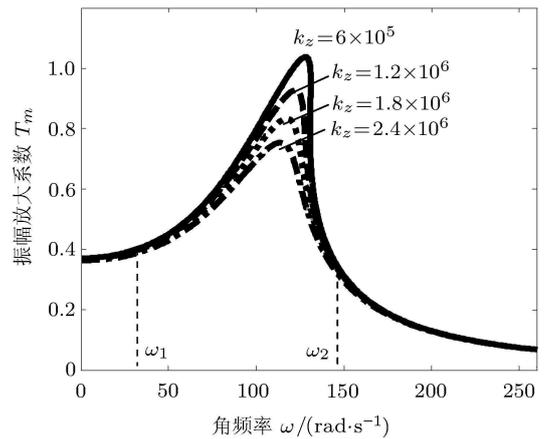


图8  $\beta > 0$  时,  $k_z$  取不同值的频率与振幅放大系数关系曲线

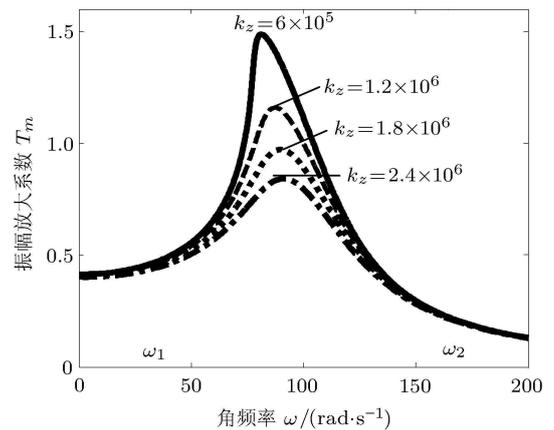


图9  $\beta < 0$  时,  $k_z$  取不同值的频率与振幅放大系数关系曲线

由图6和图7可知,由于材料阻尼非线性的存在,无论刚度是具有渐硬特性还是渐软特性的隔振材料,曲线随  $k_d$  增大向右偏移,在  $0 < \omega < \omega_1$  频率段,  $T_m$  及峰值随  $k_d$  增大而减小;在  $\omega > \omega_1$  频率段,  $T_m$  随  $k_d$  增大而增加;在  $\omega > \omega_2$  的范围内,无论  $k_d$  取值多少,  $T_m$  趋于相同,说明材料阻尼非线性系数  $k_d$  对振幅放大系数影响不大。

由图8和图9可知,由于材料阻尼非线性的存在,无论是刚度具有渐硬特性还是渐软特性的隔振材料,  $T_m$  及峰值随  $k_z$  增大而减小;在  $\omega < \omega_1$  和  $\omega > \omega_2$  的范围内,无论  $k_z$  取值多少,  $T_m$  趋于相同,说明材料阻尼非线性系数  $k_z$  对振幅放大系数影响不大。

但是在其他条件相同的情况下,刚度具有渐硬特性的隔振材料的  $T_m$  值比刚度具有渐软特性的隔振材料的  $T_m$  值小;说明刚度具有渐硬特性的隔振材料其材料阻尼非线性对于减小振动物体的响应峰值是有利的;刚度具有渐软特性的隔振材料其材料

阻尼非线性对于减小振动物体的响应峰值是不利的。

### 2.2 非线性因素对传递率 $T_a$ 的影响

取与 2.1 节相同的值, 根据方程 (18) 研究非线性因素对传递率  $T_a$  的影响。

#### 2.2.1 刚度非线性因素对传递率 $T_a$ 的影响

为了讨论刚度非线性对传递率的影响,  $\beta$  分别取 0,  $3.27 \times 10^{13}$ ,  $5.27 \times 10^{13}$ ,  $6.27 \times 10^{13}$  和 0,  $-3.27 \times 10^{13}$ ,  $-6.27 \times 10^{13}$ ,  $-9.27 \times 10^{13}$ , 利用 MATLAB 软件对方程 (18) 画曲线, 得出以频率为横坐标,  $T_a$  为纵坐标的频率与传递率的关系曲线, 如图 10 和图 11 所示. 图 10 为  $\beta > 0$  (渐硬特性) 时的曲线; 图 11 为  $\beta < 0$  时 (渐软特性) 的曲线。

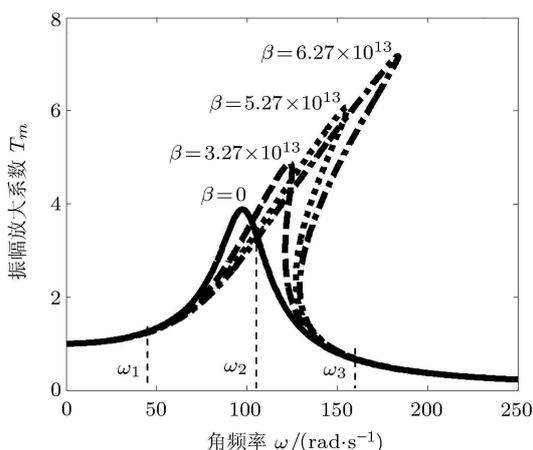


图 10  $\beta > 0$  时, 频率与传递率关系曲线

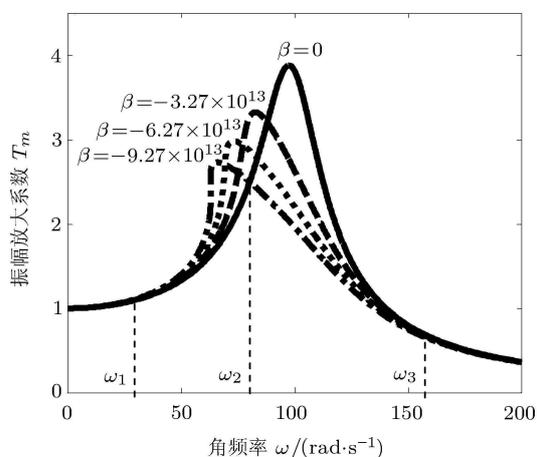


图 11  $\beta < 0$  时, 频率与传递率关系曲线

由图 10 可知, 由于刚度非线性的存在, 对于刚度具有渐硬特性的隔振材料, 曲线随  $\beta$  增大向右偏移, 在  $\omega_1 < \omega < \omega_2$  频率段,  $T_a$  值随  $\beta$  增大而减小; 在  $\omega_2 < \omega < \omega_3$  频率段,  $T_a$  随  $\beta$  增大而增加,

$T_a$  的峰值随  $\beta$  增大而增大; 在  $\omega > \omega_1$  且  $\omega > \omega_3$  的范围内, 无论  $\beta$  取值多少,  $T_a$  都趋于  $\beta$  等于零时的  $T_a$  值, 说明在该范围内刚度非线性对传递率影响不大。

由图 11 可知, 由于刚度非线性的存在, 对于刚度具有渐软特性的隔振材料, 曲线随  $\beta$  增大向左偏移, 在  $\omega_1 < \omega < \omega_2$  频率段,  $\beta$  等于零时的  $T_a$  值小于  $\beta$  不等于零时的  $T_a$  值; 在  $\omega_2 < \omega < \omega_3$  频率段,  $\beta$  等于零时的  $T_a$  值大于  $\beta$  不等于零时的  $T_a$  值; 但总体上  $T_a$  值和  $T_a$  的峰值, 按  $\beta$  绝对值从小到大的顺序减小; 在  $\omega > \omega_1$  且  $\omega > \omega_3$  频率段, 无论  $\beta$  取值多少  $T_a$  趋于  $\beta$  等于零时的值, 说明在该范围内刚度非线性对传递率影响不大了。

但是在其他条件相同的情况下, 刚度具有渐硬特性的隔振材料的  $T_a$  值比刚度具有渐软特性的隔振材料的  $T_a$  值大; 说明刚度具有渐硬特性的隔振材料其刚度非线性对于减小振动物体的传递率是不利的; 刚度具有渐软特性的隔振材料其刚度非线性对于减小振动物体的传递率是有利的。

#### 2.2.2 材料阻尼非线性因素对传递率 $T_a$ 的影响

为了讨论材料阻尼非线性对传递率的影响,  $k_d$  分别取值 0,  $3 \times 10^6$ ,  $6 \times 10^6$ ,  $9 \times 10^6$ ;  $k_z$  分别取值 0,  $6 \times 10^5$ ,  $9 \times 10^5$ ,  $1.2 \times 10^6$ . 利用 MATLAB 软件对方程 (18) 画曲线, 得出以频率为横坐标,  $T_a$  为纵坐标的频率与传递率的关系曲线, 如图 12 ~ 图 15 所示. 图 12 和图 14 为  $\beta > 0$  (渐硬特性) 时的曲线; 图 13 和图 15 为  $\beta < 0$  (渐软特性) 时的曲线. 通过曲线分别讨论材料阻尼非线性中的  $k_d$  和  $k_z$  系数对传递率的影响。

由图 12 和图 13 可知, 由于材料阻尼非线性的

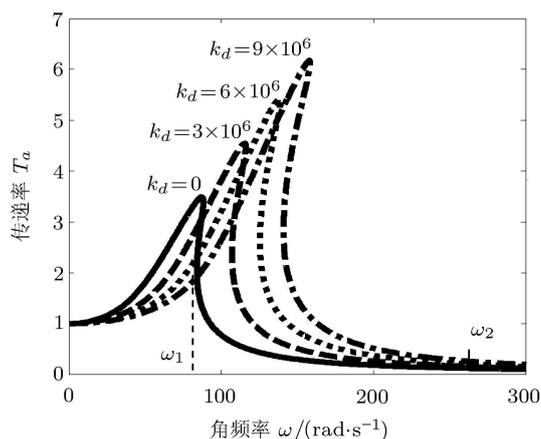


图 12  $\beta > 0$  时,  $k_d$  取不同值时频率与传递率关系曲线

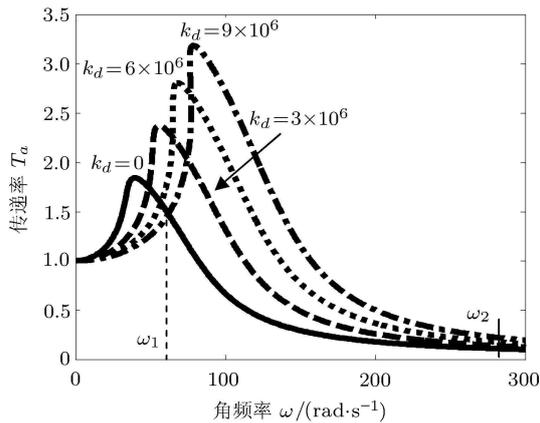


图 13  $\beta > 0$  时,  $k_d$  取不同值时频率与传递率关系曲线

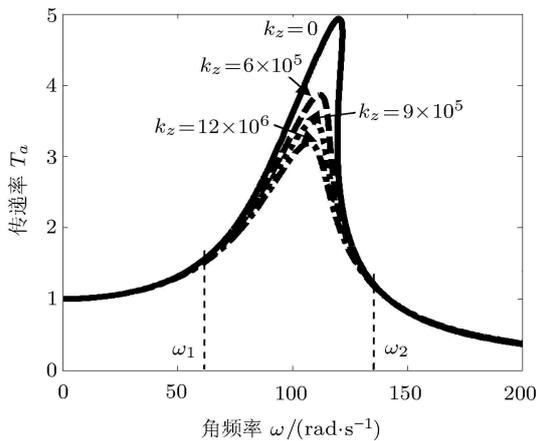


图 14  $\beta > 0$  时,  $k_z$  取不同值时频率与传递率关系曲线

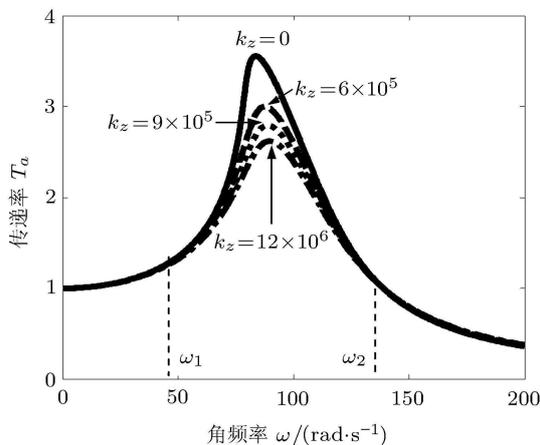


图 15  $\beta > 0$  时,  $k_z$  取不同值时频率与传递率关系曲线

存在, 无论刚度是具有渐硬特性, 还是渐软特性的隔振材料, 曲线随  $k_d$  增大向右偏移, 在  $0 < \omega < \omega_1$  频率段,  $T_a$  随  $k_d$  增大而减小; 在  $\omega_1 < \omega < \omega_2$  频率段,  $T_a$  随  $k_d$  增大而增加;  $T_a$  的峰值随  $k_d$  增大而增加; 在  $\omega > \omega_2$  的范围内, 无论  $k_d$  取值多少,  $T_a$  都

趋于  $\beta$  等于零时的  $T_a$  值, 说明在该范围内材料阻尼非线性系数  $k_d$  对传递率影响不大。

由图 14 和图 15 可知, 由于材料阻尼非线性的存在, 无论刚度是具有渐硬特性, 还是渐软特性的隔振材料, 无论是在低频区, 还是在高频区,  $T_a$  及峰值随  $k_z$  增大而减小; 在  $\omega < \omega_1$  和  $\omega > \omega_2$  的范围内, 无论  $k_z$  取值多少,  $T_a$  都趋于  $k_z$  等于零时的  $T_a$  值, 说明该范围内材料阻尼非线性系数  $k_z$  对传递率影响不大。

但是在其他条件相同的情况下, 刚度具有渐硬特性的隔振材料的  $T_a$  值比刚度具有渐软特性的隔振材料的  $T_a$  值大; 说明刚度具有渐硬特性的隔振材料, 其材料阻尼非线性对于减小振动物体的传递率是不利的; 刚度具有渐软特性的隔振材料, 其材料阻尼非线性对于减小振动物体的传递率是有利的。

### 3 结束语

本文以立方刚度非线性和椭圆阻尼非线性系统为研究对象, 研究了非线性因素对隔振器隔振效果影响; 获得了同时考虑刚度和阻尼非线性的非线性系统运动响应和传递率计算公式; 着重讨论了非线性因素对系统运动响应和传递率的影响. 结果表明: 非线性因素对它们是有影响的, 有时会产生较大的影响. 因此, 用线性隔振理论设计非线性隔离系统, 势必造成较大的误差, 应当按非线性隔振理论进行设计。

### 参考文献

- 张英会, 刘辉航. 弹簧手册. 北京: 机械工业出版社, 1997. 13-14
- Ertas A, Chew EK. Non-linear dynamic response of a rotating machine. *International Journal of Non-linear Mechanics*, 1990, 25(23): 241-251
- Mallik AK, Kber V, Puri M, et al. On the modeling of nonlinear elastomeric vibration isolators. *Journal of Sound and Vibration*, 1999, 219(2): 239-253
- 周纪卿, 朱因远. 非线性振动. 西安: 西安交通大学出版社, 1998
- 程耀东. 机械振动. 杭州: 浙江大学出版社, 1988
- 陈安华, 刘德顺, 朱萍玉. 被动隔振体的非线性振动分析. *机械工程学报*, 2001, 37(6): 99-105
- 闫振华, 王国强, 苏丽达等. 非线性被动隔振器刚度特性研究. *振动与冲击*, 2013, 32(19): 139-143
- 华春梅, 王宇. 隔振器阻尼对机舱动力设备振动影响研究. *船舶职业教育*, 2014, 2(5): 55-59
- 浣石, 陶为俊, 朱石坚等. 硬特性非线性隔振装置混沌动力学特性研究. *振动与冲击*, 2011, 30(11): 245-248

(下转第 602 页)

$n$  下的圆柱绕流问题.  $Re$  等于 10 和 40 时, 幂律指数  $n$  越大,  $C_d$  越大.  $n$  一定时,  $Re$  越大,  $C_d$  越小.

(3) 研究不同形状的椭圆柱的绕流问题. 通过观察流线图,  $Re = 40$ ,  $n = 1.0$  时,  $a/b$  越小, 椭圆柱后端的漩涡越大,  $a/b$  越大, 椭圆柱后端的漩涡越小. 对比不同椭圆横轴/纵轴长度比 ( $a/b$ ) 和不同幂律指数  $n$  下  $C_p$  和  $C_v$  的变化, 表明: 在  $Re = 10$  和  $Re = 40$  时,  $C_p$  和  $C_v$  都随着幂律指数的增加, 呈现非线性增大趋势. 在指数  $n$  和  $a/b$  一样的情况下, 雷诺数  $Re$  小时,  $C_p$  和  $C_v$  大.  $n$  相同时,  $a/b$  变大时,  $C_p$  随之减小, 而  $C_v$  变大. 这个规律和有限元方法<sup>[14]</sup> 规律一致.

### 参 考 文 献

- Williamson CHK. Vortex dynamics in the cylinder wake. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 1996, 28(1): 477-539
- Dennis SCR, Chang GZ. Numerical solutions for steady flow past a circular cylinder at Reynolds numbers up to 100. *Journal of Fluid Mechanics*, 1970, 42(3): 471-489
- Kandhai D, Koponen A, Hoekstra AG, et al. Lattice-Boltzmann hydrodynamics on parallel systems. *Computer Physics Communications*, 1998, 111(1): 14-26
- Chen S, Doolen GD. Lattice Boltzmann method for fluid flows. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 1998, 30(1): 329-364
- Mussa A, Asinari P, Luo L. Lattice Boltzmann simulations of 2D laminar flows past two tandem cylinders. *Journal of Computational Physics*, 2009, 228(4): 983-999
- Ku X, Lin J. Numerical simulation of the flows over two tandem cylinders by lattice Boltzmann method. *Modern Physics Letters B*, 2005, 19(28-29): 1551-1554
- 董波, 李维仲, 冯玉静等. 幂律流体圆柱绕流的格子波尔兹曼模拟. *力学学报*, 2014, 46(1): 44-53
- 何雅玲, 王勇, 李庆. 格子 Boltzmann 方法的理论及应用. 北京: 科学出版社, 2009
- Boyd J, Buick J, Green S. A second-order accurate lattice Boltzmann non-Newtonian flow model. *Journal of Physics A: Mathematical and General*, 2006, 39(12): 14241-14247
- Mei R, Yu D, Shyy W, et al. Force evaluation in the lattice Boltzmann method involving curved geometry. *Physical Review E*, 2002, 65(4): 041203
- 施卫平, 祖迎庆. 用 Lattice Boltzmann 方法计算流体对曲线边界的作用力. *吉林大学学报: 理学版*, 2005, 43(2): 132-136
- Chen S, Martinez D, Mei R. On boundary conditions in lattice Boltzmann methods. *Physics of Fluids*, 1996, 8(9): 2527-2536
- Nejat A, Abdollahi V, Vahidkhal K. Lattice Boltzmann simulation of non-Newtonian flows past confined cylinders. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 2011, 166(12): 689-697
- Rao PK, Sahu AK, Chhabra RP. Flow of Newtonian and power-law fluids past an elliptical cylinder: a numerical study. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 2010, 49(14): 6649-6661
- Carrella A, Brennan MJ, Waters TP. Static analysis of a passive vibration isolator with quasi-zero-stiffness characteristic. *Journal of Sound and Vibration*, 2007, 301(3-5): 678-689
- 彭解华, 陈树年. 正、负刚度并联结构的稳定性及应用研究. *振动、测试与诊断*, 1995, 15(6): 14-17
- 张建卓, 董申, 李旦. 基于正负刚度并联的新型隔振系统研究. *纳米技术与精密工程*, 2004, 2(4): 314-318
- 胡光军, 周生通, 李鸿光. 一种非线性隔振器的静力分析与实验研究. *噪声与振动控制*, 2011, (6): 69-71
- Ho C, Lang Z, Billings S. Design of vibration isolators by exploiting the beneficial effects of stiffness and damping nonlinearities. *Journal of Sound and Vibration*, 2014, 333(12): 2489-2504
- Lu Z, Brennan MJ, Yang T, et al. An investigation of a two-stage nonlinear vibration isolation system. *Journal of Sound and Vibration*, 2013, 322(4-5): 1456-1464
- Ibrahim RA. Recent advances in nonlinear passive vibration Isolators. *Journal of Sound and Vibration*, 2008, 314(3-5): 371-452
- 李冬伟, 白鸿柏, 崔坤林等. 金属橡胶薄壁壳体减振器阻尼性能分析. *机械科学与技术*, 2003, (7): 173-177
- 陈安华, 高威, 高永毅. 被动隔振的非线性动力学研究. *中国机械工程*, 2008, 19(9): 1022-1024
- 彭献, 唐驾时. 非线性隔振理论初探. *振动与冲击*, 1996, 4(15): 13-17
- 许本文, 焦群英. *机械振动与模态分析基础*. 北京: 机械工业出版社, 1998

(责任编辑: 刘希国)

(上接第 596 页)

(责任编辑: 胡 漫)