

# 一种新型导航系统在空空导弹上的应用

杨 轩,武文峰

(中国空空导弹研究院,河南 洛阳 471009)

**摘要:**空空导弹具有重量轻、体积小、工作时间短等显著特点,传统的弹载导航系统主要是捷联惯性导航系统,它包括陀螺和加速度计,将一种新型导航系统——无陀螺捷联惯导/GPS组合导航系统应用到空空导弹领域;无陀螺捷联惯导系统(GFSINS)中只包含有加速度计,基于一种九加速度计配置方式,推导了GFSINS系统方程,并给出了导航系下GFSINS/GPS组合导航系统的卡尔曼滤波方程;仿真结果表明:GFSINS/GPS组合导航系统应用到空空导弹领域具有可行性。

**关键词:**空空导弹;无陀螺捷联惯导;GFSINS/GPS组合导航;卡尔曼滤波

**本文引用格式:**杨轩,武文峰.一种新型导航系统在空空导弹上的应用[J].四川兵工学报,2014(6):12-15.

**中图分类号:**V249.32

**文献标识码:**A

**文章编号:**1006-0707(2014)06-0012-04

## Application of a New Navigation System in Air-to-Air Missile

YANG Xuan, WU Wen-feng

(China Airborne Missile Academy, Luoyang 471009, China)

**Abstract:** The air-to-air missile has a special feature of low weight, small volume, short working time. The common navigation system of air-to-air missile is almost strapdown inertial navigation system, and it contains gyroscopes and accelerometers. In this paper, a new navigation system (GFSINS/GPS integrated navigation system) is applied to the field of air-to-air missile. The GFSINS only contains accelerometers and equations of GFSINS are derived based on a configuration of nine accelerometers. In the end, the kalman filter equations of GFSINS/GPS integrated navigation are derived out in navigation coordinate. The simulation results indicate that it has strong feasibility to apply GFSINS/GPS integrated navigation system in the field of air-to-air missile.

**Key words:** air-to-air missile; GFSINS; GFSINS/GPS integrated navigation; Kalman filter

**Citation format:** YANG Xuan, WU Wen-feng. Application of a New Navigation System in Air-to-Air Missile[J]. Journal of Sichuan Ordnance, 2014(6): 12-15.

无陀螺捷联惯导系统(The Gyro Free Strapdown Inertial Navigation System, GSFINS)是指不用陀螺来测量载体的角速度,而是通过合理配置多个加速度计并分别测量载体非质心处的比力,组合解算出载体的角速度和线加速度,从而获得载体运动全部导航信息<sup>[1]</sup>。

由于陀螺的制作工艺复杂,成本较高,而且功耗大,而无陀螺捷联惯导系统恰好舍弃了陀螺,不仅具有传统惯性导航自主性强的特点,还具有体积小、重量轻、反应快、成本低、能耗小和可靠性高等优势,其诸多优点尤其适合应用在空空导

弹领域。本文将无陀螺捷联惯导系统应用到空空导弹上,要在理论上证明其可行性,实现对空空导弹的自主导航功能。

无陀螺惯导系统中,角速度信息全部由加速度计采样信息解算得到,其中包括积分运算。由于加速度计测量误差的存在,使得相对有陀螺惯导系统来说,角速度信息误差较大,因此无陀螺捷联惯导系统存在误差快速积累问题。而GPS具有高精度、全球、全天候、实时性好的优点,但是动态性能和抗干扰性差。在GFSINS中引入GPS导航系统组成组合惯性系统,可以取两者之长,将高精度的GPS测量信息作为外

部观测量,实时对 GFSINS 进行误差修正,可以有效提高其导航精度。本文基于一种九加速度计配置方式的无陀螺测量单元,推导了 GFSINS 系统方程,给出了导航系下 GFSINS/GPS 组合导航系统的卡尔曼滤波方程,并进行了数字仿真验证<sup>[2-3]</sup>。通过仿真结果评估,GFSINS/GPS 组合导航系统应用到空空导弹领域具有可行性。

## 1 无陀螺捷联惯导原理

### 1.1 GFSINS 导航的数学基础<sup>[4]</sup>

假设在载体任意处配置的加速度计在载体坐标系下的输出为  $f_i^b$ ,安装的位置矢量为  $r_i$ ,敏感方向矢量为  $\theta_i$ 。则配置在载体任意处的加速度计输出可表示为

$$f_i^b = (\theta_i)^T (A^b + \dot{\omega}_{ib}^b \times r_i + \omega_{ib}^b \times \omega_{ib}^b \times r_i) \quad (1)$$

将上式进行适当变换,令:

$$\omega_{ib}^b = [\omega_x \quad \omega_y \quad \omega_z]^T, r_i = [r_{ix} \quad r_{iy} \quad r_{iz}]^T$$

则  $\omega_{ib}^b$  的反对称阵为  $\Omega = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & 0 \end{bmatrix}$ ,显然有下面

等式成立:

$$\omega_{ib}^b \times r_i = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_{ix} \\ r_{iy} \\ r_{iz} \end{bmatrix} = \Omega \cdot r_i$$

$$\omega_{ib}^b \times \omega_{ib}^b \times r_i = \Omega^2 \cdot r_i, \dot{\omega}_{ib}^b \times r_i = \dot{\Omega} \cdot r_i$$

则式(1)可变成:

$$f_i^b = (\theta_i)^T (A^b + \Omega^2 \cdot r_i + \dot{\Omega} \cdot r_i) \quad (2)$$

将  $\omega_{ib}^b, A^b$  分离出来,上式可进一步变换为

$$f_i^b = \begin{bmatrix} (r_i \times \theta_i)^T & \theta_i^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\omega}_{ib}^b \\ A^b \end{bmatrix} + \theta_i^T \Omega^2 r_i \quad (3)$$

若无陀螺捷联惯导系统中有  $N$  个加速度计,它们的安装位置矢量分别为  $r_1, r_2, \dots, r_n$ ,敏感方向矢量分别为  $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n$ , 定义  $J_1 = [r_1 \times \theta_1 \quad \dots \quad r_n \times \theta_n]$ ,  $J_2 = [\theta_1 \quad \dots \quad \theta_n]$  则:

$$\begin{bmatrix} \dot{\omega}_{ib}^b \\ A^b \end{bmatrix} = J^{-1} \left( \begin{bmatrix} f_1^b \\ \vdots \\ f_n^b \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \theta_1^T \Omega^2 r_1 \\ \vdots \\ \theta_n^T \Omega^2 r_n \end{bmatrix} \right) \quad (4)$$

要解算出载体运动的角速度信息和质心处的线加速度信息,必须保证  $J$  的左逆矩阵存在,所以  $J$  的秩必须满足  $\text{rank}(J) = 6$ ,即无陀螺捷联惯导系统中需配置的加速度计的数目必须符合  $N \geq 6$ ,因此加速度计数目大于 6 个的情况下,通过研究加速度计的构型,无陀螺捷联惯导系统完全可以得到完整的导航信息。

### 1.2 加速度计配置方案<sup>[5-6]</sup>

本文设计了一种构型和装配均较为简单的九加速度计

配置方式来分析无陀螺捷联惯性导航原理<sup>[21-22]</sup>,配置方式如图 1 所示。

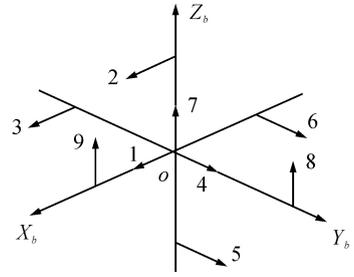


图 1 九加速度计构型方案设计

图 1 所示的加速度计配置方式中所安装加速度计的位置矢量  $\vec{r}$  和敏感方向矢量  $\vec{\theta}$  分别为

$$\vec{r} = [r_1 \quad r_2 \quad \dots \quad r_9] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$\vec{\theta} = [\theta_1 \quad \theta_2 \quad \dots \quad \theta_9] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

根据式(3),加速度计 1~9 的理想输出  $f_1 \sim f_9$  为

$$\begin{cases} f_1 = A_x \\ f_2 = A_x + l\dot{\omega}_y + l\omega_x\omega_z \\ f_3 = A_x + l\dot{\omega}_z - l\omega_y\omega_x \\ f_4 = A_y \\ f_5 = A_y + l\dot{\omega}_x - l\omega_y\omega_z \\ f_6 = A_y - l\dot{\omega}_z - l\omega_x\omega_y \\ f_7 = A_z \\ f_8 = A_z + l\dot{\omega}_x + l\omega_y\omega_z \\ f_9 = A_z - l\dot{\omega}_y + l\omega_x\omega_z \end{cases} \quad (7)$$

由式(7)可解得系统的导航参数为

$$A = \begin{bmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_4 \\ f_7 \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$\dot{\omega} = \begin{bmatrix} \dot{\omega}_x \\ \dot{\omega}_y \\ \dot{\omega}_z \end{bmatrix} = \frac{1}{2l} \begin{bmatrix} f_5 + f_8 - f_4 - f_7 \\ f_2 + f_7 - f_1 - f_9 \\ f_3 + f_4 - f_1 - f_6 \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$\begin{cases} \omega_x\omega_y = \frac{1}{2l}(f_1 + f_4 - f_3 - f_6) \\ \omega_x\omega_z = \frac{1}{2l}(f_1 + f_7 - f_2 - f_9) \\ \omega_y\omega_z = \frac{1}{2l}(f_4 + f_8 - f_5 - f_7) \end{cases} \quad (10)$$

根据解得的角加速度和角速度乘积项信息,可以通过积分法、开平方和辅助算法等常规算法解算出后续导航计算

中需要的角速度,也可以通过滤波方法解算出。角速度解算出来后,可以根据速度方程和姿态方程求解载体的位置和姿态信息。与传统的捷联惯导系统相比,GFSINS 的导航精度较低,误差积累也较快,直接应用到空空导弹领域几乎是不可能的,因此深入探索 GFSINS/GPS 组合导航系统是很有必要的。

## 2 导航系下 GFSINS/GPS 组合导航原理

本文研究的 GFSINS/GPS 组合导航算法以当地地理系为导航系, $X$  轴  $Y$  轴  $Z$  轴分别指向北天东。

### 2.1 GFSINS 系统误差模型

1) 质心加速度误差方程。载体质心加速度是由配置在质心处的三个加速度计的比力输出得到的,根据式(8),质心加速度误差方程为

$$\begin{cases} \delta A_x^b = \Delta_1 \\ \delta A_y^b = \Delta_4 \\ \delta A_z^b = \Delta_7 \end{cases} \quad (11)$$

2) 角速度误差方程。根据式(9),由于加速度计测量误差引起的等效陀螺误差为

$$\begin{bmatrix} \delta \dot{\omega}_{ibx}^b \\ \delta \dot{\omega}_{iby}^b \\ \delta \dot{\omega}_{ibz}^b \end{bmatrix} = \frac{1}{2I} \begin{bmatrix} \Delta_5 + \Delta_8 - \Delta_4 - \Delta_7 \\ \Delta_2 + \Delta_7 - \Delta_1 - \Delta_9 \\ \Delta_3 + \Delta_4 - \Delta_1 - \Delta_6 \end{bmatrix} \quad (12)$$

3) 姿态误差方程

$$\dot{\phi} = \phi \times \omega_{in}^n + \delta \omega_{in}^n + C_b^n \delta \omega_{ib}^b \quad (13)$$

4) 速度误差方程

$$\begin{aligned} \delta \dot{v} = & -\phi \times C_b^n f^b + \delta v \times (2\omega_{ie}^n + \omega_{en}^n) + v^n \times \\ & (2\delta \omega_{ie}^n + \delta \omega_{en}^n) + C_b^n \delta A^b \end{aligned} \quad (14)$$

5) 位置误差方程

$$\begin{cases} \delta \dot{\phi} = \frac{\delta V_N}{R_M + h} - \frac{V_N}{(R_M + h)^2} \delta h \\ \delta \dot{\lambda} = \frac{\delta V_E}{(R_N + h) \cos \phi} + \frac{V_E \tan \phi \sec \phi}{(R_N + h)} \delta \phi - \frac{V_E \sec \phi}{(R_N + h)^2} \delta h \\ \delta \dot{h} = \delta V_U \end{cases} \quad (15)$$

### 2.2 卡尔曼滤波<sup>[7-9]</sup>

系统选取 21 维状态变量:无陀螺惯导系统的位置(经度、纬度、高度)误差  $\delta \lambda$ 、 $\delta \phi$ 、 $\delta h$ ;速度(东向、北向、天向)误差  $\delta v_E$ 、 $\delta v_N$ 、 $\delta v_U$ ;姿态角误差(航向角误差、横滚角误差、俯仰角误差)  $\varepsilon_x$ 、 $\varepsilon_y$ 、 $\varepsilon_z$ ;等效陀螺误差  $\delta \omega_{ibx}^b$ 、 $\delta \omega_{iby}^b$ 、 $\delta \omega_{ibz}^b$ ;九个加速度计等效一阶马尔科夫过程  $\nabla_{r1} \cdots \nabla_{r9}$ 。选取 18 维噪声向量:9 个加速度计高斯白噪声  $\omega_{a1} \cdots \omega_{a9}$ ,9 个加速度计一阶马尔科夫过程驱动白噪声  $\omega_{ar1} \cdots \omega_{ar9}$ 。

那么 GFSINS/GPS 组合导航系统状态变量  $X(t)$  为

$$X(t) = \begin{bmatrix} \delta \lambda, \delta \phi, \delta h, \delta V_E, \delta V_N, \delta V_U, \varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z, \delta \omega_{ibx}^b, \delta \omega_{iby}^b, \\ \delta \omega_{ibz}^b, \nabla_{r1}, \nabla_{r2}, \nabla_{r3}, \nabla_{r4}, \nabla_{r5}, \nabla_{r6}, \nabla_{r7}, \nabla_{r8}, \nabla_{r9} \end{bmatrix}^T \quad (16)$$

白噪声向量  $W(t)$  为

$$W(t) = \begin{bmatrix} \omega_{a1}, \omega_{a2}, \omega_{a3}, \omega_{a4}, \omega_{a5}, \omega_{a6}, \omega_{a7}, \omega_{a8}, \omega_{a9}, \omega_{ar1}, \\ \omega_{ar2}, \omega_{ar3}, \omega_{ar4}, \omega_{ar5}, \omega_{ar6}, \omega_{ar7}, \omega_{ar8}, \omega_{ar9} \end{bmatrix}^T \quad (17)$$

根据 GFSINS 系统误差方程式(11)~式(15),得到 GFSINS/GPS 组合导航系统的滤波状态方程:

$$\dot{X}(t) = AX(t) + FW(t) \quad (18)$$

将 GFSINS 测得的位置信息(经度、纬度、高度)和速度信息与 GPS 测得的位置和速度信息求差,把差值作为量测信息。得到组合导航系统的量测方程:

$$Z(t) = H(t)X(t) + V(t) \quad (19)$$

因为计算机只能离散计算,需要将状态方程和观测方程离散化,离散化的系统方程为

$$\begin{cases} X_k = \Phi_{k,k-1} X_{k-1} + \Gamma_{k,k-1} W_{k-1} \\ Z_k = H_k X_k + V_k \end{cases} \quad (20)$$

状态一步预测方程:

$$X_{k/k-1} = \Phi_{k,k-1} X_{k-1} \quad (21)$$

修正方程:

$$X_k = X_{k/k-1} + K_k (Z_k - H_k X_{k/k-1}) \quad (22)$$

增益方程:

$$K_k = P_{k/k-1} H_k^T (H_k P_{k/k-1} H_k^T + R_k)^{-1} \quad (23)$$

预测误差协方差阵:

$$P_{k/k-1} = \Phi_{k,k-1} P_{k-1} \Phi_{k,k-1}^T + \Gamma_{k,k-1} Q_{k-1} \Gamma_{k,k-1}^T \quad (24)$$

滤波误差协方差阵:

$$P_k = (I - K_k H_k) P_{k/k-1} \quad (25)$$

## 3 仿真与结果分析

位置时间函数、姿态角函数分别设置为

$$\begin{cases} \phi = (40^\circ + 2 * \sin(0.0005\pi t)) * \frac{\pi}{180} \text{ (rad)} \\ \lambda = (60^\circ + 1.5 * \sin(0.0005\pi t)) * \frac{\pi}{180} \text{ (rad)} \\ h = 300 * \sin(0.0005\pi t) \text{ (m)} \end{cases} \quad (26)$$

$$\begin{cases} \varphi = 5 * \frac{\pi}{180} * \sin(2\pi * 0.8 * t) \\ \theta = 5 * \frac{\pi}{180} * \sin(2\pi * 0.1 * t) \text{ (rad)} \\ \gamma = 30 * \frac{\pi}{180} * \sin(2\pi * 0.6 * t) \end{cases} \quad (27)$$

将位置和姿态角函数设置为轨迹发生器的输入,可以得到姿态数据(三轴姿态角、陀螺等效角速度、陀螺等效角速度变化率)、位置数据(经、纬、高度、东、北、天向速度)和载体质心处比力输出,共计 18 组轨迹数据。将这 18 组轨迹数据看做是仿真真值。再将三轴陀螺等效角速度、陀螺等效角速度变化率和载体质心处比力输出送入加速度计比力输出模块,可以以得到仿真需要的九加速度计模型解析输出值,可以视为 GFSINS 的加速度计输出真值。

仿真条件如下设置:加速度计采样间隔为 5 ms,仿真时

间设置为 1 000 s,加速度计常值零偏量级  $10^{-4}$  g,随机白噪声的均方差量级为  $10^{-5}$  g,有色噪声过程中的反相关时间常数为 600 s,有色噪声的扰动均方差量级为  $10^{-5}$  g,组合频率为 5 Hz。仿真结果如图 2~图 4 所示。

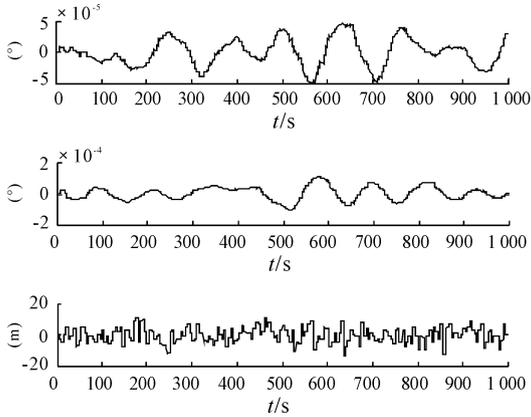


图 2 位置误差示意图

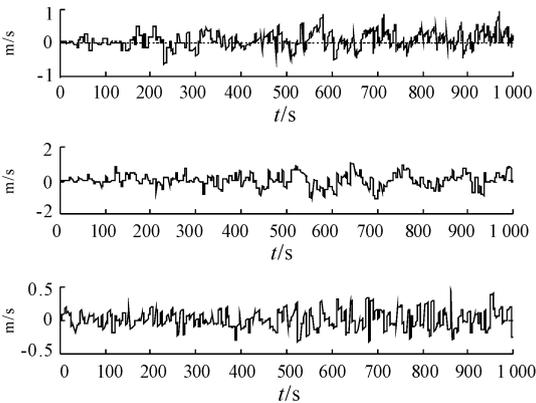


图 3 速度误差示意图

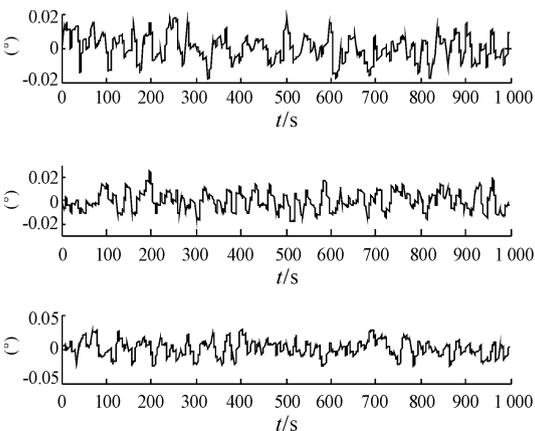


图 4 姿态误差示意图

图 2~图 4 表明:在加速度计输出采样信号中加入随机常值误差和噪声扰动时,基于卡尔曼滤波的 GFSINS/GPS 组合导航在 1 000 s 仿真时间内的导航精度指标为:位置误差不大于 20 m,速度误差不大于 1 m/s,姿态角误差不大于  $0.03^\circ$ ,均不会出现发散现象。

## 4 结束语

基于卡尔曼滤波的 GFSINS/GPS 组合导航系统在假定的简单误差模型下,导航精度可以满足空空导弹导航精度的要求,从原理上初步验证了其在空空导弹领域应用的可行性,可以尝试和探索 GFSINS/GPS 组合导航系统在空空导弹领域的工程化应用。

## 参考文献:

- [1] 史震,于秀萍,马澍田.无陀螺捷联式惯性导航系统[M].哈尔滨:哈尔滨工程大学出版社,2005:10-13,51-53.
- [2] 刘志平.无陀螺捷联惯导系统若干关键技术研究[D].哈尔滨:哈尔滨工程大学,2010.
- [3] 董绪荣,张守信,华仲春.GPS/INS 组合导航定位及其应用[M].长沙:国防科技大学出版社,1998.
- [4] 汪小娜,王树宗,朱华兵.无陀螺捷联惯导系统模型研究[J].兵工学报,2006,27(2):288-292.
- [5] 史震.无陀螺捷联惯导系统中加速度计配置方式[J].中国惯性技术学报,2002,10(1):15-19.
- [6] Chen J H, Lee S C, Daniel B D. Gyroscope free strap-down inertial measurement unit by six linear accelerometers[J]. Journal of Guidance, Control and Dynamics, 1994, 17(2): 286-290.
- [7] 付梦印,邓治红,闫莉萍. Kalman 滤波理论及其在导航系统中的应用[M]. 2 版. 北京:科学出版社,2010:56-58.
- [8] 秦永元,张洪钺,汪叔华.卡尔曼滤波与组合导航原理[M].西安:西北工业大学出版社,1998:238-336.
- [9] Edmundo A. Marques Filho, Helio Koiti Kuga, Atair Rios Neto. Integrated GPS/INS Navigation System Based on a Gyroscope-Free IMU[J]. Brazilian Conference on Dynamics, Control and Their Applications, 2006, 5: 1322-1327.
- [10] 王玉杰,曹聚亮,胡小平.平滑算法在航空物探高精度姿态测量中的应用[J].兵工自动化,2012(9):59-64.

(责任编辑 周江川)