

河南师范大学

2012 年硕士研究生入学考试业务课试卷

科目代码：602 名称：数学（理） 适用专业或方向：计算机软件与理论
 （共 23 题，3 页。必须在答题纸上答题，在试卷上答题无效，答题纸可向监考老师索要。）

一、单项选择题（1-8 题，每小题 4 分，共 32 分）请将答案写在答题纸上。

1. 函数 $f(x) = x \sin x$

- (A) 当 $x \rightarrow \infty$ 时为无穷大量 (B) 在 $(-\infty, +\infty)$ 内有界
 (C) 在 $(-\infty, +\infty)$ 内无界 (D) 当 $x \rightarrow \infty$ 时有有限极限

2. 设函数 $f(x)$ 在 $x=0$ 处连续，且 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h^2)}{h^2} = 1$ ，则

- (A) $f(0) = 0$ 且 $f'_-(0)$ 存在 (B) $f(0) = 1$ 且 $f'_-(0)$ 存在
 (C) $f(0) = 0$ 且 $f'_+(0)$ 存在 (D) $f(0) = 1$ 且 $f'_+(0)$ 存在

3. 设函数 $f(x)$ 的导数是 $\cos x$ ，则 $f(x)$ 的一个原函数是

- (A) $1 - \cos x$ (B) $1 + \cos x$ (C) $1 - \sin x$ (D) $1 + \sin x$

4. 二元函数 $f(x, y)$ 在点 (x_0, y_0) 处两个偏导 $f'_x(x_0, y_0), f'_y(x_0, y_0)$ 存在是 $f(x, y)$

在该点连续的

- (A) 充分而非必要条件 (B) 必要而非充分条件
 (C) 充分必要条件 (D) 既非充分又非必要条件

5. 设 $D = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 1\}$ ， D_1 是 D 在第一象限的部分，则以下正确的是

- (A) $\iint_D x dx dy = 4 \iint_{D_1} x dx dy$ (B) $\iint_D y dx dy = 4 \iint_{D_1} y dx dy$
 (C) $\iint_D xy dx dy = 4 \iint_{D_1} xy dx dy$ (D) $\iint_D |xy| dx dy = 4 \iint_{D_1} |xy| dx dy$

6. 设有向量 $\alpha_1 = (1, -1, 1, 0)$ 、 $\alpha_2 = (1, 2, -1, 0)$ 、 $\alpha_3 = (0, 1, 1, 1)$ 、 $\alpha_4 = (2, 2, 1, 1)$ ，则以下结论正确的是

- (A) $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ 线性相关 (B) $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性相关

(C) α_1, α_2 线性相关 (D) α_1 线性相关

7. 袋中有 5 个乒乓球 (3 个新, 2 个旧), 每次取一个, 无放回的抽取 2 次, 则第二次抽取到新球的概率是

(A) $\frac{3}{5}$ (B) $\frac{3}{4}$ (C) $\frac{2}{4}$ (D) $\frac{3}{10}$

8. 设两个相互独立的随机变量 X 和 Y 分别服从正态分布 $N(0,1)$ 和 $N(1,1)$, 则下列结论正确的是

(A) $P\{X+Y \leq 0\} = \frac{1}{2}$ (B) $P\{X+Y \leq 1\} = \frac{1}{2}$
(C) $P\{X-Y \leq 0\} = \frac{1}{2}$ (D) $P\{X-Y \leq 1\} = \frac{1}{2}$

二、填空题 (9-14 题, 每小题 4 分, 共 24 分) 请将答案写在答题纸上。

9. 若 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+a}{x-a} \right)^x = 9$, 则常数 $a =$ _____.

10. $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{1+x^2} dx =$ _____.

11. 设 $A = 2a + b, B = ka + b$, 其中 a, b 为矢量, 且 $|a| = 1, |b| = 2$, 且 $a \perp b$. 若 $A \perp B$, 则 $k =$ _____.

12. 函数 $z = xe^{2y}$ 在点 $P(1,0)$ 处沿从点 $P(1,0)$ 到点 $Q(2,-1)$ 的方向导数为 _____.

13. 矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ 的逆矩阵为 _____.

14. 设 $X \sim N(1,3)$, 确定 $c =$ _____, 使 $P\{X \leq c\} = P\{X > c\}$.

三、解答题 (15-23 题, 共 94 分) 请将答案写在答题纸上。

15. 求下列极限: (12 分)

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x^2(e^x - 1)}$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln\left(1 + \frac{1}{x}\right)}{\arctan \frac{1}{x}}$$

16. 求函数 $f(x) = 2x^3 - 3x^2$ 在区间 $[-1, 4]$ 上的最大值和最小值。(10分)

17. 证明: 当 $x > 0$ 时, 有

$$\arctan x + \frac{1}{x} > \frac{\pi}{2}. \quad (10分)$$

18. 计算下列积分: (12分)

$$(1) \int x^3 e^{x^2} dx \quad (2) \int_0^1 x \arcsin x dx$$

19. 求微分方程 $y'' + y = x^2$ 的通解。(10分)

20. 设 $f(x, y, z) = xy^2 + yz^2 + zx^2$, 求 $f_{xx}(0, 0, 1)$ 。(10分)

21. 求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n}}{2n}$ 的收敛域及和函数。(10分)

22. 计算 $\iint_D (\sqrt{x^2 + y^2} + y) dx dy$, 其中 $D = \{(x, y) | 2x \leq x^2 + y^2 \leq 4\}$ 。(10分)

23. 求齐次线性方程组

$$\begin{cases} x + y - z - u = 0 \\ 2x - 5y + 3z + 2u = 0 \\ 7x - 7y + 3z + u = 0 \end{cases}$$

基础解系和通解。(10分)