

失效相关系统的失效概率模型与寿命概率分布特征研究

王正¹, 王增全¹, 谢里阳^{2,3}

(1. 中国北方发动机研究所 柴油机增压技术重点实验室, 天津 300400; 2. 东北大学 现代设计与分析研究所, 辽宁 沈阳 110819; 3. 东北大学 航空动力装备振动及控制教育部重点实验室, 辽宁 沈阳 110819)

摘要: 考虑失效相关性对系统失效概率特征的影响, 从系统层面出发, 建立串联系统和并联系统的强度概率分布模型。在此基础上, 分别以连续型变量和离散型变量作为寿命度量指标, 推导能够科学体现“系统组成结构、载荷、强度”等参数影响的串联系统和并联系统失效概率模型, 研究串联系统和并联系统的寿命概率分布特征。研究表明: 并联系统的平均首次故障时间大于串联系统的平均首次故障时间, 且大于系统组成零部件的平均首次故障时间; 而串联系统的平均首次故障时间则小于系统组成零部件的平均首次故障时间。

关键词: 概率论; 系统; 失效相关; 失效概率; 寿命分布; 平均首次故障时间

中图分类号: TB114.3; TH122 **文献标志码:** A **文章编号:** 1000-1093(2015)07-1326-08

DOI: 10.3969/j.issn.1000-1093.2015.07.023

Research on the Failure Probability Models and Life Probability Characteristics of Systems with Dependent Failure

WANG Zheng¹, WANG Zeng-quan¹, XIE Li-yang^{2,3}

(1. National Key Laboratory of Diesel Engine Turbocharging Technology, China North Engine Research Institute, Tianjin 300400, China; 2. Institute of Modern Design and Analysis, Northeastern University, Shenyang 110819, Liaoning, China; 3. Key Laboratory of Aero Power Equipment Vibration and Control of Ministry of Education, Northeastern University, Shenyang 110819, Liaoning, China)

Abstract: The effect of failure dependence on the failure probability characteristics of systems is taken into account, and the system strength probability distribution models of series system and parallel system are derived from the system level, respectively. The failure probability models of series and parallel systems, which can embody the effects of parameters, such as system composing structure, load, strength, and so on, are developed by taking continuous variable and discrete variable as the life parameters, respectively. The life probability characteristics of series and parallel systems are studied. The results show that the mean time to first failure (MTTFF) of parallel system is not only more than that of series system but also more than those of the components that compose the system, and the MTTFF of series system is less than those of the components.

Key words: probability theory; system; failure dependence; failure probability; life distribution; mean time to first failure

0 引言

失效相关, 与“失效独立”相对应, 是机械系统

可靠性分析与寿命评价过程中需要妥善处理的重要问题之一^[1]。失效相关系统是指系统中各组成零部件或单元之间的失效不相互独立的系统。失效相

关性的存在不仅会严重影响并联系统等冗余系统安全作用的有效发挥,而且会使系统的可靠性分析与建模变得更加复杂。对于机械系统,由于受载荷环境随机性与材料性能分散性的影响,系统中零部件之间的失效均存在不同程度的相关性。因此,在对机械系统进行可靠性分析与寿命评价时,需要充分考虑失效相关性的影响。

寿命能够直观地反映机械产品的可靠性或耐久性水平,是机械产品的重要技术指标之一。受材料性能分散性、制造过程波动性、任务剖面随机性等不确定性因素的影响,机械产品的寿命在实际使用过程中表现出不同程度的不确定性,具有一定的概率分布特征。正因如此,对于发动机、汽车等机械系统,常采用能够体现寿命不确定性特征的“可靠寿命”指标来表征其可靠性或耐久性^[2-3]。

多年来,国内外学者从不同角度对系统的可靠性评价与寿命预测问题开展了研究^[4-12]。唐家银等基于产品的性能退化数据,根据退化量间的正相关结构,建立了多故障模式相关性失效的 Copula 综合可靠性模型,并拓展至退化量-随机失效阈值相关性干涉的普适性模型^[4]。Seo 等提出了一种冗余系统的寿命分布估计方法,该方法在对冗余系统进行寿命分析时无需针对每一次维修作“修旧如新”的假设^[6]。周金宇等基于更新过程理论,通过引入广义发生函数提出一种针对元件及系统有限时间区间的剩余寿命概率分析方法^[7]。Giorgio 等研究了基于年度可靠性指标、年度风险以及年度寿命分布的结构系统全寿命周期维修概率方法,给出了考虑单元抗力全部恢复情况下串联、并联以及串并联系统的维修计划^[8]。Kim 等研究了航天器电力系统的性能退化与失效行为,给出了航天器电力系统的可靠性评价与多状态失效分析结果^[9]。现有方法与模型大多在零部件可靠性或寿命分布特征已知的前提下或是利用失效数据进行系统的可靠性分析与寿命评价。

本文将针对失效相关系统,考虑系统失效相关性对失效概率特征的影响,建立能够体现“系统组成结构、载荷、强度”等参数影响的串联系统和并联系统失效累积概率分布函数与概率密度函数,研究系统的寿命概率分布特征。

1 失效相关系统的强度及其概率分布

强度是零部件或系统在抵抗外载荷时所体现出的一种能力。对于系统而言,由于系统由若干零部

件按照一定的功能或结构关系组成,系统的强度不仅与各组成零部件的强度有关,而且同系统与零部件之间的失效逻辑关系密切相关。此外,受材料性能分散性、工艺过程波动性等不确定性因素的影响,系统的强度也具有一定的不确定性特征。在这里,以由 n 个相同零部件组成的系统为例,从系统层面出发,分别给出串联系统和并联系统的强度概率密度函数与累积分布函数。

根据系统与各组成零部件之间的失效逻辑关系,串联系统的失效概率 F_s 可以表示为

$$F_s = 1 - P\left(\bigcap_{i=1}^n A_i\right), \quad (1)$$

并联系统的失效概率 F_p 可以表示为

$$F_p = 1 - P\left(\bigcup_{i=1}^n A_i\right), \quad (2)$$

式中: A_i 表示“零部件正常工作”事件; $P(\cdot)$ 为概率度量。

由于失效相关系统中各零部件之间存在不同程度的失效相关性,因此,并不能简单地在传统“失效独立”假设的前提下,对(1)式和(2)式所示的系统失效概率计算模型进行数学简化。由文献[13]可知,系统的失效相关性主要由载荷与强度的分散性所决定,载荷的分散性是导致系统发生失效相关的主要原因,而强度的分散性则有助于减弱系统的失效相关性。特殊地,当载荷为确定值时,系统中各零部件的失效完全取决于零部件自身的强度性能,此时系统中各零部件的失效相互独立。

对于由 n 个相同零部件组成的系统,零部件的强度 δ 概率密度函数和累积分布函数分别用 $f_\delta(\delta)$ 和 $F_\delta(\delta)$ 表示,当零部件所承受的载荷 s 为确定值时,各零部件的失效完全取决于零部件自身的强度性能,此时串联系统和并联系统的失效概率可以用应力-强度干涉模型分别表示为

$$F_s = 1 - \left(\int_s^{+\infty} f_\delta(\delta) d\delta\right)^n = 1 - [1 - F_\delta(s)]^n, \quad (3)$$

$$F_p = \left(\int_0^s f_\delta(\delta) d\delta\right)^n = [F_\delta(s)]^n. \quad (4)$$

显然,(3)式和(4)式可以分别视为串联系统和并联系统的强度 δ 小于载荷 s 的概率。如果将(3)式和(4)式中的 s 替换为 δ ,则可以根据概率分布函数的定义,分别给出串联系统和并联系统的强度累积分布函数,即

$$F_{s_s}(\delta) = P(\delta_s < \delta) = 1 - [1 - F_\delta(\delta)]^n, \quad (5)$$

$$F_{p_p}(\delta) = P(\delta_p < \delta) = [F_\delta(\delta)]^n. \quad (6)$$

进一步,通过求导运算可以得到串联系统和并联系统的强度概率密度函数分别为

$$f_{\delta_s}(\delta) = n[1 - F_{\delta}(\delta)]^{n-1}f_{\delta}(\delta), \quad (7)$$

$$f_{\delta_p}(\delta) = n[F_{\delta}(\delta)]^{n-1}f_{\delta}(\delta). \quad (8)$$

以由相同零部件组成的串联系统和并联系统为例,零部件强度服从均值为 300 MPa、标准差为 60 MPa 的正态分布,图 1 和图 2 所示为分别串联系统与并联系统的强度概率密度以及累积概率分布随零部件数量的变化。从图 1、图 2 中可以看出,随着零部件数量的增加,串联系统强度的均值在逐渐降低,分散性在减小,而并联系统强度的均值在逐渐增加,分散性也在减小。

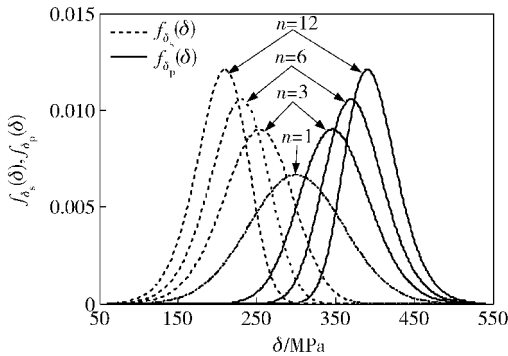


图 1 系统强度概率密度随组成零部件数量的变化

Fig. 1 Probability density of system strength as a function of different number of components

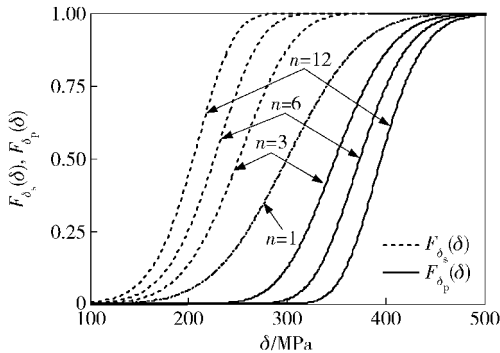


图 2 系统强度累积概率随组成零部件数量的变化

Fig. 2 Cumulative probability distribution of system strength as a function of different number of components

2 以连续型变量为寿命指标的系统失效概率模型

时间是最常用的连续型寿命度量指标之一,下面以时间为例,建立以连续型变量为寿命度量指标的串联系统和并联系统失效概率模型。

设系统在 t 时刻的失效概率为 $F(t)$, 系统承受

的载荷作用次数随时间的变化服从参数为 $\lambda(t)$ 的泊松随机过程,用事件 A 表示“系统在 t 时刻未失效”,事件 B 表示“载荷在 $\tau(\tau \in [t, t + \Delta t])$ 时刻出现”,事件 C 表示“系统 τ 时刻的强度 δ_{τ} 小于应力 s ”。显然,事件 A 的发生概率可以表示为

$$P(A) = 1 - F(t). \quad (9)$$

事件 B 发生的概率可以表示为

$$P(B) = \lambda(t) \Delta t. \quad (10)$$

事件 C 发生的概率可以表示为

$$P(C) = \int_{\delta_{\tau}}^{+\infty} f_s(s) ds = 1 - F_s(\delta_{\tau}). \quad (11)$$

系统在 $(t, t + \Delta t)$ 时间段内发生失效的概率可以表示为

$$F(t + \Delta t) - F(t) = P(A)P(B)P(C) = \lambda(t) \Delta t [1 - F_s(\delta_{\tau})] [1 - F(t)]. \quad (12)$$

令 $\Delta t \rightarrow 0$, (12) 式可以写成为

$$\frac{dF(t)}{dt} = \lambda(t) [1 - F_s(\delta_t)] [1 - F(t)]. \quad (13)$$

解微分方程(13)式,可得

$$F(t) = 1 - \exp \left\{ \int_0^t \lambda(t) [F_s(\delta_t) - 1] dt \right\} + C. \quad (14)$$

由初始条件 $F(0) = 0, C = 0$ 可得, (14) 式可以表示为

$$F(t) = 1 - \exp \left\{ \int_0^t \lambda(t) [F_s(\delta_t) - 1] dt \right\}. \quad (15)$$

系统在 t 时刻的强度 δ_t 通常可表示为初始强度 δ 和时间 t 的函数,因此, (15) 式可以写成为

$$F(t) = 1 - \exp \left\{ \int_0^t \lambda(t) [F_s(\delta, t) - 1] dt \right\}. \quad (16)$$

当初始强度 δ 服从概率密度函数为 $f_{\delta}(\delta)$ 的随机变量时,系统的失效累积概率函数可以表示为

$$F(t) = 1 - \int_0^{+\infty} f_{\delta}(\delta) \exp \left\{ \int_0^t \lambda(t) [F_s(\delta, t) - 1] dt \right\} d\delta. \quad (17)$$

将(7)式和(8)式所示的串联系统与并联系统强度概率密度函数分别代入(17)式,便可以得到串联系统和并联系统的失效累积概率函数,即

$$F_s(t) = 1 - \int_0^{+\infty} n[1 - F_{\delta}(\delta)]^{n-1} f_{\delta}(\delta) \exp \left\{ \int_0^t \lambda(t) [F_s(\delta, t) - 1] dt \right\} d\delta, \quad (18)$$

$$F_p(t) = 1 - \int_0^{+\infty} n[F_\delta(\delta)]^{n-1}f_\delta(\delta) \cdot \exp \left\{ \int_0^t \lambda(t)[F_s(\delta,t) - 1] dt \right\} d\delta. \quad (19)$$

进一步,可以得到串联系统和并联系统的失效概率密度函数,即

$$f_s(t) = \frac{df_s(t)}{dt} = \int_0^{+\infty} n[1 - F_\delta(\delta)]^{n-1}f_\delta(\delta)\lambda(t) \cdot [1 - F_s(\delta,t)] \exp \left\{ \int_0^t \lambda(t)[F_s(\delta,t) - 1] dt \right\} d\delta, \quad (20)$$

$$f_p(t) = \frac{dF_p(t)}{dt} = \int_0^{+\infty} n[F_\delta(\delta)]^{n-1}f_\delta(\delta)\lambda(t) \cdot [1 - F_s(\delta,t)] \exp \left\{ \int_0^t \lambda(t)[F_s(\delta,t) - 1] dt \right\} d\delta. \quad (21)$$

串联系统和并联系统的可靠度函数,即

$$R_s(t) = 1 - F_s(t) = \int_0^{+\infty} n[1 - F_\delta(\delta)]^{n-1}f_\delta(\delta) \cdot \exp \left\{ \int_0^t \lambda(t)[F_s(\delta,t) - 1] dt \right\} d\delta, \quad (22)$$

$$R_p(t) = 1 - F_p(t) = \int_0^{+\infty} n[F_\delta(\delta)]^{n-1}f_\delta(\delta) \cdot \exp \left\{ \int_0^t \lambda(t)[F_s(\delta,t) - 1] dt \right\} d\delta. \quad (23)$$

串联系统和并联系统的故障率函数,即

$$h_s(t) = \frac{\frac{dF_s(t)}{dt}}{1 - F_s(t)} = \frac{\int_0^{+\infty} n[1 - F_\delta(\delta)]^{n-1}f_\delta(\delta) \lambda(t)[1 - F_s(\delta,t)] \exp \left\{ \int_0^t \lambda(t)[F_s(\delta,t) - 1] dt \right\} d\delta}{\exp \left\{ \int_0^t \lambda(t)[F_s(\delta,t) - 1] dt \right\} d\delta}, \quad (24)$$

$$h_p(t) = \frac{\frac{dF_p(t)}{dt}}{1 - F_p(t)} = \frac{\int_0^{+\infty} n[F_\delta(\delta)]^{n-1}f_\delta(\delta) \lambda(t)[1 - F_s(\delta,t)] \exp \left\{ \int_0^t \lambda(t)[F_s(\delta,t) - 1] dt \right\} d\delta}{\exp \left\{ \int_0^t \lambda(t)[F_s(\delta,t) - 1] dt \right\} d\delta}. \quad (25)$$

串联系统和并联系统的平均首次故障时间(MTTFF),即

$$MTTFF_s = \int_0^{+\infty} (1 - F_s(t)) dt =$$

$$\int_0^{+\infty} \int_0^{+\infty} n[1 - F_\delta(\delta)]^{n-1} \cdot f_\delta(\delta) \exp \left\{ \int_0^t \lambda(t)[F_s(\delta,t) - 1] dt \right\} d\delta dt, \quad (26)$$

$$MTTFF_p = \int_0^{+\infty} (1 - F_p(t)) dt = \int_0^{+\infty} \int_0^{+\infty} n[F_\delta(\delta)]^{n-1} \cdot f_\delta(\delta) \exp \left\{ \int_0^t \lambda(t)[F_s(\delta,t) - 1] dt \right\} d\delta dt. \quad (27)$$

(18)式~(21)式所示的以连续型变量为寿命度量指标的系统失效概率模型,能够科学地体现“系统组成结构、强度、载荷”等因素对系统失效概率分布特征的影响。利用“系统组成结构、强度、载荷”等参数,便可以运用(18)式~(27)式分别计算得到以时间为寿命度量指标时串联系统和并联系统的寿命概率分布特征、可靠度与故障率变化规律以及平均首次故障时间。当 $n = 1$ 时,运用(18)式~(27)式分别计算得到以时间为寿命度量指标时零部件的寿命累积概率 $F_c(t)$ 和概率密度 $f_c(t)$ 、可靠度 $R_c(t)$ 与故障率 $h_c(t)$ 变化规律以及平均首次故障时间。

3 以离散型变量为寿命指标的系统寿命概率模型

机械系统中存在大量以离散型变量作为寿命度量指标的产品,例如,具有疲劳失效模式的机械产品便以载荷作用次数作为寿命度量指标。下面,以载荷作用次数为例,建立以离散型变量为寿命度量指标的串联系统和并联系统失效概率模型。

设系统经历 w 次载荷作用时的失效概率为 $F(w)$,用事件 D 表示“系统经历 $w - 1$ 次载荷作用后未失效”,事件 E 表示“第 w 次载荷作用时的强度 δ_w 小于应力 s ”。事件 D 的发生概率可以表示为

$$P(D) = 1 - F(w - 1). \quad (28)$$

事件 E 发生的概率可以表示为

$$P(E) = \int_{\delta_w}^{+\infty} f_s(s) ds = 1 - F_s(\delta_w). \quad (29)$$

系统在经历 w 次载荷作用时发生失效的概率可以表示为

$$F(w) = P(D)P(E) + P(\bar{D}) = [1 - F(w - 1)][1 - F_s(\delta_{w-1})] + F(w - 1). \quad (30)$$

进一步, (30) 式可以表示为

$$F(w) - 1 = [F(w-1) - 1] F_s(\delta_{w-1}). \quad (31)$$

由 $F(0) = 0$ 可得, (31) 式可以表示为

$$F(w) = 1 - \prod_{i=1}^w F_s(\delta_{i-1}). \quad (32)$$

当初始强度 δ 服从概率密度函数为 $f_\delta(\delta)$ 的随机变量时, 系统的失效概率函数可以表示为

$$F(w) = 1 - \int_0^{+\infty} f_\delta(\delta) \prod_{i=1}^w F_s(\delta_{i-1}) d\delta. \quad (33)$$

将(7)式和(8)式所示的串联系统与并联强度概率密度函数分别代入(33)式, 便可以得到串联系统和并联系统的失效累积概率函数, 即

$$F_s(w) = 1 - \int_0^{+\infty} n[1 - F_\delta(\delta)]^{n-1} f_\delta(\delta) \prod_{i=1}^w F_s(\delta_{i-1}) d\delta, \quad (34)$$

$$F_p(w) = 1 - \int_0^{+\infty} n[F_\delta(\delta)]^{n-1} f_\delta(\delta) \prod_{i=1}^w F_s(\delta_{i-1}) d\delta. \quad (35)$$

进一步, 可以得到串联系统和并联系统的失效概率密度函数, 即

$$f_s(w) = \int_0^{+\infty} n[1 - F_\delta(\delta)]^{n-1} f_\delta(\delta) \cdot [1 - F_s(\delta_{w-1})] \prod_{i=1}^{w-1} F_s(\delta_{i-1}) d\delta, \quad (36)$$

$$f_p(w) = \int_0^{+\infty} n[F_\delta(\delta)]^{n-1} f_\delta(\delta) \cdot [1 - F_s(\delta_{w-1})] \prod_{i=1}^{w-1} F_s(\delta_{i-1}) d\delta. \quad (37)$$

串联系统和并联系统的可靠度函数, 即

$$R_s(w) = 1 - F_s(w) = \int_0^{+\infty} n[1 - F_\delta(\delta)]^{n-1} f_\delta(\delta) \prod_{i=1}^w F_s(\delta_{i-1}) d\delta, \quad (38)$$

$$R_p(w) = 1 - F_p(w) = \int_0^{+\infty} n[F_\delta(\delta)]^{n-1} f_\delta(\delta) \prod_{i=1}^w F_s(\delta_{i-1}) d\delta. \quad (39)$$

串联系统和并联系统的故障率函数, 即

$$h_s(w) = \frac{F_s(w+1) - F_s(w)}{F_s(w)} = \frac{\int_0^{+\infty} n[1 - F_\delta(\delta)]^{n-1} f_\delta(\delta) [1 - F_s(\delta_w)] \prod_{i=1}^w F_s(\delta_{i-1}) d\delta}{\int_0^{+\infty} n[1 - F_\delta(\delta)]^{n-1} f_\delta(\delta) \prod_{i=1}^w F_s(\delta_{i-1}) d\delta}, \quad (40)$$

$$h_p(w) = \frac{F_p(w+1)}{1 - F_p(w)} =$$

$$\frac{\int_0^{+\infty} n[F_\delta(\delta)]^{n-1} f_\delta(\delta) [1 - F_s(\delta_w)] \prod_{i=1}^w F_s(\delta_{i-1}) d\delta}{\int_0^{+\infty} n[F_\delta(\delta)]^{n-1} f_\delta(\delta) \prod_{i=1}^w F_s(\delta_{i-1}) d\delta}. \quad (41)$$

串联系统和并联系统的平均首次故障载荷作用次数(MNTFF), 即

$$MNTFF_s = \sum_{w=1}^{+\infty} (1 - F_s(w)) = \sum_{w=1}^{+\infty} \int_0^{+\infty} n[1 - F_\delta(\delta)]^{n-1} f_\delta(\delta) \prod_{i=1}^w F_s(\delta_{i-1}) d\delta, \quad (42)$$

$$MNTFF_p = \sum_{w=1}^{+\infty} 1 - F_p(w) = \sum_{w=1}^{+\infty} \int_0^{+\infty} n[F_\delta(\delta)]^{n-1} f_\delta(\delta) \prod_{i=1}^w F_s(\delta_{i-1}) d\delta. \quad (43)$$

(34)式~(37)式所示的以离散型变量为寿命度量指标的系统失效概率模型, 能够科学地体现“系统组成结构、强度、载荷”等因素对系统失效概率分布特征的影响。利用“系统组成结构、强度、载荷”等参数, 便可以运用(34)式~(43)式分别计算得到以载荷作用次数为寿命度量指标时串联系统和并联系统的寿命概率分布特征、可靠度与故障率变化规律以及平均首次故障载荷作用次数。当 $n=1$ 时, 运用(34)式~(43)式分别计算得到以载荷作用次数为寿命度量指标时零部件的寿命累积概率 $F_c(w)$ 和概率密度 $f_c(w)$ 、可靠度 $R_c(w)$ 与故障率 $h_c(w)$ 变化规律以及平均首次故障载荷作用次数。

4 系统的寿命概率分布特征研究

下面, 利用本文建立的系统失效概率模型, 分别研究以连续型变量和离散型变量为寿命度量指标时系统的寿命概率分布特征。

4.1 以连续型变量为寿命指标的系统寿命概率分布特征研究

在以时间 t 为寿命度量指标框架下, 以由 3 个相同零部件组成的系统为例, 零部件强度服从均值为 600 MPa、标准差为 40 MPa 的正态分布, 强度退化规律为 $\delta(t) = \delta \exp(-0.0001t)$, 载荷作用过程服从参数为 0.5 h^{-1} 的泊松随机过程, 应力服从均值为 400 MPa、标准差为 45 MPa 的正态分布。将上述参

数分别代入(18)式和(19)式所示的系统失效累积概率函数以及(20)式和(21)式所示的系统失效概率密度函数,可以得到串联系统与并联系统的寿命概率分布特征,如图3、图4所示;同时,将上述参数分别代入(22)式和(23)式所示的系统可靠度函数以及(24)式和(25)式所示的系统故障率函数,可以得到串联系统和并联系统的可靠度与故障率的变化规律,如图5、图6所示。

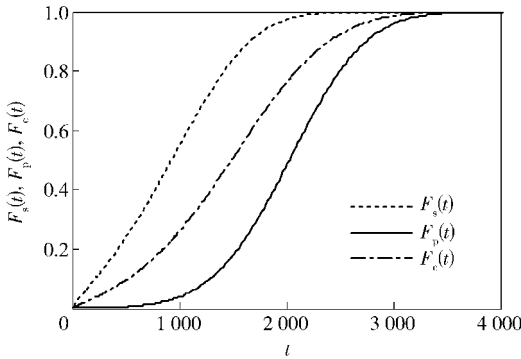


图 3 系统的失效累积概率

Fig. 3 Cumulative failure probabilities of systems

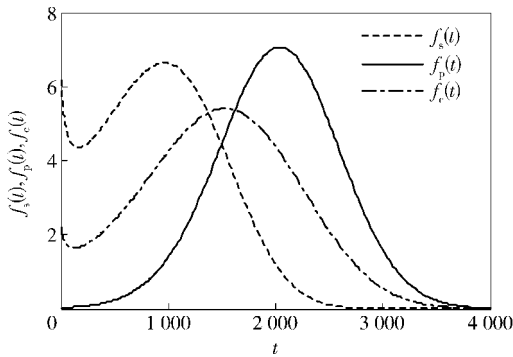


图 4 系统的失效概率密度

Fig. 4 Failure probability densities of systems

从图3、图4可以看出,随着时间的增加,系统的失效累积概率在逐渐增加;串联系统的失效累积概率大于系统组成零部件的失效累积概率,并联系统的失效累积概率则小于系统组成零部件的失效累积概率。从图5、图6可以看出,随着时间的增加,系统的可靠度在逐渐降低,故障率呈现出“浴盆曲线”的变化特征,串联系统的可靠度小于系统组成零部件的可靠度,而并联系统的可靠度大于系统组成零部件的可靠度;串联系统的故障率大于系统组成零部件的故障率,而并联系统的故障率小于系统组成零部件的故障率。

此外,运用(26)式、(27)式可以分别计算得到

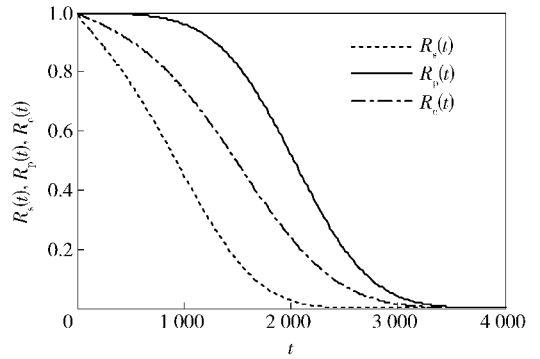


图 5 系统可靠度随时间的变化

Fig. 5 Change of reliability of systems with time

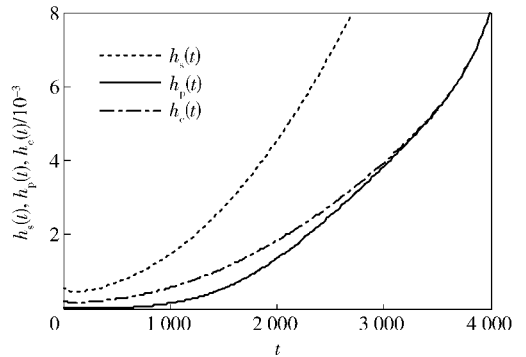


图 6 系统故障率随时间的变化

Fig. 6 Change of failure rate of systems with time

$MTTF_s = 946 \text{ h}$, $MTTF_p = 2026 \text{ h}$ 。系统组成零部件的平均首次故障时间为 1485 h,显然,并联系统的平均首次故障时间大于串联系统的平均首次故障时间,并且大于系统组成零部件的平均首次故障时间;串联系统的平均首次故障时间则小于系统组成零部件的平均首次故障时间。

4.2 以离散型变量为寿命指标的系统寿命概率分布特征研究

在以载荷作用次数 w 为寿命度量指标框架下,以由 3 个相同零部件组成的系统为例,零部件强度服从均值为 600 MPa、标准差为 50 MPa 的正态分布,强度退化规律为 $\delta(w) = \delta - (\delta - 400) \left(\frac{w-1}{9000}\right)^{1.5}$,应力服从均值为 400 MPa、标准差为 40 MPa 的正态分布。将上述参数分别代入(34)式和(35)式所示的系统失效累积概率函数以及(36)式和(37)式所示的系统失效概率密度函数,便可以得到串联系统与并联系统的寿命概率分布特征,如图7、图8所示;同时,将上述参数分别代入(38)式和(39)式所示的系统可靠度函数以及(40)式、(41)式所示的系统故障率函数,可以得到串联系统和并联系统的可

靠度与故障率的变化规律,如图 9、图 10 所示。

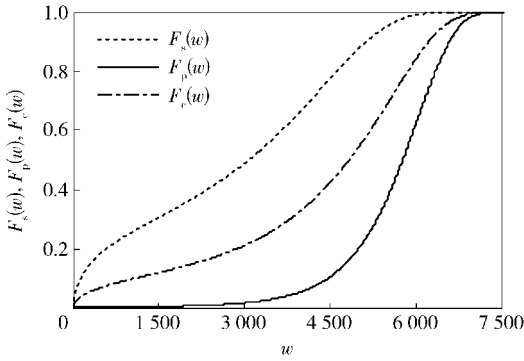


图 7 系统的失效累积概率

Fig. 7 Cumulative failure probabilities of systems

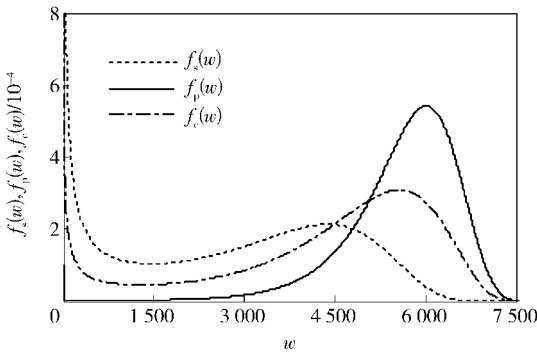


图 8 系统的失效概率密度

Fig. 8 Failure probability densities of systems

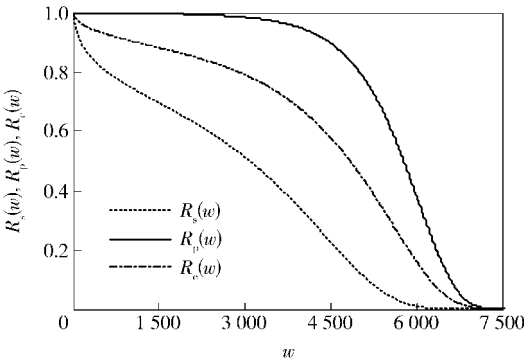


图 9 系统的可靠度

Fig. 9 Reliability of systems

从图 7、图 8 可以看出,随着载荷作用次数的增加,系统的失效累积概率逐渐增加,串联系统的失效累积概率大于系统组成零部件的失效累积概率,并联系统的失效累积概率则小于系统组成零部件的失效累积概率。从图 9、图 10 可以看出,随着载荷作用次数的增加,系统的可靠度逐渐降低,故障率呈现出“浴盆曲线”的变化特征;串联系统的可靠度小于系统组成零部件的可靠度,故障率大于系统组成零部

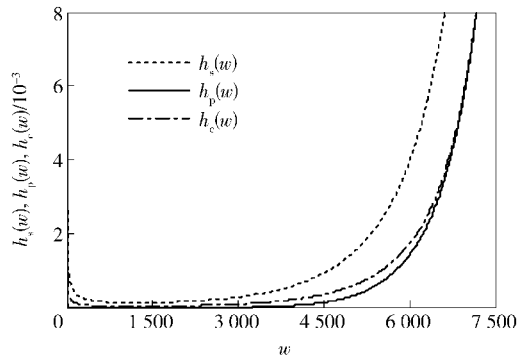


图 10 系统的故障率

Fig. 10 Failure rate of systems

件的故障率;而并联系统的可靠度大于系统组成零部件的可靠度,故障率小于系统组成零部件的故障率。

此外,运用(42)式、(43)式可以分别计算得到 $MNTFF_s = 2\ 821$, $MNTFF_p = 5\ 620$ 。系统组成零部件的平均首次故障载荷作用次数为 4 330,显然,并联系统的平均首次故障载荷作用次数大于串联系统的平均首次故障载荷作用次数,且大于系统组成零部件的平均首次故障载荷作用次数;串联系统的平均首次故障载荷作用次数则小于系统组成零部件的平均首次故障载荷作用次数。

5 结论

1)从系统层面出发,考虑失效相关性对系统失效概率特征的影响,建立了体现系统组成结构及其失效逻辑关系的串联系统和并联系统强度概率分布模型,给出了串联系统和并联系统的强度概率密度函数与累积概率分布函数。

2)分别以连续型变量和离散型变量作为寿命度量指标,建立了能够科学体现“载荷、强度、系统组成结构”等参数影响的串联系统与并联系统失效概率模型,给出了串联系统和并联系统的失效累积概率分布函数与失效概率密度函数以及平均首次故障时间的计算模型。

3)研究表明,系统中零部件的组成逻辑关系不同,系统的寿命概率特征也不同,对于由相同零部件组成的系统,并联系统的平均首次故障时间大于串联系统,且大于系统组成零部件的平均首次故障时间;串联系统的平均首次故障时间则小于系统组成零部件的平均首次故障时间。

参考文献 (References)

[1] 王正, 谢里阳. 机械时变可靠性理论与方法[M]. 北京: 科学

- 出版社, 2012.
- WANG Zheng, XIE Li-yang. Time-dependent reliability theory and method for mechanical products [M]. Beijing: Science Press, 2012. (in Chinese)
- [2] Scott D, Brien F, Adam G, et al. The New Ford 6. 7L V-8 turbo-charged diesel engine, SAE Technical Paper 2010-01-1101 [R]. US: SAE International, 2010-01-1101, 2010.
- [3] 王正, 王增全. 基于失效行为的机械零部件寿命概率分布特征计算方法[J]. 机械工程学报, 2014, 50(12): 192 - 197.
WANG Zheng, WANG Zeng-quan. Method for calculating the life probability distribution characteristic of mechanical components based on the failure behavior [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2014, 50(12): 192 - 197. (in Chinese)
- [4] 唐家银, 何平, 梁红琴, 等. 多故障模式高长寿命产品相关性失效的综合可靠性评估[J]. 机械工程学报, 2013, 49(12): 176 - 182.
TANG Jia-yin, HE Ping, LIANG Hong-qin, et al. Comprehensive reliability assessment of long-life products with correlated multiple failure modes [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2013, 49(12): 176 - 182. (in Chinese)
- [5] 周金宇, 谢里阳. 多状态系统共因失效机理与定量分析[J]. 机械工程学报, 2008, 44(10): 77 - 82.
ZHOU Jin-yu, XIE Li-yang. Common cause failure and risk probability quantitative estimation of multi-state systems [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2008, 44(10): 77 - 82. (in Chinese)
- [6] Seo J H, Jang J S, Bai D S. Lifetime and reliability estimation of repairable redundant system subject to periodic alternation [J]. Reliability Engineering and System Safety, 2003, 80(2): 197 - 204.
- [7] 周金宇, 谢里阳, 韩文钦, 等. 可修系统剩余寿命分析的广义发生函数法[J]. 兵工学报, 2014, 35(7): 1103 - 1109.
ZHOU Jin-yu, XIE Li-yang, HAN Wen-qin, et al. Residual life analysis of repairable systems based on universal generating function approach [J]. Acta Armamentarii, 2014, 35(7): 1103 - 1109. (in Chinese)
- [8] Giorgio B, Dan M F. Reliability, risk and lifetime distributions as performance indicators for life-cycle maintenance of deteriorating structures [J]. Reliability Engineering and System Safety, 2014, 123(1): 21 - 37.
- [9] Kim S Y, Castet J F, Joseph H S. Spacecraft electrical power sub-system; failure behavior, reliability, and multi-state failure analyses [J]. Reliability Engineering and System Safety, 2012, 98(1): 55 - 65.
- [10] Reinhard V. On reliability estimation based on fuzzy lifetime data [J]. Journal of Statistical Planning and Inference, 2009, 139(5): 1750 - 1755.
- [11] Yin X W. Common cause failure model of system reliability based on Bayesian networks [J]. International Journal of Performability Engineering, 2010, 6(3): 255 - 268.
- [12] Yang Q Y, Zhang N L, Hong Y L. Reliability analysis of repairable systems with dependent component failures under partially perfect repair [J]. IEEE Transactions on Reliability, 2013, 62(2): 490 - 498.
- [13] 谢里阳, 王正, 周金宇, 等. 机械可靠性基本理论与方法[M]. 北京: 科学出版社, 2009.
XIE Li-yang, WANG Zheng, ZHOU Jin-yu, et al. Basic theory and method for mechanical reliability [M]. Beijing: Science Press, 2009. (in Chinese)