

河南师范大学 2013 年硕士研究生入学考试业务课试卷 (A)

考试科目代码: 616 名称: 高等数学 适用专业或方向: 物理学

(必须在答题纸上答题, 答题纸可向监考老师索要)

(本卷共 1 页, 15 题, 总计 150 分。允许使用计算器)

1. 证明 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{\sqrt{n^2+1}} + \frac{1}{\sqrt{n^2+2}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{n^2+n}} \right)$ 存在, 并求其极值。(10 分)
2. 求 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x}{1+x} \right)^x$ 。(10 分)
3. 证明概率积分 $\int_0^{+\infty} e^{-x^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$ (10 分)。
4. 求 $\sin 31^\circ$ 的近似值 (10 分)。
5. 将 $f(x) = x^3 + 3x^2 + 2x + 4$ 展开为 $(x+1)$ 的多项式 (10 分)。
6. 将 $\ln x$ 展开为 $(x-2)$ 的幂级数 (10 分)。
7. 求微分方程 $\frac{dy}{dx} = -\frac{x}{y}$ 的通解, 和满足初值条件 $y|_{x=0} = 1$ 的特解。(10 分)
8. 求 $2y'' + y' + 5y = x^2 + 3x + 2$ 的一特解。(10 分)
9. 求抛物线 $y=x^2$ 与直线 $x=1$, 及 x 轴所围成图形的面积 (10 分)。
10. 求半径为 r , 质量为 M 的圆周对轴 l 的转动惯量, 该轴通过圆垂直于圆所在的平面。(10 分)。
11. 已知三个点 $A(1, 2, 3)$, $B(2, -1, 5)$, $C(3, 2, -5)$, 求三角形的面积。(10 分)
12. 将一长度为 a 的细杆分为三段, 求如何分才能使三段长度的乘积最大。(10 分)
13. 求 $\oiint_S \vec{a} \cdot d\vec{S}$, 其中 $\vec{a} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$; S 是球面 $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$, 积分沿 S 的外侧进行。(10 分)
14. 将区间 $(-\pi, \pi)$ 上定义的函数 $f(x) = x$ 写成傅里叶级数。(10 分)
15. $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 4 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$, 求 $A^{-1} = ?$ (10 分)