

基于恒星几何构型分布的天文定位误差建模及 误差特性分析

赵慧¹, 熊智¹, 王丽娜², 潘加亮¹, 郁丰³, 戴怡洁¹

(1. 南京航空航天大学 自动化学院, 江苏 南京 210016; 2. 北京航天自动控制研究所 宇航智能控制技术国家级重点实验室, 北京 100854;
3. 南京航空航天大学 航天学院, 江苏 南京 210016)

摘要: 天文导航系统以天体为导航信标进行导航定位, 其定位性能除了受天文测量仪器精度的影响外, 和所观测天体几何构型分布亦有关联。从天文定位基本原理出发, 推导建立了天文定位误差模型, 分析了影响天文定位性能的因素, 着重研究了恒星几何构型中恒星方位角对天文定位性能的影响, 给出了在测量精度一定的条件下, 可用于判别天文定位性能优劣的误差权系数 k 以及天文定位性能较优的恒星分布情况。仿真结果表明, 所提出的天文定位误差模型可以有效用于分析天文定位性能。

关键词: 控制科学与技术; 恒星几何构型; 天文定位; 误差模型

中图分类号: V249.3 **文献标志码:** A **文章编号:** 1000-1093(2015)05-0813-10

DOI: 10.3969/j.issn.1000-1093.2015.05.008

Modeling of Celestial Positioning Error and Analysis of Error Characteristics Based on Distribution of Guide Stars

ZHAO Hui¹, XIONG Zhi¹, WANG Li-na², PAN Jia-liang¹, YU Feng³, DAI Yi-jie¹

(1. College of Automation Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, Jiangsu, China;
2. National Laboratory of Aerospace Intelligent Control Technology, Beijing Aerospace Automatic Control Institute, Beijing 100854, China;
3. College of Astronautics, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, Jiangsu, China)

Abstract: Guide stars are the basis of celestial positioning. The performance of celestial positioning is not only determined by the accuracy of astronomical sensors, but also affected by the distribution of guide stars. To analyze the impact of star distribution on celestial positioning, an error model of celestial positioning is established based on the basic principle of celestial positioning. The error characteristics under the different distributions of stars are researched. In addition, the error weight k used for determining the performance of celestial positioning is presented, and the optimum star geometries are given with certain measuring accuracy. Simulation results show that the proposed error model of celestial positioning can be used to analyze the performance of celestial positioning effectively.

Key words: control science and technology; star distribution; celestial positioning; error model

收稿日期: 2014-07-02

基金项目: 国家自然科学基金项目(61374115、61203188、91016019、60904091、61210306075); 国家留学基金委项目(201203070126); 江苏省六大人才高峰项目(2013-JY-013); 江苏高校优势学科建设工程项目(2014年); 中央高校基本科研业务费专项资金项目(NP2015406、NZ2014406)

作者简介: 赵慧(1990—), 女, 硕士研究生。E-mail: zhaohuinc@nuaa.edu.cn;

熊智(1976—), 男, 研究员, 博士生导师。E-mail: xznrc@nuaa.edu.cn

0 引言

天文导航是以已知准确空间位置、不可毁灭的自然天体为基准,并通过光电和射电方式被动探测天体位置,经解算确定测量点所在载体的经度、纬度、航向和姿态等信息^[1-2]。天文导航系统具有自主性强、可靠性高、精度好等优点,一直受到各军事强国的重视^[3],已经成为组合导航系统的重要组成部分,广泛应用于舰艇、飞机、空间飞行器等领域^[4]。

目前,对天文定位性能的研究多集中于提高天文敏感元件性能的研究^[5-6]。为提高天文敏感器的测量性能,恒星星光的敏感器元件由 CCD 向 CMOS 发展^[7];为降低杂散光对天文敏感器性能的影响,敏感器遮光罩由单节型向优化的两节型遮光罩发展^[8];为降低敏感器畸变及色差,对敏感器镜头进行像方远心化等结构优化并引入二元光学面^[9]。

在天文定位选星过程对天文定位误差特性研究方面的文献较少。文献[10-11]给出了一般性的恒星选择标准,其认为双星定位时,恒星方位角应在 $60^\circ \sim 120^\circ$ 之间,以趋近 90° 最好;三星定位时,三星分布范围要在 180° 以上,相邻星体间方位角趋近 120° 最好,对于具体的理论依据,并未进行深入研究,尚无法给出基于天文观测恒星几何构型选星的理论依据。

为此,本文从天文定位基本原理出发,推导建立了天文定位误差模型,以此为基础,分析了影响天文定位精度的因素。在此基础上,着重研究了恒星几何构型分布中恒星方位角对天文定位的影响规律,并给出了判别恒星几何构型中恒星方位角优劣的条件,为有效提高天文定位性能提供了理论参考依据。

1 天文定位误差建模

天文定位的基本原理是通过观测恒星的高度角和方位角进行定位的^[12-13]。基于天文恒星观测的天文定位基本原理如图 1 所示。

图 1 中, K 点为载体所在真实位置, C 为推算的载体位置, G_p 为观测恒星的星下点。 $P_N K$ 、 $P_N G_p$ 分别为过载体位置 K 和恒星星下点 G_p 的子午线, 则 $\widehat{G_p K}$ 为星下点相对于载体位置的方位线, $\widehat{G_p K} = Z = 90^\circ - h$, h 即为观测恒星的高度角, $\angle P_N K G_p$ 为观测恒星的方位角 A 。恒星星下点相对于推算的位置点 C 的方位线 $\widehat{G_p C} = 90^\circ - h_c$, 则方位线 \widehat{KC} 即为恒星高

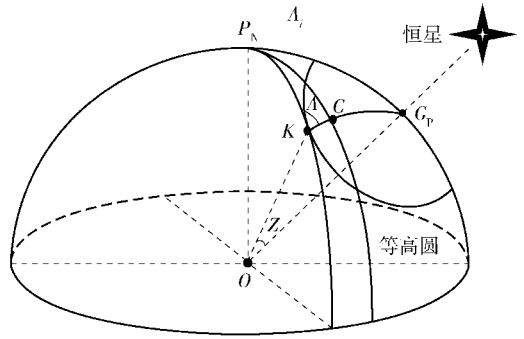


图 1 天文定位原理图

Fig. 1 Schematic diagram of celestial positioning

度与载体推算高度之间的高度差值 Δh 。在天文定位过程中,通过天文敏感器,载体可测得恒星的高度角 h 和方位角 A ,由推算的位置点 C 可计算得到该恒星的计算高度角 h_c ,从而得到高度差 Δh 即方位线 \widehat{KC} 。

以 K 点为原点,东西向为 x 轴,南北向为 y 轴,建立如图 2 所示的示意图。

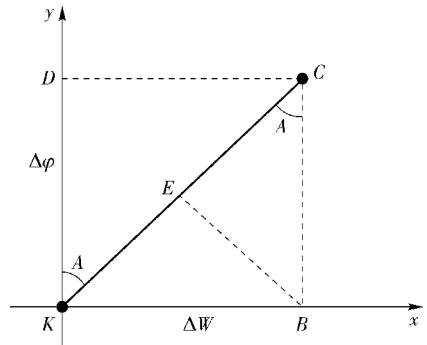


图 2 计算载体位置示意图

Fig. 2 Position calculation of vehicle

根据图 2,可以获得高度差的基本计算公式^[14]如下:

$$\Delta h = \widehat{KC} = CE + KE = \Delta\varphi \cos A + \Delta W \sin A, \quad (1)$$

式中: $\Delta\varphi$ 为纬度误差(即南北方向距离); $\Delta W = \cos\varphi \cdot \Delta\lambda$ (即东西方向距离), $\Delta\lambda$ 为经度误差。

当可观测恒星数目大于 1 时,根据(1)式可得多颗导航恒星观测时的矩阵描述,即

$$\Delta H = FX, \quad (2)$$

$$\text{式中: } \Delta H = \begin{bmatrix} \Delta h_1 \\ \Delta h_2 \\ \vdots \\ \Delta h_n \end{bmatrix}; \quad F = \begin{bmatrix} \cos A_1 & \sin A_1 \\ \cos A_2 & \sin A_2 \\ \vdots & \vdots \\ \cos A_n & \sin A_n \end{bmatrix}; \quad X =$$

$$\begin{bmatrix} \Delta\varphi \\ \Delta W \end{bmatrix}.$$

根据加权最小二乘原理,可得

$$\mathbf{X} = (\mathbf{F}^T \mathbf{F})^{-1} \mathbf{F}^T \Delta \mathbf{H}. \quad (3)$$

由于 $\mathbf{X} = \begin{bmatrix} \Delta \varphi \\ \Delta W \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta \varphi \\ \Delta \lambda \cos \varphi \end{bmatrix}$, 包含了经、纬度误差信息。当载体纬度一定时, $\cos \varphi$ 为常值, ΔW 只和 $\Delta \lambda$ 有关。因此可通过分析 \mathbf{X} 的协方差, 来分析天文定位性能。

当推算位置点为载体的实际位置时, 高度差 $\Delta \mathbf{H}$ 即为测量误差, 不同恒星间的测量误差互不相关。则有天文定位误差协方差为

$$\begin{aligned} \text{Cov}(\mathbf{X}) &= \mathbf{E}(\mathbf{X} \mathbf{X}^T) = \\ &\mathbf{E}((\mathbf{F}^T \mathbf{F})^{-1} \mathbf{F}^T \Delta \mathbf{H} ((\mathbf{F}^T \mathbf{F})^{-1} \mathbf{F}^T \Delta \mathbf{H})^T) = \\ &(\mathbf{F}^T \mathbf{F})^{-1} \mathbf{F}^T \mathbf{E}(\Delta \mathbf{H} \Delta \mathbf{H}^T) \mathbf{F} (\mathbf{F}^T \mathbf{F})^{-1} = \\ &(\mathbf{F}^T \mathbf{F})^{-1} \mathbf{E}(\Delta \mathbf{H} \Delta \mathbf{H}^T) = \\ &\mathbf{G} \mathbf{E}(\Delta \mathbf{H} \Delta \mathbf{H}^T), \end{aligned} \quad (4)$$

式中: 矩阵 \mathbf{G} 定义为

$$\begin{aligned} \mathbf{G} &= (\mathbf{F}^T \mathbf{F})^{-1} = \\ &\frac{\begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n \sin^2 A_i & - \sum_{i=1}^n \sin A_i \cos A_i \\ - \sum_{i=1}^n \sin A_i \cos A_i & \sum_{i=1}^n \cos^2 A_i \end{bmatrix}}{\left(\sum_{i=1}^n \cos^2 A_i \right) \left(\sum_{i=1}^n \sin^2 A_i \right) - \left(\sum_{i=1}^n \sin A_i \cos A_i \right)^2} = \\ &\frac{\begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n \sin^2 A_i & - \sum_{i=1}^n \sin A_i \cos A_i \\ - \sum_{i=1}^n \sin A_i \cos A_i & \sum_{i=1}^n \cos^2 A_i \end{bmatrix}}{m}. \end{aligned} \quad (5)$$

由(5)式可知, \mathbf{G} 为 2×2 的对称矩阵。其中, m 定义为

$$m = \left(\sum_{i=1}^n \cos^2 A_i \right) \left(\sum_{i=1}^n \sin^2 A_i \right) - \left(\sum_{i=1}^n \sin A_i \cos A_i \right)^2. \quad (6)$$

(4)式清晰地表明了高度差方差经由矩阵 \mathbf{G} 转换为定位误差的方差。根据(4)式可知, 天文定位精度与以下两方面因素有关:

- 1) 测量误差: 恒星高度角测量误差的方差越大, 定位误差 \mathbf{X} 的方差就越大。
- 2) 恒星的几何构型: 矩阵 \mathbf{G} 取决于导航恒星的个数以及各个导航星的方位角。矩阵 \mathbf{G} 中的元素越小, 则由测量误差转换为定位误差的程度就越低。

2 恒星几何构型对天文定位性能影响分析

2.1 基于恒星几何构型的天文定位误差模型

从第1节的分析可以看出, 在天文传感器选定的条件下(高度角测量误差一定), 天文定位误差主要受到恒星几何构型分布的影响。为此, 记恒星高度角测量误差方差为 σ_h^2 , 则由(4)式得

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \Delta^2 \varphi & \\ & \Delta^2 W \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \Delta^2 \varphi & \\ & (\Delta \lambda \cos \varphi)^2 \end{bmatrix} = \\ \begin{bmatrix} g_{11} & \\ & g_{22} \end{bmatrix} \mathbf{E}(\Delta \mathbf{H} \Delta \mathbf{H}^T) &= \begin{bmatrix} g_{11} & \\ & g_{22} \end{bmatrix} \sigma_h^2, \end{aligned} \quad (7)$$

式中: g_{11} 和 g_{22} 为系数阵 \mathbf{G} 的对角线元素。根据(5)式

可得, $g_{11} = \frac{\sum_{i=1}^n \sin^2 A_i}{m}$, $g_{22} = \frac{\sum_{i=1}^n \cos^2 A_i}{m}$ 。从而可以

根据均方误差分析定位精度:

$$\begin{aligned} \Delta^2 \varphi + \Delta^2 W &= (g_{11} + g_{22}) \sigma_h^2 = \\ &\left(\frac{\sum_{i=1}^n \sin^2 A_i}{m} + \frac{\sum_{i=1}^n \cos^2 A_i}{m} \right) \sigma_h^2 = \\ &\frac{n}{m} \sigma_h^2 = k^2 \sigma_h^2, \end{aligned} \quad (8)$$

式中: $k = \sqrt{\frac{n}{m}}$ 为误差权系数。当采用的天文传感器确定时, 即恒星高度角观测误差 σ_h^2 一定时, 由(8)式可知天文定位误差仅取决于 k , 即由观测恒星的数目 n 以及恒星几何分布中的恒星方位角所决定。当导航恒星数目一定时, 当且仅当 k 最小即 m 取最大值时, 天文定位性能最优。

下面将以天文导航中常用的双星观测和三星观测为例, 分析恒星几何构型中恒星方位角对天文定位性能影响。

2.2 双星观测几何构型下的天文定位误差特性分析

首先分析双星观测条件下的定位性能, 根据(6)式可得

$$\begin{aligned} m_2 &= (\cos^2 A_1 + \cos^2 A_2) (\sin^2 A_1 + \sin^2 A_2) - \\ &(\sin A_1 \cos A_1 + \sin A_2 \cos A_2)^2 = \\ &(\cos A_1 \sin A_2 - \cos A_2 \sin A_1)^2 = \\ &\sin^2 (A_2 - A_1), \end{aligned} \quad (9)$$

则天文定位均方误差为

$$\Delta^2 \varphi + \Delta^2 W = k^2 \sigma_h^2 = \frac{2}{\sin^2 (A_2 - A_1)} \sigma_h^2. \quad (10)$$

即双星观测条件下天文定位误差特性满足

(10)式. 由于 $A_1, A_2 \in [0, 2\pi]$, 因而 $|A_2 - A_1| \in [0, 2\pi]$. 由 (10) 式可知, 在天文传感器精度一定的情况下, 天文定位误差仅和导航星方位角之差 $A_2 - A_1$ 有关. 当两颗导航星方位角之差为 90° 或者 270° 时, m_2 值最大, 此时误差权系数 $k = \sqrt{2}, \Delta^2\varphi + \Delta^2W = 2\sigma_h^2$. 因此, 当两颗导航星方位角之差接近 90° 或者 270° 时, 双星天文定位性能较优.

为形象描述恒星几何分布中恒星方位角对天文定位性能的影响, 下面从几何角度进行分析. 图 3 给出了双星观测条件下天文定位误差与恒星方位角之间的关系示意图.

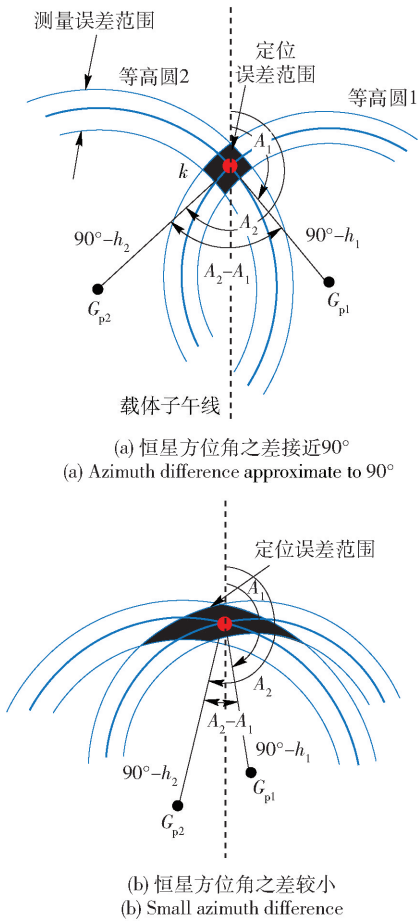


图 3 双星观测条件下天文定位误差与恒星方位角之间关系

Fig. 3 Relationship between positioning error and azimuth under double-star observing condition

图 3 中粗实线以恒星星下点 G_p 为圆心, 恒星顶距为半径的等高圆圆弧, 两条细圆弧表示恒星高度角的测量误差. 载体真实位置为两条粗实线的交点 K , 虚线为载体所在位置子午线. 由载体子午线至方位线 $G_{p1}K$ 的夹角 A_1 为恒星 1 的方位角, 由子午线至方位线 $G_{p2}K$ 的夹角 A_2 为恒星 2 的方位角, 而

阴影部分代表由高度测量误差造成的定位结果可能的范围.

从图 3(a) 中可看出, 当观测的导航星方位角之差接近 90° 时, 两个等高圆相交的阴影部分面积小而集中; 从图 3(b) 中可看出, 当观测的导航星方位角之差较小时, 即两颗导航星相对于载体而言差不多处于同一个角度, 此时相交的阴影部分面积明显增大. 对比上面两图, 可发现图 3(a) 中的恒星几何构型优于图 3(b), 其定位误差范围亦较小.

2.3 三星观测几何构型下的天文定位误差特性分析

同样, 分析三星观测条件下的定位性能, 根据 (6) 式可得

$$m_3 = (\cos^2 A_1 + \cos^2 A_2 + \cos^2 A_3) (\sin^2 A_1 + \sin^2 A_2 + \sin^2 A_3) - (\sin A_1 \cos A_1 + \sin A_2 \cos A_2 + \sin A_3 \cos A_3)^2 = (\cos A_1 \sin A_2 - \cos A_2 \sin A_1)^2 + (\cos A_1 \sin A_3 - \cos A_3 \sin A_1)^2 + (\cos A_2 \sin A_3 - \cos A_3 \sin A_2)^2 = \sin^2(A_2 - A_1) + \sin^2(A_3 - A_1) + \sin^2(A_3 - A_2). \quad (11)$$

记 $a = A_2 - A_1, b = A_3 - A_1$, 则 $A_3 - A_2 = b - a$, 则

$$m_3 = \sin^2 a + \sin^2 b + \sin^2(b - a) =$$

$$\frac{1}{2}(1 - \cos 2a) + \frac{1}{2}(1 - \cos 2b) +$$

$$\frac{1}{2}(1 - \cos 2(b - a)) =$$

$$\frac{3}{2} - \frac{1}{2}(\cos 2a + \cos 2b + \cos 2(b - a)), \quad (12)$$

则天文定位均方误差为

$$\Delta^2\varphi + \Delta^2W = k^2\sigma_h^2 =$$

$$\frac{3}{2} - \frac{1}{2}(\cos 2a + \cos 2b + \cos 2(b - a)) \sigma_h^2.$$

(13)

即三星观测条件下天文定位误差特性满足 (13) 式. 经求解, 在区间 $a \in [0, 2\pi], b \in [0, 2\pi]$ 内, m_3 共有 8 个最大值点, 具体如表 1 所示.

当所观测的导航星几何构型如表 1 所示时,

$\Delta^2\varphi + \Delta^2W = \frac{3}{2.25}\sigma_h^2$, 此时三星定位性能最优. 从

表 1 可发现, 三星定位性能最优的 8 种恒星分布情况可以归纳为两类: 1) 3 个方位角差值中有两个方位角的绝对值为 60° (表中白底部分), 其三星分布 $< 180^\circ$; 2) 3 个方位角之差的绝对值均为 120° (表中黄底部分), 其三星分布 $> 180^\circ$.

表1 m_3 最大值时恒星分布情况

Tab. 1 Distribution of stars under matrix m_3

恒星方位角之差	$A_2 - A_1 /$ ($^\circ$)	$A_3 - A_1 /$ ($^\circ$)	$A_3 - A_2 /$ ($^\circ$)	$\text{Max}(m_3)$
①三星分布 $< 180^\circ$	60	120	60	2.25
②三星分布 $< 180^\circ$	60	300	240	2.25
③三星分布 $< 180^\circ$	120	60	-60	2.25
④三星分布 $> 180^\circ$	120	240	120	2.25
⑤三星分布 $> 180^\circ$	240	120	-120	2.25
⑥三星分布 $< 180^\circ$	240	300	60	2.25
⑦三星分布 $< 180^\circ$	300	60	-240	2.25
⑧三星分布 $< 180^\circ$	300	240	-60	2.25

采用与2.2节中相同的几何分析方法,来研究三星观测情况下天文定位误差与恒星几何分布中方位角之间的关系。

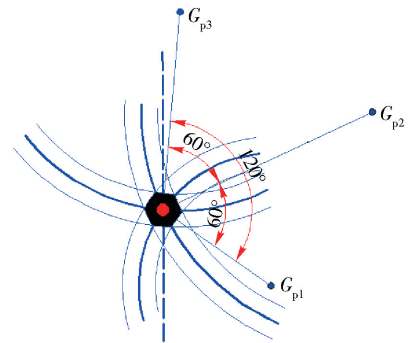
图4中:图4(a)为表1中的第1种情况,三星分布 $< 180^\circ$;图4(b)为表1中的第5种情况,三星分布 $> 180^\circ$ 。对比图4(a)、图4(b)可发现,在这两种情况下,3颗导航星的等高圆相交的阴影部分形状、大小相同,面积小而集中。图4(c)为3颗导航星相对于载体分布在同一侧,三星分布 $< 180^\circ$;图4(d)为3颗导航星相对于载体分布在两侧,三星分布 $> 180^\circ$ 。从图4(c)、图4(d)中可发现,在这两种情况下,3颗导航星的等高圆相交的阴影部分面积都较大。由此可见,三星定位中,天文定位性能优劣与恒星分布是否大于 180° 并无直接关系。

3 算法仿真分析

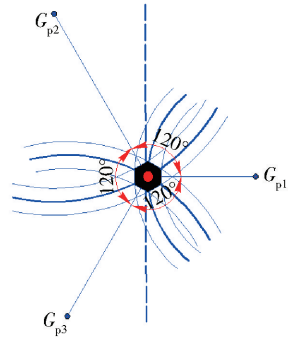
为验证本文所提出的天文定位误差模型的正确性,同时,测试导航星方位角对天文定位性能的影响,本节首先对天文导航双星定位和三星定位分别进行静态仿真,继而结合飞行器动态飞行过程进行天文定位误差特性综合仿真。其中,静态仿真基本条件如表2所示。高度角测量误差设置为均值为 0° 、标准差为 $10''$ 的高斯白噪声,仿真过程中,恒星之间的方位角之差以 0.01° 的变化率从 $0^\circ \sim 360^\circ$ 逐渐增加。

3.1 双星观测下的天文定位误差特性分析

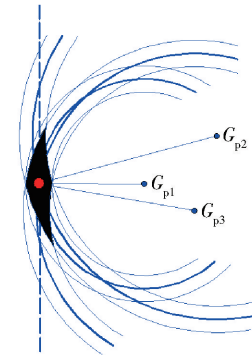
图5和图6给出了双星定位时恒星几何构型中恒星方位角对天文定位性能的影响。从仿真结果看,在区间 $[0, 2\pi]$ 内,当两颗导航恒星方位角之差在 $[\pi/3, 2\pi/3]$ 和 $[4\pi/3, 5\pi/3]$ 之间时,天文定位性能较优;当两颗导航恒星方位角之差接近 $0, \pi, 2\pi$ 时,天文定位误差明显增大,定位性能显著下降。从



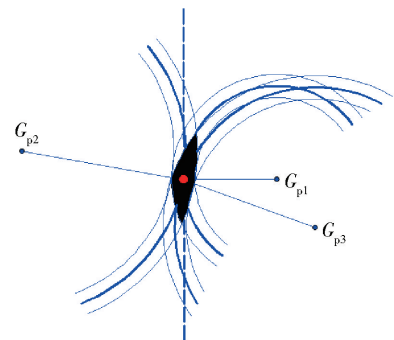
(a) 三星最优分布①
(a) Case ① of the optimal distribution



(b) 三星最优分布⑤
(b) Case ⑤ of the optimal distribution



(c) 三星分布 $< 180^\circ$
(c) Azimuth distribution $< 180^\circ$



(d) 三星分布 $> 180^\circ$
(d) Azimuth distribution $> 180^\circ$

图4 三星观测条件下天文定位误差与恒星方位角之间关系

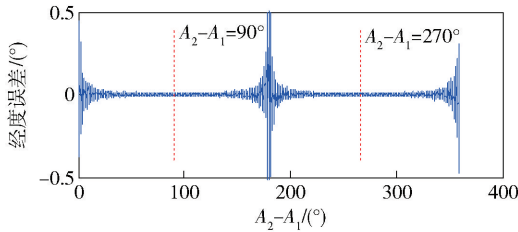
Fig. 4 Relationship between positioning error and azimuth under tri-star observing condition

图 6 仿真曲线中可发现,天文定位均方根误差特性与其误差权系数特性一致,可见所建立的双星条件下天文定位误差模型是正确的。

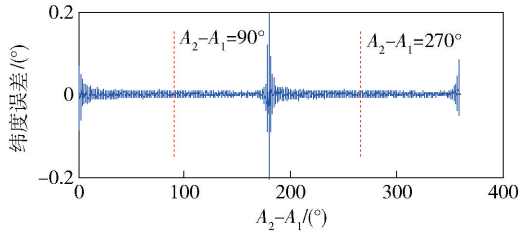
表 2 静态仿真基本条件

Tab.2 Static simulation parameters

仿真条件	参数
高度角测量误差	标准差为 10"的高斯白噪声
恒星方位角之差区间	$[0, 2\pi]$
静态位置	经度 20°, 纬度 10°
方位角变化率	0.01°



(a) 经度误差
(a) Longitude error



(b) 纬度误差
(b) Latitude error

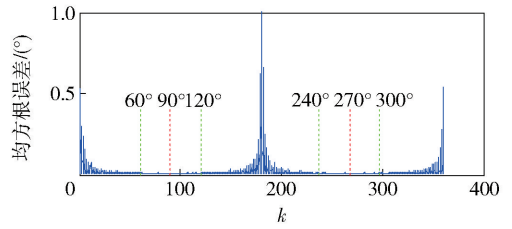
图 5 天文定位误差曲线

Fig.5 Error curves of celestial positioning

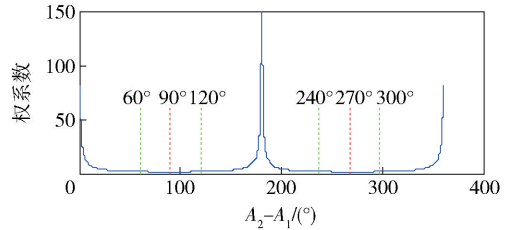
3.2 三星观测下的天文定位误差特性分析

图 7 给出了三星定位时恒星几何构型中恒星方位角对天文定位性能的影响,图 8 给出了误差权系数 k 和恒星方位角的关系。对比图 7 和图 8 可发现,天文定位误差特性与权系数误差特性基本一致,可得所建立的天文定位误差模型是正确的。从图 7 仿真结果看,当三星几何构型较差时,如其中两颗星方位角之差接近 0°、180°、360°时,定位误差权系数明显增大,天文定位性能明显下降。

根据 2.3 节分析可知,三星观测下天文定位最优既存在三星分布 $>180^\circ$ 的几何构型,也存在三星分布 $<180^\circ$ 的几何构型,为进一步验证恒星方位角分布是否大于 180° 对天文定位性能是否产生影响,选取以下 3 组几何构型进行仿真分析(见表 3):恒星几何构型 A 为三星分布 $>180^\circ$;恒星几何构型 B、C 为三星几何构型中最优的两种,几何构型 B 三星



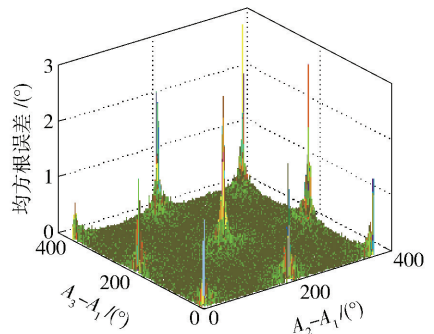
(a) 均方根误差
(a) RMSE



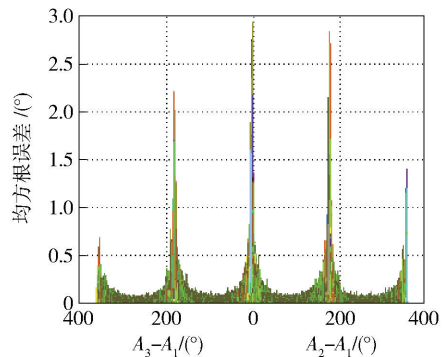
(b) 权系数
(b) Weight coefficient

图 6 天文定位性能曲线

Fig.6 Performance curves of celestial positioning



(a) 均方根误差三维图
(a) 3D RMSE



(b) 均方根误差二维图
(b) 2D RMSE

图 7 天文定位均方根误差曲线

Fig.7 RMSE curves of celestial positioning

分布 $<180^\circ$,几何构型 C 三星分布 $>180^\circ$ 。

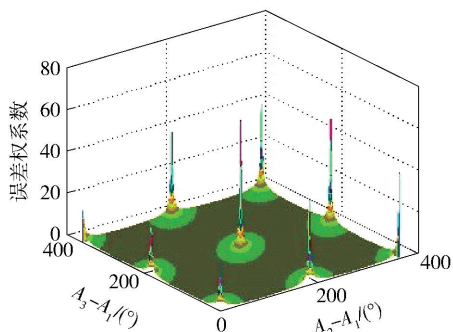
如图 9 所示,对比几何构型 A 和几何构型 C 下的天文定位性能,可发现 A 情况下的天文定位误差大于几何构型 C,恒星几何分布 $>180^\circ$ 并不能保证天文定位

性能较优。对比几何构型 B、C 下的天文定位性能,两种情况下的天文定位性能基本一致。由此可见,天文

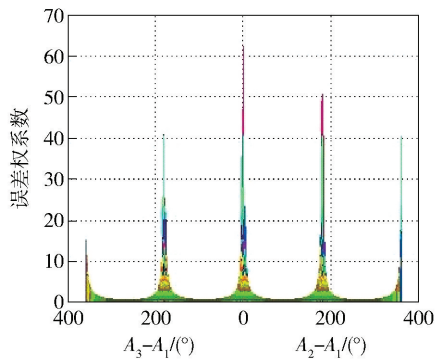
三星定位时,在误差权系数相同的情况下,恒星分布是否大于 180° 对天文定位性能不产生影响。

表 3 三星几何构型
Tab.3 Distribution of stars

恒星几何构型	$A_2 - A_1 / (^\circ)$	$A_3 - A_1 / (^\circ)$	$A_3 - A_2 / (^\circ)$	m_3	权系数 k	三星分布
A	130	290	160	1.58	1.38	$> 180^\circ$
B	60	120	60	2.25	1.15	$< 180^\circ$
C	240	120	-120	2.25	1.15	$> 180^\circ$



(a) 误差权系数三维图
(a) 3D error weight coefficient



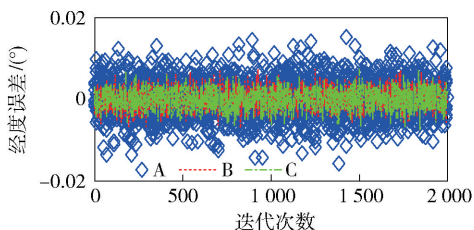
(b) 误差权系数二维图
(b) 2D error weight coefficient

图 8 定位误差权系数
Fig.8 Error weight curves

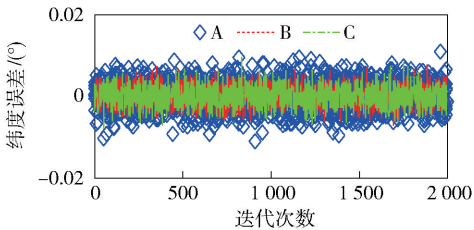
3.3 基于恒星几何构型的天文定位误差特性综合仿真分析

为进一步验证所建立的天文定位误差模型的正确性,下面将结合飞行器动态飞行过程,以双星观测为例,采用以下两种方式进行仿真验证:1)考虑恒星几何构型中的方位角影响因素,以恒星方位角之差接近 90° 为标准进行导航星选择;2)不考虑恒星几何构型分布,将某一时刻飞行器观测到的恒星进行编号 $(1, \dots, n)$, 通过随机排序 (Matlab 中 randperm 函数,基本为等概率原则),随机选取观测到恒星中的两颗作为导航星。

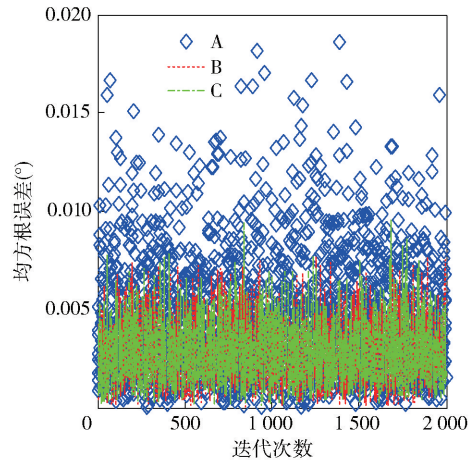
考虑到目前天文定位导航主要用在航天飞行器



(a) 经度误差
(a) Longitude error



(b) 纬度误差
(b) Latitude error



(c) 均方根误差
(c) RMSE

图 9 天文定位均方根误差曲线

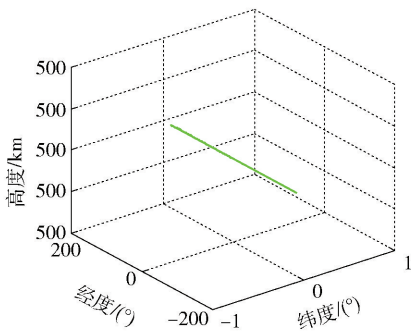
Fig.9 RMSE curves of celestial positioning

上,为较真实反应天文观测情况,本文结合卫星工具包 STK 软件,以飞行高度为 500 km 的近地轨道飞行器作为研究对象,构建飞行器飞行场景,分析天文定位误差特性。其中,飞行器参数设定如表 4 所示,传感器的观测误差如表 2 所示,为均值为 0、标准差为

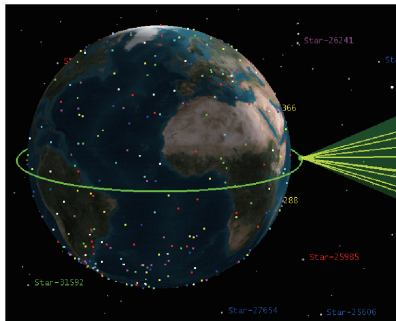
10"的高斯白噪声。飞行器飞行航迹如图 10(a)所示,三维飞行场景如图 10(b)所示。图 10(b)中地球表面的彩点为恒星的星下点,绿色曲线为飞行器飞行轨道,右侧黄色锥型区域表示安装的天文敏感器视场范围,多根黄色直线表示该时刻由天文敏感器观测到的恒星。

表 4 飞行器参数设定
Tab. 4 Aircraft parameters

类别	参数	设定值
飞行器基本参数	轨道类型	圆轨道
	轨道高度/km	500
	飞行速度/($\text{km}\cdot\text{s}^{-1}$)	7.11
	飞行时间/min	120
天文敏感器基本参数	视场角大小/($^{\circ}$)	30
	安装位置	载体中部
	传感器指向	天向



(a) 飞行航迹
(a) Flight path



(b) 三维飞行场景图
(b) 3D graphics

图 10 飞行器飞行航迹

Fig. 10 Aircraft flight path

在飞行器飞行过程中,天文敏感器观测到的恒星不断变化,因而在数字仿真过程中,以 1 min 为步长更新天文敏感器观测的可见星。由于恒星分布并不均匀,因此飞行器不同时刻观测到的恒星数目和恒星分布情况各不相同。图 11 给出了飞行器飞行过程中,天文敏感器观测到的可见星数目变化情况。

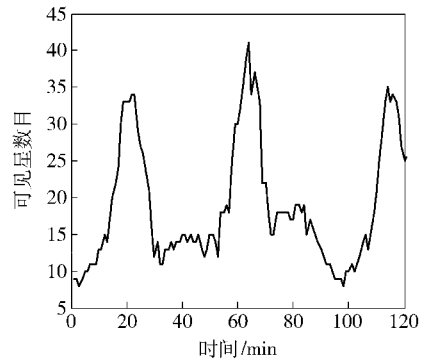


图 11 每一时刻观测到的恒星数目

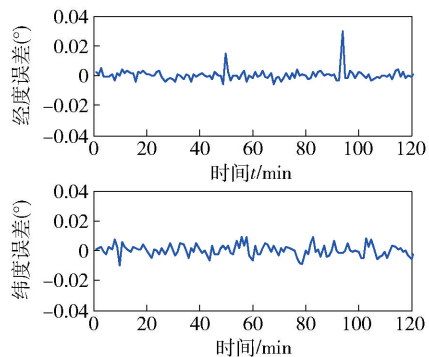
Fig. 11 Number of navigation stars

结合飞行器飞行航迹,根据上述两种导航星选择方式进行天文定位仿真,分析天文定位误差特性。图 12 给出了方位角选星下的天文定位相关曲线,图 13 给出了随机选星下的天文定位相关曲线。

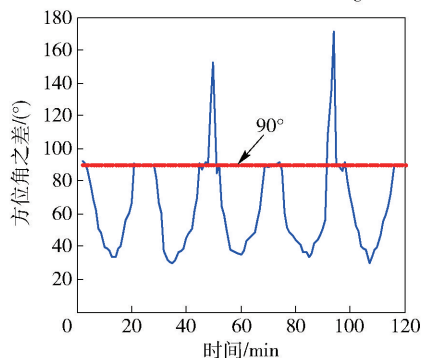
从图 12(c)、图 13(c)可看出,在飞行器动态飞行过程中,不论是以方位角之差进行导航星选择,或是采用随机选星方式,其天文定位均方根误差特性与其对应的误差权系数曲线特性基本一致。由此可见,本文所建立的天文定位误差模型正确,所给出的定位误差权系数 k 可有效反映天文导航系统定位性能。

图 12(a)、图 12(c)中在 94 min 处出现一个尖峰,对照图 12(b),发现此时两颗导航星之间的方位角之差为 171.3° ,较接近 180° 。图 13(a)、图 13(c)中在 31 min 处出现一个较大尖峰,对照图 13(b)发现此时两颗导航星之间的方位角为 0.14° ,非常接近 0° 。从双星观测下的天文定位误差特性分析中可知,当导航星方位角之差接近 0° 、 180° 时,天文定位性能较差,因而定位性能曲线中出现尖峰可以得到合理解释。

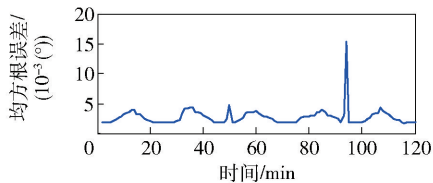
对比图 12(b)、图 13(b)可看出,采用方位角选星时导航星方位角之差曲线较接近所设定的 90° 且曲线平滑,而采用随机选星时导航星方位角之差曲线波动较大且出现较多值接近 0° 或 180° 。对应其天文定位性能曲线图 12(c)、图 13(c)可发现,方位角选星情况下的天文定位性能明显优于随机选星情况下的天文定位性能。以方位角之差作为导航星选择条件的天文定位误差量级较小且曲线较为平滑。从表 5 天文定位性能统计数据中亦可看出,采用方位角选星进行天文定位,其经度、纬度误差量级较小,接近于高度角测量误差 $10''$,而采用随机选星方式进行天文定位时,天文定位误差量级较大。由此可见,恒星几何构型中的恒星方位角分布对天文定



(a) 方位角选星-天文定位误差
(a) Error curves of celestial positioning under azimuth star choosing



(b) 方位角选星-导航星方位角之差
(b) Azimuth difference under azimuth star choosing



(c) 方位角选星-天文定位性能
(c) Azimuth difference under azimuth star choosing

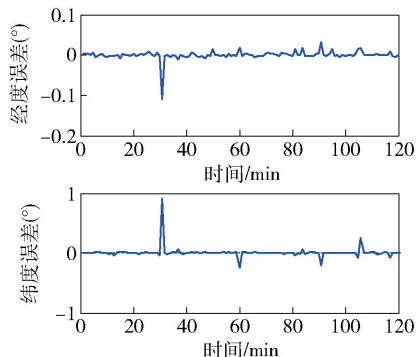
图 12 方位角选星下的天文定位曲线
Fig.12 Celestial positioning curves under azimuth star choosing

表 5 天文定位性能

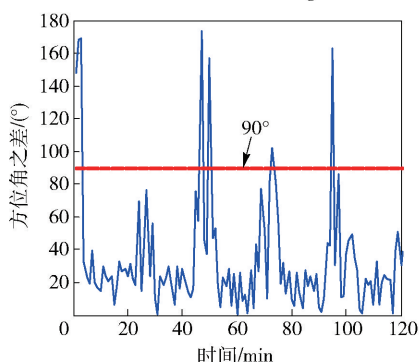
Tab.5 Celestial positioning performance

导航星选星方式	经度误差/(")	纬度误差/(")
方位角选星	13.56	13.47
随机选星	41.36	333.97

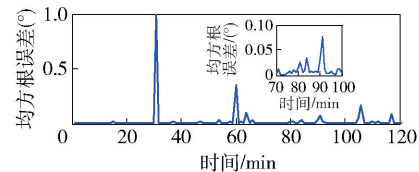
位性能存在较大影响,选择方位角之差接近 90° 的恒星作为导航星可有效减小天文定位误差,提高天文定位性能。



(a) 随机选星-天文定位误差
(a) Celestial positioning errors under random star choosing



(b) 随机选星-导航星方位角之差
(b) Azimuth difference under random star choosing



(c) 随机选星-天文定位性能
(c) Celestial positioning performance under random star choosing

图 13 随机选星下的天文定位曲线
Fig13. Celestial positioning curves under random star choosing

从上述静态仿真和动态仿真结果看,本文所给出的天文定位误差权系数 k 可有效反映天文定位过程中的误差特性,由此可证明本文所建立的天文定位误差模型正确有效。

4 结论

天文导航系统作为高自主、高可靠性的导航系统,其重要性不言而喻。如何有效分析天文定位误差、选择合适的导航星是提高其定位性能的前提之

一。本文从天文定位基本原理出发,建立了天文定位误差模型,给出了在天文观测精度一定的条件下,天文定位误差系数 k 的表达式。而后以双星定位和三星定位为例,分析了恒星几何构型中恒星方位角对天文定位性能的影响,给出了双星观测和三星观测条件下天文定位性能较优的恒星分布。最后,将所提出的天文定位误差模型分别用于双星定位、三星定位以及飞行器动态飞行过程进行仿真验证。仿真结果表明,所提出的天文定位误差模型正确且可有效用于天文定位性能分析,为天文导航选星提供了参考。

参考文献 (References)

- [1] 房建成, 宁晓琳. 天文导航原理及应用[M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2006: 3-9.
FANG Jian-cheng. NING Xiao-lin. The theory and application of celestial navigation[M]. Beijing: Beijing University Press, 2006: 3-9. (in Chinese)
- [2] 杨淑洁, 杨功流, 单友东, 等. 空天飞行器 SINS/CNS 深组合导航算法[J]. 中国惯性技术学报, 2013, 21(4): 478-483.
YANG Shu-jie, YANG Gong-liu, SHAN You-dong, et al. SINS/CNS tightly integrated navigation algorithm for aerospace vehicles [J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2013, 21(4): 478-483. (in Chinese)
- [3] 何炬. 国外天文导航技术发展综述[J]. 舰船科学技术, 2006, 27(5): 91-96.
HE Ju. Survey of overseas celestial navigation technology development [J]. Ship Science and Technology, 2006, 27(5): 91-96. (in Chinese)
- [4] Eduardo dos Santos Pereira. Determining the fixed pattern noise of a CMOS sensor; improving the sensibility of autonomous star trackers [J]. Journal of Aerospace Technology and Management, 2013, 5(2): 217-222.
- [5] Ning X, Fang J. An autonomous celestial navigation method for LEO satellite based on unscented Kalman filter and information fusion[J]. Aerospace Science and Technology, 2007, 11(2): 222-228.
- [6] Hancock B R, Stirbl R C, Cunningham T J, et al. CMOS active pixel sensor specific performance effects on star tracker/imager position accuracy[C]//SPIE Proceedings of Optics, Electromechanics and Electronics. San Jose, CA: SPIE, 2001: 43-53.
- [7] 刘垒, 张路, 郑辛, 等. 星敏传感器技术研究现状及发展趋势[J]. 红外与激光工程, 2007, 36(z2): 529-533.
LIU Lei, ZHANG Lu, ZHENG Xin, et al. Current situation and development trends of star sensor technology[J]. Infrared and Laser Engineering, 2007, 36(z2): 529-533. (in Chinese)
- [8] 廖志波, 伏瑞敏, 宗肖颖. 星敏传感器遮光罩的优化设计[J]. 中国激光, 2010, 37(4): 987-990.
LIAO Zhi-bo, FU Rui-min, ZONG Xiao-ying. Optimal designing of baffle of star sensor [J]. Chinese Journal of Lasers, 2010, 37(4): 987-990. (in Chinese)
- [9] Wu Z, Yang J, Su D. Experimental study for the effects of stellar spectrums on the location accuracy of a star sensor[C]//International Symposium on Photo electronic Detection and Imaging 2011. US: International Society for Optics and Photonics, 2011.
- [10] 施闻明, 杨晓东. 天文定位中选星系统的建模与仿真[J]. 系统仿真学报, 2007, 19(7): 1428-1429.
SHI Wen-ming, YANG Xiao-dong. Modeling and simulation on star-choosing in celestial positioning[J]. Journal of System Simulation, 2007, 19(7): 1428-1429. (in Chinese)
- [11] 王洪振. 航用天体位置计算及自动选星研究[D]. 大连: 大连海事大学, 2012.
WANG Hong-zhen. The position calculation of marine celestial body and automatic star-choosing in celestial positioning [D]. Dalian: Dalian Maritime University, 2012. (in Chinese)
- [12] 于永军, 刘建业, 熊智, 等. 基于多圆迭代和 H_{∞} 滤波的捷联/天文定位算法研究[J]. 控制与决策, 2011, 26(5): 717-720.
YU Yong-jun, LIU Jian-ye, XIONG Zhi, et al. Research on SINS/CNS integrated navigation algorithm based on multi-circles intersection celestial positioning algorithm and H_{∞} filter [J]. Control and Decision, 2011, 26(5): 717-720. (in Chinese)
- [13] 熊智, 刘建业, 郁丰, 等. 基于天文角度观测的机载惯性/天文组合滤波算法研究[J]. 宇航学报, 2010, 31(2): 397-403.
XIONG Zhi, LIU Jian-ye, YU Feng, et al. Research of airborne INS/CNS integrated filtering algorithm based on celestial angle observation [J]. Journal of Astronautics, 2010, 31(2): 397-403, 2010. (in Chinese)
- [14] 程禄, 焦传道, 黄德鸣. 船舶导航定位系统[M]. 北京: 国防工业出版社, 1991: 103-110.
CHENG Lu, JIAO Chuan-dao, HUANG De-ming. Marine navigation and positioning systems [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 1991: 103-110. (in Chinese)