

河南师范大学

2013 年硕士研究生入学考试业务课试卷

考试科目代码: 602 名称: 数学(理) 适用专业或方向: 计算机软件与理论

(必须在答题纸上答题, 答题纸可向监考老师索要)

一、单项选择题(1-8 题, 每小题 4 分, 共 32 分) 请将答案写在答题纸上。

1. 函数 $f(x) = \frac{1}{x^2} \sin \frac{1}{x}$, 当 $x \rightarrow \infty$ 时为 ()
 (A) 无穷大量 (B) 无穷小量
 (C) 无界、但不是无穷大量 (D) 有界、但不是无穷小量
2. 设函数 $f(x)$ 可导, 且 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(0) - f(2 \sin x)}{x} = 1$, 则 $f'(0)$ 等于 ()
 (A) 1 (B) -1 (C) $-\frac{1}{2}$ (D) -2
3. 下列等式成立的是 ()
 (A) $\left[\int f(x) dx \right]' = f(x)$ (B) $d \int f(x) dx = f(x)$
 (C) $\int f'(x) dx = f(x)$ (D) $\int df(x) = f(x)$
4. 函数 $f(x, y)$ 在点 (x_0, y_0) 可微, 是偏导 $f'_x(x_0, y_0)$ 、 $f'_y(x_0, y_0)$ 存在的 ()
 (A) 充分而非必要条件 (B) 必要而非充分条件
 (C) 充分必要条件 (D) 既非充分又非必要条件
5. 设有空间区域 $V: x^2 + y^2 + z^2 \leq R^2$ 及 V 在第一卦限的部分 V_0 , 则以下等式成立的是 ()
 (A) $\iiint_V \sin x dx dy dz = 8 \iiint_{V_0} \sin x dx dy dz$ (B) $\iiint_V y dx dy dz = 8 \iiint_{V_0} y dx dy dz$
 (C) $\iiint_V \cos z dx dy dz = 8 \iiint_{V_0} \cos z dx dy dz$ (D) $\iiint_V xyz dx dy dz = 8 \iiint_{V_0} xyz dx dy dz$
6. 设有四维向量 α_1 、 α_2 、 α_3 、 α_4 , 则以下各组线性无关的是 ()
 (A) $\alpha_1 + \alpha_2$ 、 $\alpha_2 + \alpha_3$ 、 $\alpha_3 + \alpha_4$ 、 $\alpha_4 + \alpha_1$
 (B) $\alpha_1 - \alpha_2$ 、 $\alpha_2 - \alpha_3$ 、 $\alpha_3 - \alpha_4$ 、 $\alpha_4 - \alpha_1$

(C) $\alpha_1 + \alpha_2, \alpha_2 + \alpha_3, \alpha_3 - \alpha_4, \alpha_4 - \alpha_1$

(D) $\alpha_1 + \alpha_2, \alpha_2 - \alpha_3, \alpha_3 - \alpha_4, \alpha_4 - \alpha_1$

7. 打靶3发, 事件 A_i 表示“击中 i 发”, $i = 1, 2, 3$, 那么事件 $A = A_1 \cup A_2 \cup A_3$ 表示 ()

(A) 全部击中 (B) 至少有一发击中 (C) 必然击中 (D) 击中3发.

8. 设函数 $f(x)$ 在区间 $[a, b]$ 上等于 $\sin x$, 而在此区间外等于0, 若 $f(x)$ 可以作为某连续性随机变量 X 的密度函数, 则区间 $[a, b]$ 为 ()

(A) $[0, \frac{\pi}{2}]$ (B) $[0, \pi]$ (C) $[-\frac{\pi}{2}, 0]$ (D) $[0, \frac{3}{2}\pi]$

二、填空题 (9-14 题, 每小题 4 分, 共 24 分) 请将答案写在答题纸上。

9. 若 $f(x) = \begin{cases} \frac{\ln(1+x)}{x}, & x < 0 \\ a+x^2, & x \geq 0 \end{cases}$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上连续, 则常数 $a =$ _____.

10. 曲线 $\begin{cases} x = 1+t^2 \\ y = \cos t \end{cases}$ 在点 $(1, 1)$ 处的切线方程为 _____.

11. 设一平面过原点 $(0, 0, 0)$ 和点 $(6, -3, 2)$, 且与平面 $4x - y + 2z = 8$ 垂直, 则此平面方程为 _____.

12. 函数 $u = xyz$ 在点 $P(1, -1, 2)$ 处, 沿从点 $P(1, -1, 2)$ 到点 $A(2, 0, 3)$ 的方向导数为 _____.

13. $\int_e^{+\infty} \frac{dx}{x \ln^2 x} =$ _____.

14. 一电路由两只开关 A, B 并联而成, 设 A, B 独立工作, A, B 闭合的概率分别为 0.5, 0.4, 则电路为通路的概率为 _____.

三、解答题 (15-23 题, 共 94 分) 请将答案写在答题纸上。

15. 求下列极限: (12分)

$$(1) \lim_{x \rightarrow \infty} x \sin \frac{2x}{x^2 + 1} \quad (2) \lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1}{\sqrt{x}} \right)^{\tan x}$$

16. 求函数 $f(x) = \frac{x^3}{(1+x)^2} + 3$ 的单调区间与极值。(10分)

17. 证明: 当 $x \in \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right]$ 时,

$$3 \arccos x - \arccos(3x - 4x^3) = \pi. \quad (10分)$$

18. 设曲线 $y = 1 - x^2$ ($0 \leq x \leq 1$) 和 x 轴、 y 轴所围成区域被曲线 $y = ax^2$ ($a > 0$) 分为面积相等的两部分, 求 a 的值。(10分)

19. 求微分方程 $y'' + y' = x^2$ 的通解。(10分)

20. 设 $z = f(2x - y, y \sin x)$, 其中 $f(u, v)$ 有二阶连续偏导数, 求 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ 。(10分)

21. 试将函数 $f(x) = \frac{\pi - x}{2}$ ($0 \leq x \leq \pi$) 展开成以 2π 为周期的正弦级数。(12分)

22. 计算 $I = \iiint_V z dx dy dz$, 其中 V 是由曲面 $z = x^2 + y^2$ 与平面 $z = 4$ 所围成的闭区域。(10分)

23. 求 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix}$ 的逆矩阵。(10分)