

# 河南师范大学

## 二〇一三年硕士研究生入学考试业务课试卷

科目代码: 432 名称: 统计学 适用专业或方向: 应用统计

(必须在答题纸上答题, 在试卷上答题无效, 答题纸可向监考老师索要)

### 一、填空题 (每小题 5 分, 共 20 分)

1. 设事件  $A, B$  仅发生一个的概率为 0.3, 且  $P(A) + P(B) = 0.5$ , 则  $A, B$  至少有一个不发生的概率为 \_\_\_\_\_.
2. 设随机变量  $X$  服从泊松分布, 且  $P(X \leq 1) = 4P(X = 2)$ , 则  $P(X = 3) =$  \_\_\_\_\_.
3. 设随机变量  $X$  在区间  $(0, 2)$  上服从均匀分布, 则随机变量  $Y = X^2$  在区间  $(0, 4)$  内的概率密度为  $f_Y(y) =$  \_\_\_\_\_.
4. 设随机变量  $X, Y$  相互独立, 且均服从参数为  $\lambda$  的指数分布,  $P(X > 1) = e^{-2}$ , 则  $P\{\min(X, Y) \leq 1\} =$  \_\_\_\_\_.

### 二、选择题 (每小题 5 分, 共 20 分)

1. 设  $A, B, C$  是三个相互独立的随机事件, 且  $0 < P(C) < 1$ , 则在下列给定的四对事件中不互相独立的是 ( )

- (A)  $\overline{A+B}$  与  $C$       (B)  $\overline{AC}$  与  $\overline{C}$   
 (C)  $\overline{A-B}$  与  $\overline{C}$       (D)  $\overline{AB}$  与  $C$

2. 设随机变量  $X$  的密度函数为  $f(x)$ , 且  $f(-x) = f(x)$ ,  $F(x)$  是  $X$  的分布函数, 则对任意的实数  $a$ , 有 ( )

- (A)  $F(-a) = 1 - \int_0^a f(x) dx$       (B)  $F(-a) = \frac{1}{2} - \int_0^a f(x) dx$   
 (C)  $F(-a) = F(a)$       (D)  $F(-a) = 2F(a) - 1$

3. 对任意两个随机变量  $X$  和  $Y$ , 若  $E(XY) = E(X)E(Y)$ , 则 ( )

- (A)  $D(XY) = D(X)D(Y)$       (B)  $X$  和  $Y$  不独立  
 (C)  $X$  和  $Y$  独立      (D)  $D(X+Y) = DX + DY$

4. 设  $X_1, X_2, \dots, X_n$  是来自总体  $N(0, 1)$  的简单随机样本,  $\bar{X}$  为样本均值,  $S^2$  为样本方

差, 则( )

(A)  $n\bar{X} \sim N(0,1)$

(B)  $nS^2 \sim \chi^2(n)$

(C)  $\frac{(n-1)\bar{X}}{S} \sim t(n-1)$

(D)  $\frac{(n-1)X_1^2}{\sum_{i=2}^n X_i^2} \sim F(1, n-1)$

三、计算题 (每题 15 分, 共 30 分)

1. 已知一批产品中 90% 是合格品, 检查时, 一个合格品被误认为是次品的概率为 0.05, 一个次品被误认为是合格品的概率为 0.02, 求 (1) 一个产品经检查后被认为是合格品的概率; (2) 一个经检查后被认为是合格品的产品确是合格品的概率.
2. 从学校乘汽车到火车站的途中有 3 个交通岗, 假设在各个交通岗遇到红灯的事件是相互独立的, 并且概率都是  $2/5$ . 设  $X$  为途中遇到红灯的次数, 求  $X$  的分布列、分布函数、数学期望和方差.

四、计算题 (每题 20 分, 共 80 分)

1. 设二维随机变量  $(X, Y)$  在区域  $D = \{(x, y) | x \geq 0, y \geq 0, x + y \leq 1\}$  上服从均匀分布. 求 (1)  $(X, Y)$  关于  $X$  的边缘概率密度; (2)  $Z = X + Y$  的分布函数与概率密度.
2. 已知随机变量  $X$  服从  $(0, 1)$  上的均匀分布,  $Y$  服从  $(0, X)$  上的均匀分布, 求  $P\{X + Y > 1\}$ .

3. 设总体的概率分布为

$X$	0	1	2	3
$p_k$	$\theta^2$	$2\theta(1-\theta)$	$\theta^2$	$1-2\theta$

其中  $\theta(0 < \theta < \frac{1}{2})$  是未知参数, 总体的样本值为 3, 1, 3, 0, 3, 1, 2, 3, 求  $\theta$  的矩估计值和最大似然估计值.

4. 设  $X_1, X_2, \dots, X_n$  是来自总体  $X$  的简单随机样本, 且  $EX = \mu, DX = \sigma^2$ , 求  $C$  使得

$$C \sum_{i=1}^{n-1} (X_{i+1} - X_i)^2 \text{ 为 } \sigma^2 \text{ 的无偏估计.}$$