

河南师范大学

二〇一三年硕士研究生入学考试业务课试卷

科目代码: 432 名称: 统计学 适用专业或方向: 应用统计

(必须在答题纸上答题, 在试卷上答题无效, 答题纸可向监考老师索要)

一、填空题 (每小题 5 分, 共 20 分)

1. 设事件 A, B 仅发生一个的概率为 0.3, 且 $P(A) + P(B) = 0.5$, 则 A, B 至少有一个不发生的概率为 _____.
2. 设随机变量 X 服从泊松分布, 且 $P(X \leq 1) = 4P(X = 2)$, 则 $P(X = 3) =$ _____.
3. 设随机变量 X 在区间 $(0, 2)$ 上服从均匀分布, 则随机变量 $Y = X^2$ 在区间 $(0, 4)$ 内的概率密度为 $f_Y(y) =$ _____.
4. 设随机变量 X, Y 相互独立, 且均服从参数为 λ 的指数分布, $P(X > 1) = e^{-2}$, 则 $P\{\min(X, Y) \leq 1\} =$ _____.

二、选择题 (每小题 5 分, 共 20 分)

1. 设 A, B, C 是三个相互独立的随机事件, 且 $0 < P(C) < 1$, 则在下列给定的四对事件中不互相独立的是 ()

- (A) $\overline{A+B}$ 与 C (B) \overline{AC} 与 \overline{C}
 (C) $\overline{A-B}$ 与 \overline{C} (D) \overline{AB} 与 C

2. 设随机变量 X 的密度函数为 $f(x)$, 且 $f(-x) = f(x)$, $F(x)$ 是 X 的分布函数, 则对任意的实数 a , 有 ()

- (A) $F(-a) = 1 - \int_0^a f(x) dx$ (B) $F(-a) = \frac{1}{2} - \int_0^a f(x) dx$
 (C) $F(-a) = F(a)$ (D) $F(-a) = 2F(a) - 1$

3. 对任意两个随机变量 X 和 Y , 若 $E(XY) = E(X)E(Y)$, 则 ()

- (A) $D(XY) = D(X)D(Y)$ (B) X 和 Y 不独立
 (C) X 和 Y 独立 (D) $D(X+Y) = DX + DY$

4. 设 X_1, X_2, \dots, X_n 是来自总体 $N(0, 1)$ 的简单随机样本, \bar{X} 为样本均值, S^2 为样本方

差, 则()

(A) $n\bar{X} \sim N(0,1)$

(B) $nS^2 \sim \chi^2(n)$

(C) $\frac{(n-1)\bar{X}}{S} \sim t(n-1)$

(D) $\frac{(n-1)X_1^2}{\sum_{i=2}^n X_i^2} \sim F(1, n-1)$

三、计算题 (每题 15 分, 共 30 分)

1. 已知一批产品中 90% 是合格品, 检查时, 一个合格品被误认为是次品的概率为 0.05, 一个次品被误认为是合格品的概率为 0.02, 求 (1) 一个产品经检查后被认为是合格品的概率; (2) 一个经检查后被认为是合格品的产品确是合格品的概率.
2. 从学校乘汽车到火车站的途中有 3 个交通岗, 假设在各个交通岗遇到红灯的事件是相互独立的, 并且概率都是 $2/5$. 设 X 为途中遇到红灯的次数, 求 X 的分布列、分布函数、数学期望和方差.

四、计算题 (每题 20 分, 共 80 分)

1. 设二维随机变量 (X, Y) 在区域 $D = \{(x, y) | x \geq 0, y \geq 0, x + y \leq 1\}$ 上服从均匀分布. 求 (1) (X, Y) 关于 X 的边缘概率密度; (2) $Z = X + Y$ 的分布函数与概率密度.
2. 已知随机变量 X 服从 $(0, 1)$ 上的均匀分布, Y 服从 $(0, X)$ 上的均匀分布, 求 $P\{X + Y > 1\}$.

3. 设总体的概率分布为

X	0	1	2	3
p_k	θ^2	$2\theta(1-\theta)$	θ^2	$1-2\theta$

其中 $\theta(0 < \theta < \frac{1}{2})$ 是未知参数, 总体的样本值为 3, 1, 3, 0, 3, 1, 2, 3, 求 θ 的矩估计值和最大似然估计值.

4. 设 X_1, X_2, \dots, X_n 是来自总体 X 的简单随机样本, 且 $EX = \mu, DX = \sigma^2$, 求 C 使得

$$C \sum_{i=1}^{n-1} (X_{i+1} - X_i)^2 \text{ 为 } \sigma^2 \text{ 的无偏估计.}$$