



河南师范大学

2014年攻读硕士研究生入学考试试题

科目代码与名称: 612 高等数学

适用专业或方向: 统计学

考试时间: 3小时 满分: 150分

试题编号: B卷

(必须在答题纸上答题, 在试卷上答题无效, 答题纸可向监考老师索要)

一、填空题(本大题共5小题, 每小题4分, 共20分)

1. $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 [\ln(x^2 + 1) - 2\ln x] = (\quad)$ 。

2. 若 $f''(x)$ 连续, 且 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f''(x)}{x} = 1$, 那么 $(0, f(0))$ 是 $f(x)$ 的 (\quad) 。

3. 设函数 $f(x), g(x)$ 均可导, 且同为 $F(x)$ 的原函数, 且有 $f(0) = 5$,
 $g(0) = 2$, 则 $f(x) - g(x) = (\quad)$ 。

4. 若 $z = x^3 + 6xy + y^3$, 则 $\left. \frac{\partial z}{\partial x} \right|_{\substack{x=1 \\ y=2}} = (\quad)$ 。

5. 当 $n \rightarrow \infty$ 时 $\lim_{n \rightarrow \infty} n \sin \frac{1}{n} = 1$, 根据敛散性判定方法, 可以判定级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{1}{n} (\quad)$ 。

二、解答题(解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。)

1. (15分) 当 $x \rightarrow 0$ 时, $f(x) = 2x - \sin 2ax$ 与 $g(x) = x^2 \ln(1 - 2bx)$ 是等价无穷小, 试确定 a, b 的值。

2. (10分) 若 $y = x^{x^2} + e^{\sin x} + \ln(1 + a^{x^2})$, 求 y' 。

3. (15分) 如果 $f(x)$ 在 x_0 邻域连续, 且 $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{(x - x_0)^n} = 2$, 试讨论 $f(x)$ 在 x_0 处的极值。

4. (15分) 若 $\int xf(x)dx = \arcsin x + c$, 求 $I = \int \frac{1}{f(x)} dx$.

5. (15分) 计算积分 $I = \int_{\frac{1}{4}}^{\frac{1}{2}} dy \int_{\frac{1}{2}}^{\sqrt{y}} e^x dx + \int_{\frac{1}{2}}^1 dy \int_y^{\sqrt{y}} e^x dx$.

6. (10分) 求微分方程 $(x^2 - y)dx - (x - y)dy = 0$ 的通解.

7. (15分) 设函数 $f(x)$ 在 $[0, 1]$ 上二阶可导, 且 $f(0) = f'(0) = f'(1) = 0$,

$f(1) = 1$. 求证: 存在 $\xi \in (0, 1)$, 使得 $|f''(\xi)| \geq 4$.

8. (15分) 设 $f(x)$ 在 $[0, 1]$ 上连续, 在 $(0, 1)$ 内可导, 且 $2 \int_{\frac{1}{2}}^1 f(x) dx = f(0)$. 证

明: 存在 $\xi \in (0, 1)$ 使 $f'(\xi) = 0$.

9. (10分) 设以向量 \vec{a} 和 $\vec{\beta}$ 为边做平行四边形, 求平行四边形中垂直于 \vec{a} 边的高线向量.

10. (10分) 假设图形 A 由 $x^2 + y^2 \leq 2x$ 与 $y \geq x$ 确定, 求图

形 A 绕直线 $x = 2$ 旋转一周所得旋转体的体积, 如右图所示:

