



河南师范大学

2014年攻读硕士研究生入学考试试题

科目代码与名称: 601 数学(理)

适用专业或方向: 环境科学

考试时间: 3小时 满分: 150分

试题编号: B卷

(必须在答题纸上答题, 在试卷上答题无效, 答题纸可向监考老师索要)

一、单项选择题(1-8题, 每小题4分, 共32分) 请将答案写在答题纸上。

1. 函数 $f(x) = e^x \sin x$ 是 ()

- (A) 偶函数 (B) 无界函数 (C) 周期函数 (D) 单调函数

2. 设数列 $\{a_n\}$ 、 $\{b_n\}$ 、 $\{c_n\}$ 非负, 且 $a_n \rightarrow 0$ 、 $b_n \rightarrow 1$ 、 $c_n \rightarrow \infty$, 则 ()

- (A) $a_n < b_n, \forall n$ (B) $b_n < c_n, \forall n$

- (C) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n c_n$ 不存在 (D) $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n c_n$ 不存在

3. 当 $x \rightarrow 0$ 时, 以下不是无穷小量的是 ()

- (A) $\frac{\sin x^2}{x}$ (B) $\ln(1+x)$

- (C) $(1+x)^{\frac{1}{2}} - 1$ (D) $(1+x)^{\frac{2}{x}}$

4. 设 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(0) - f(2 \sin x)}{x} = 2$, 则 $f'(0)$ 等于 ()

- (A) 1 (B) -1 (C) $-\frac{1}{2}$ (D) -2

5. 设 $f(x) = \begin{cases} \frac{2}{3}x^3, & x \leq 1 \\ x^2, & x > 1 \end{cases}$, 则 $f(x)$ 在 $x=1$ 处 ()

- (A) 连续但不可导 (B) 左连续且左导数存在
(C) 右连续且右导数存在 (D) 左右导数都不存在

6. 若函数 $f(x)$ 的导数是 e^{-x} , 则以下函数不是 $f(x)$ 的原函数的是 ()

- (A) $e^{-x} + x$ (B) $e^{-x} - x$ (C) $e^{-x} + 2x - 1$ (D) $-e^{-x}$

7. 设 $I_1 = \int_0^1 \sin \sqrt{x} dx$, $I_2 = \int_0^1 \sin x dx$, $I_3 = \int_0^1 \sin x^2 dx$, 则 ()

- (A) $I_3 > I_2 > I_1$ (B) $I_1 > I_2 > I_3$ (C) $I_2 > I_1 > I_3$ (D) $I_3 > I_1 > I_2$

8. 设二阶线性非齐次微分方程 $y'' + py' + qy = f(x)$ 有三个无关的解 $y_1(x)$ 、

$y_2(x)$ 、 $y_3(x)$, C_1 、 C_2 为任意常数, 则该方程的通解是

- (A) $C_1[y_2(x) - y_1(x)] + C_2[y_3(x) - y_1(x)]$
(B) $C_1[y_2(x) + y_1(x)] + C_2[y_3(x) + y_1(x)]$
(C) $y_1(x) + C_1[y_2(x) - y_1(x)] + C_2[y_3(x) - y_1(x)]$
(D) $y_1(x) + C_1[y_2(x) + y_1(x)] + C_2[y_3(x) + y_1(x)]$

二、填空题 (9-14 题, 每小题 4 分, 共 24 分) 请将答案写在答题纸上。

9. 设函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{\tan 2x}{x}, & x < 0 \\ \frac{\ln(1+ax)}{\sin x}, & x > 0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 处有极限, 则常数 $a = \underline{\hspace{2cm}}$.

10. 设 $y = y(x)$ 由方程 $x^3 + \ln y - xe^y = 0$ 所确定, 则 $dy = \underline{\hspace{2cm}}$.

11. 设 $f(x)$ 于 $[1, 2]$ 上连续, 若 $f(x) = \ln x - \int_1^2 f(x) dx$, 则 $f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$.

12. $\int_0^{+\infty} \frac{x}{(1+x)^3} dx = \underline{\hspace{2cm}}$.

13. 方程 $y' = e^{x-y}$ 的通解是 $y = \underline{\hspace{2cm}}$.

14. 设 $f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{x^2 + y^2}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$, 则 $f'_x(0, 0) = \underline{\hspace{2cm}}$.

三、解答题 (15-23题, 共94分) 请将答案写在答题纸上。

15. 求下列极限: (12分)

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{\ln^3(1+x)}$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 0^+} (\tan x)^x$$

16. 求函数 $f(x) = x^2 e^{-x}$ 的极值, 并求其图像的渐近线。(10分)

17. 设 $f(x)$ 于 $[0, 2]$ 上连续, 于 $(0, 2)$ 内可导, 且 $f(0) = 1$, $f(1) + f(2) = 2$,

试证: 存在 $\xi \in (0, 2)$, 使得 $f'(\xi) = 0$ (10分)

18. 计算: (10分)

$$(1) \int x^2 \sin 2x dx$$

$$(2) \int_2^1 e^{\sqrt{2x-1}} dx$$

19. 求微分方程 $y'' + y' = x^2$ 的通解。(10分)

20. 设 D 为由 $y = x^2 + 1$, $x = 0$, $x = 1$, $y = 0$ 所围成的图形, 求

(1) D 的面积;

(2) D 绕 x 轴旋转一周所得旋转体的体积。(12分)

21. 求函数 $F(x) = \int_1^x f(x-t) dt$ 的导数。(10分)

22. 设 $z = z(x, y)$ 由方程 $xyz + \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = \sqrt{2}$ 确定, 求其在点 $(1, 0, -1)$ 处的全微分。(10分)

23. 计算二重积分 $I = \iint_D (x^2 + y^2) e^{-(x^2 + y^2)} dx dy$, $D = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 1\}$ 。(10分)