

文章编号:1003-207(2015)01-0073-09

DOI:10.16381/j.cnki.issn1003-207x.2015.01.010

基于前景理论的多阶段随机多准则决策方法

郝晶晶^{1,2}, 朱建军², 刘思峰²

(1. 浙江师范大学经济与管理学院, 浙江 金华 321004;

2. 南京航空航天大学经济与管理学院, 江苏 南京 211106)

摘要:研究一种基于动态参考点的多阶段随机多准则决策方法。考虑多阶段决策过程中决策者的风险偏好,建立了基于前景理论的多阶段随机多准则决策分析框架,提出了一种基于阶段发展特征的动态参考点设置方法;构建准则权重的目标规划模型,结合阶段参考点动态变化的特征测算各阶段备选方案的综合前景值;设计方案综合前景值的范围估算模型,以反映决策风险对评价结果的影响;案例研究验证了上述方法的可行性和实际效果。

关键词:随机多准则决策;前景理论;动态参考点;多阶段;三角模糊数

中图分类号:C943 **文献标识码:**A

1 引言

随机多准则决策是一类处理不确定准则状态的多准则排序选优方法,是决策领域的一个重要分支,其主要研究成果体现在不确定信息的算子集结方法^[1]、期望效用值方法^[2-3]、随机支配法^[4]、随机模拟法^[5]等多个方面。在许多实际决策问题中,决策者的风险态度已经成为影响决策结果的一个关键因素。Kahneman等^[6]将心理学和行为经济学相结合,提出了前景理论和累积前景理论^[7],为处理不确定性决策问题提供一个新的解决思路。目前,前景理论在金融、投资以及销售领域的决策应用比较广泛。此外,国内外学者将前景理论应用于随机多准则决策问题并取得了较为丰硕的理论成果,主要集中在模糊偏好关系^[8-9]、语言决策环境^[10]、随机占优准则^[11]、区间概率和不确定准则值^[12-13]、区间灰数^[14]、集对理论^[15]以及随机多准则可接受性分析(stochastic multicriteria acceptability analysis)^[16]等领域。由于内外部环境的复杂性、事物认知的过程性和决策者思维的有限理性,许多决策问题无法凭借一轮评价工作就实现科学、合理的优选决策。一些复杂的实际决策问题,如国产大飞机发动机供

应商选择、大型工程项目风险评价、科技项目风险投资评价等,时间跨度较大且具有较为明显的多阶段特征,通常需要全面考虑多个阶段的评价信息以实现综合决策。多阶段决策方法得到了研究人员的广泛关注,研究成果较为丰富,如基于多阶段权重的分析方法^[17]和动态综合评价方法^[18]等。在多阶段决策过程中,决策者面临更多的不确定性和风险因素,如多阶段决策信息的有效集成、决策者风险态度的变化、群体意见的冲突和协调等。因此,多阶段随机多准则决策问题有着广阔的研究前景和重要的研究价值。

根据文献检索结果,前景理论在单阶段随机多准则决策领域中的应用较多。其中,在参考点的设置问题上通常采用决策者给定^[10,15]、语言集的中间点^[12-13]、其他备选方案^[14]等多种分析思路,这些方法能较好的解决单一阶段下的随机多准则决策问题。在多阶段随机决策问题中,决策者的风险态度容易随着阶段变化而发生一定的波动,这通常会引起各阶段的参考水平发生变化。若将单阶段参考点的设置方法简单地应用在多阶段决策问题中,参考点便无法体现方案在多阶段下的发展情况以及参考水平的变化,难以科学地反映方案的动态发展态势和多阶段决策问题的特征。此外,在实际决策过程中,部分决策信息和数据难以用准确的数字加以描述,决策问题本身呈现出一定的不确定性和模糊性,三角模糊数由于其表述简单且便于操作,已经被广泛用于很多决策问题之中^[19-20]。基于上述考虑,本文以三角模糊数为例,研究基于前景理论的多阶段

收稿日期:2013-03-06; 修订日期:2013-07-18

基金项目:国家自然科学基金资助项目(71171112,71301149)

作者简介:郝晶晶(1983-),女(汉族),河南焦作人,浙江师范大学经济与管理学院,博士研究生,研究方向:不确定性决策理论与方法。

随机决策方法。本文的主要工作集中在：考虑方案的阶段发展速度，设计各阶段的动态参考点，综合横向和纵向两个角度体现方案的参考水平，依据前景理论得到方案的动态前景价值；在此基础上构建规划模型测算各阶段的准则权重，并设计了各方案动态前景价值的范围估算模型，集结多阶段决策信息，实现对备选方案的优选决策。

2 预备知识

2.1 三角模糊数定义及运算规则

定义 1^[21] 设 $[a^l, a^m, a^u]$ ，其中 $0 < a^l \leq a^m \leq a^u$ ，则称 a 为一个三角模糊数。其隶属函数为

$$\mu_a(x) = \begin{cases} \frac{x-a^l}{a^m-a^l}, & a^l \leq x \leq a^m; \\ \frac{x-a^u}{a^m-a^u}, & a^m \leq x \leq a^u; \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

三角模糊数的运算规则如下^[21]：

设 $a = [a^l, a^m, a^u]$ ， $b = [b^l, b^m, b^u]$ 为两个三角模糊数，则：

$$(1) a + b = [a^l, a^m, a^u] + [b^l, b^m, b^u] = [a^l + b^l, a^m + b^m, a^u + b^u]$$

$$(2) a - b = [a^l, a^m, a^u] - [b^l, b^m, b^u] = [a^l - b^u, a^m + b^m, a^u - b^l]$$

$$(3) a \times b = [a^l, a^m, a^u] \times [b^l, b^m, b^u] = [a^l b^l, a^m b^m, a^u b^u]$$

$$(4) \frac{1}{a} = \left[\frac{1}{a^u}, \frac{1}{a^m}, \frac{1}{a^l} \right];$$

$$(5) \lambda A = [\lambda a^l, \lambda a^m, \lambda a^u], \lambda \geq 0.$$

设 $a = [a^l, a^m, a^u]$ ， $b = [b^l, b^m, b^u]$ 为任意两个三角模糊数，则称：

$$d(a, b) = \sqrt{\frac{1}{3} [(a^l - b^l)^2 + (a^m - b^m)^2 + (a^u - b^u)^2]} \quad (1)$$

为三角模糊数的距离^[22]。

可以通过计算可能度的方法来比较三角模糊数的大小，可能度公式^[23-24]如下：

$$P(b \geq a) = \begin{cases} \frac{a^l - b^u}{(b^m - b^u) - (a^m - a^l)}, & a^l \leq b^u \\ 1, & b^m \geq a^m \\ 0, & \text{others} \end{cases} \quad (2)$$

公式(2)在用于比较数量较多个三角模糊数时，会存在信息丢失的情况。然而本文中主要用于比较两个三角模糊数的大小，则这种信息丢失的情况对

本文方法影响较小。对于两个三角模糊数 a 和 b ，若 $P(a \geq b) \geq P(b \geq a)$ ，则认为 $a \geq b$ ；若 $P(a \geq b) \leq P(b \geq a)$ ，则 $a \leq b$ ^[23]。

2.2 前景理论

前景理论认为，个体通过前景价值用于评估不确定条件下的决策结果，而前景价值是由价值函数和决策权重函数共同决定的^[6]，即：

$$V = \sum_k \pi(p_k) v(\Delta x_k) \quad (3)$$

其中 V 为前景价值； p_k 表示第 k 个状态的概率； $\pi(p_k)$ 是概率权重函数，它是概率评价的单调增函数； $v(\Delta x_k)$ 是价值函数，是决策者主观感受形成的价值。Tversky 等给出了幂函数形式的价值函数如下^[7]：

$$v(\Delta x) = \begin{cases} (\Delta x)^\alpha, & \Delta x \geq 0 \\ -\theta(-\Delta x)^\beta, & \Delta x < 0 \end{cases} \quad (4)$$

前景理论认为个体在做出决策时，不仅考虑最终的财富水平，更看重相对于某个参考点处财富的收益与损失。在公式(4)中， Δx 是财富 x 偏离某个参考点 x_0 的程度。当财富超过参考点(即 $\Delta x \geq 0$) 时， Δx 被定义为收益；当财富低于参考点(即 $\Delta x < 0$) 时， Δx 被定义为损失。价值函数的形式如图 1 所示。 α 和 β 分别为收益和损失区域价值幂函数的凹、凸程度，其中 $0 < \alpha < 1$ 和 $0 < \beta < 1$ 表示敏感性递减。 θ 为损失区域比收益区域更陡的特征， $\theta > 1$ 表示损失厌恶。Kahneman 等^[7] 经过研究表明 $\alpha = \beta = 0.88$ ， $\theta = 2.25$ 与经验数据较为一致。

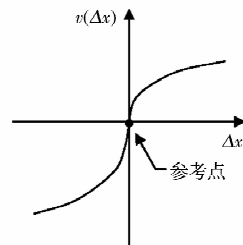


图 1 价值函数示意图

Tversky 等^[7] 人认为概率权重是决策者根据事件结果出现的概率 p 而做出的某种主观判断，它并不是概率，也不是概率的线性函数，而是概率的单调增函数，并给出了对数形式的概率权重函数可表示如下：

$$\pi(p) = \begin{cases} p^\gamma / (p^\gamma + (1-p)^\gamma)^{1/\gamma}, & \Delta x \geq 0 \\ p^\delta / (p^\delta + (1-p)^\delta)^{1/\delta}, & \Delta x < 0 \end{cases} \quad (5)$$

当 p 很小时， $\pi(p) > p$ ，说明决策者会高估小

概率事件;当 p 很大时, $\pi(p) < p$, 说明决策者忽视了概率很大的事件。其中 γ 为风险收益态度系数, δ 为风险损失态度系数。概率权重函数表现如图 2 所示。经过实验论证, Tversky 等^[7] 人认为 $\gamma = 0.61, \delta = 0.72$ 。

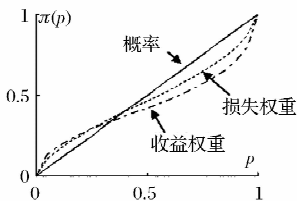


图 2 概率权重函数示意图

前景价值思想在多准则决策领域的应用非常广泛,尤其是随机多准则决策领域方面。然而基于前景理论的多阶段随机多准则决策方法研究甚少,尤其是动态参考点的设置问题仍有较大的研究前景。因此,本文提出了一类动态参考点的分析思路,并以此为基础研究多阶段随机多准则决策问题。

3 主要方法及结果

在多阶段多准则决策问题中,为了能够反映决策者在不同阶段的风险偏好对决策过程的影响,本部分参照前景理论的思想,利用各备选方案的综合前景价值以表征其综合绩效。本问题的关键在于如何考虑多阶段动态决策特征的基础上选择合适的参考点,使其能够合理地反映方案表现的阶段发展特征,为计算各方案的前景值提供一个科学的参考标准。以此为基础,构建目标规划模型以集结方案在不同阶段下的前景值,对备选方案实现优选决策。本文以多阶段决策问题的参考点设置为突破口,充分考虑多阶段决策过程的信息特征,提出了一类适用于多阶段随机多准则决策的分析思路和相关研究方法。

3.1 问题的描述

设 $A = \{a_1, a_2 \dots a_m\}$ 表示备选方案集,这些方案存在于 l 个决策阶段中。设 $C = \{c_1, c_2, \dots, c_n\}$ 为准则集, $w^t = (w_1^t, w_2^t, \dots, w_n^t)^T$ 为 t 时段的准则权重向量,且满足 $w_j^t \geq 0 (j = 1, 2, \dots, n), \sum_{j=1}^n w_j^t = 1$ 。; $X^t = (x_{ijk}^t (t = 1, 2, \dots, l))$ 为 l 个评价阶段的决策矩阵,其中, x_{ijk}^t 代表 t 阶段第 i 个方案第 j 个准则在第 k 个状态下的评价价值,以三角模糊数形式表示。本文拟基于前景理论框架研究多阶段下备选方案优选排序方法。

3.2 动态参考点设置方法

为了消除不同准则的量纲对决策结果的影响,需要对决策矩阵数据进行规范化处理。根据徐泽水^[19] 研究中的规范化方法可将三角模糊决策矩阵 $X^t = (x_{ijk}^t)$ 转化为规范化矩阵 $R = (r_{ijk}^t)_{m \times n}$, 其中 $r_{ijk}^t = (r_{ijk}^{t,l}, r_{ijk}^{t,m}, r_{ijk}^{t,u})$ 。

根据前景理论的思想,决策者的评估结果主要关注方案表现相对于某个参考水平的收益或损失。然而参考点的设计不能仅仅依靠决策者的主观偏好和心理状态等主观因素,尤其是对于较为复杂的决策问题,由于其中可能涉及一些专业技术准则或包含着复杂的环境因素,决策者仅凭主观意见难以确定科学、可靠的参考水平。因此,许多学者从挖掘决策信息的角度以确定决策参考点。从现有文献来看,目前决策参考点的主要设置思路主要有传统的零点、均值、正负理想方案、其他备选方案等。然而,现有参考点的选取方法大多是建立在单阶段信息的基础上,并没有考虑多阶段决策特征分析参考点的动态变化情况。对多阶段决策问题而言,各阶段参考点的设置方法应全面顾及所有阶段的决策信息,并充分考虑各准则下决策信息的阶段变化情况及其对参考点的影响关系。

在实际的多阶段多准则决策问题中,方案在各准则下的表现会随着时间的推进而动态变化。在设定各阶段参考点时,不仅要考虑到单阶段下方案之间的横向比较,还应考虑到各方案的纵向变化规律间的比较,否则不足以反映方案动态发展态势及动态前景价值。在极端情况下,仅考虑单阶段下方案的横向比较来设置参考点会出现方案前景值无法区分的结果。例如,存在两个销售方案 a_1 和 a_2 , 在三个阶段所获的财富值 $X^t = \{x_i^t\}^T (i = 1, 2; t = 1, 2, 3)$ 如表 1 所示。

表 1 仅考虑横向比较而确定参考点时的方案前景值

指标	方案	
	方案 a_1	方案 a_2
X^1	50	50
X^2	100	75
X^3	150	175
总财富	300	300
v^1 (以均值为参考点)	-11.54	-11.54
v^2 (以最优方案为参考点)	-38.23	-38.23
v^3 (以最劣方案为参考点)	16.98	16.98

假设每个阶段中以两个方案财富均值即(50, 87.5, 162.5)为参考点, 则依据前景价值公式(3)和价值函数公式(4)可计算每个方案的各阶段前景价值之和 v^1 如表中所示(为简化描述, 假设阶段权重相同且 $p_k=1$). 本例中数据可扩展到 $0 < p_k < 1$ 情形下, 结果相同). 同理, 分别以最优方案和最劣方案为参考点, 计算可得各阶段前景价值之和为 v^2 和 v^3 .

由表 1 数据可以看出, 如果各阶段参考点仅依据本阶段的信息来设置, 则无法反应方案的阶段增长态势, 从而无法体现方案之间的优劣关系, 尤其在特殊数据情况下, 方案前景价值会无法区分. 因此, 决策者需要在多阶段决策问题中综合考虑各准则下方案绩效的动态发展情况, 以便能够挖掘方案的阶段综合前景价值, 达到较好的决策效果.

方案绩效的动态发展效果往往体现在与上一阶段的比较过程中. 考虑到均值计算简便, 并且能够直观反映方案相对于平均水平的收益与损失, 本文用各方案在各状态下准则信息的期望均值的发展速度来反映方案的动态变化特征, 如定义 2 所示.

定义 2 称 $\bar{s}_j = (\bar{r}'_j / r^1_j)^{1/l-1}$ 为第 j 个准则下的方案平均发展速度, $s'_j = \frac{r'_j}{r^1_j}$ 为方案第 j 个准则在第 t 阶段的发展速度 ($t=2, 3, \dots, l$), 其中, $\bar{r}'_j = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^{q_j} r'_{ijk} p'_{jk}$ 为各方案第 j 个准则值的期望均值, q_j 为第 j 个准则下的状态数.

由于备选方案面临相似的宏观环境和外部发展态势, 相邻时期各方案绩效的发展速度之间往往同样存在着对比和比较, 这种现象直接影响着方案的最终绩效表现. 在多阶段决策过程中, 若外部宏观环境没有发生较大改变, 则方案的综合表现会以相似的发展速度平稳发展. 若某阶段准则值的发展速度大于平均发展速度, 则说明该阶段的方案绩效存在较大的突破, 本阶段的前景值应得到相应的提高, 以体现该阶段下各方案的发展优势. 在各方案实际绩效确定的情况下, 应通过参考点的科学设置来实现前景价值的改善. 反之亦然.

定义 3 称 r'_j 为第 j 个准则在第 t 阶段的动态参考点, h' 为第 t 阶段下参考点的设置系数, r'_j 满足如下公式:

$$r'_j = \begin{cases} \bar{r}'_j, & t=1 \\ \bar{r}'_j + h' \bar{r}^{t-1}_j, & t=2, 3, \dots, l \end{cases} \quad (6)$$

其中, $h' = \text{sign}(\bar{s} - s'_j) d(\bar{s}, s'_j)$ 且

$$\text{sign}(\bar{s} - s'_j) = \begin{cases} 1, & P(\bar{s} \geq s'_j) \geq P(s'_j \geq \bar{s}), \\ -1, & P(\bar{s} \geq s'_j) < P(s'_j \geq \bar{s}) \end{cases}$$

$d(\bar{s}, s'_j)$ 是根据公式(1) 计算的 \bar{s} 和 s'_j 的距离, $P(\cdot)$ 表示由公式(2) 计算得到的可能度. 需要说明的是, 不同的可能度方法用于本文中, 动态参考点的数据结果可能存在差异. 然而只要 $d(\bar{s}, s'_j)$ 不为 0, 动态参考点的设置依然能够反映方案准则值的阶段变化情况, 此公式依然有效.

定义 3 中的动态参考点 r'_j 具备以下特点:

(1) $t=1$ 时, \bar{r}'_j 即第一阶段的参考点, 这与现有单阶段下的参考点设置方法相同.

(2) $t \geq 2$ 时, r'_j 即受到方案第 t 阶段发展速度 s'_j 的影响, 体现了方案动态发展特征. 当方案在第 t 阶段的发展速度 s'_j 大于等于平均发展速度 s_j 时, $h < 0$, 则参考点 r'_j 低于方案绩效的平均水平 \bar{r}'_j , 第 t 阶段的前景价值得到了适度的提高; 反之亦然.

定义 3 中动态参考点是在单阶段参考点的基础上进行了一定的修正, 这种修正能够引起方案的价值函数的调整, 进而影响到方案的前景价值. 如图 3 所示, \bar{r} 为单阶段下的参考点, r' 和 r'' 为动态参考点, 且满足 $r' < \bar{r} < r''$. Δx_1 和 Δx_2 为横坐标上的两个点. 当 $s'_j > \bar{s}_j$ 时, 则动态参考点 $r' < \bar{r}$, 价值函数由 L 向左平移到 L_1 , 则 Δx_1 对应的价值函数值 $v'(\Delta x_1) > v(\Delta x_1)$ (② > ①); 反之, 当时 $s'_j < \bar{s}_j$ 时, 动态参考点 $r'' > \bar{r}$, 价值函数 L 向右平移到 L_2 , 则 Δx_2 对应的价值函数值 $v''(\Delta x_2) < v(\Delta x_2)$ (④ < ③). 由于参考点的修正不会影响权重函数 $\pi(p)$ 的大小, 因此前景价值与价值函数值的变动趋势是一致的. 上述思想表现在实际决策问题中即: 当某阶段的方案发展速度超过平均速度时, 其前景值应有所提升; 当某阶段的方案发展速度低于平均速度时, 其前景值应有所降低. 因此, 本文设置的参考点能够反映方案在多阶段决策问题中的纵向比较效果, 深入挖方案指标值指标掘了方案的动态前景价值.

3.3 各阶段下多准则方案前景值测算方法

结合多阶段决策问题的特点, 根据前景理论的思想, 可得多阶段情境下方案动态前景价值如定义 4 所示:

定义 4 考虑动态参考点 r'_j 的情形, 可定义方案 i ($i=1, 2, \dots, m$) 的动态前景价值 V_i 如下:

$$V_i = \sum_{t=1}^l \sum_{j=1}^n V'_{ij} \omega'_j = \sum_{t=1}^l \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^{q_j} \pi_{ij}(p_k) v(r'_{ijk}) \omega'_j \quad (7)$$

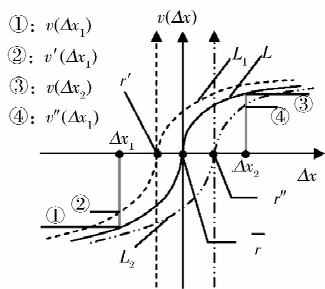


图 3 动态参考点与价值函数关系图

其中:

$$r'_{ijk} = \begin{cases} d(r'_{ijk}, r'_j)^\alpha, & r'_{ijk} \geq r'_j \\ -\theta(d(r'_{ijk}, r'_j))^\beta, & r'_{ijk} < r'_j \end{cases} \quad (8)$$

$$\pi_{ij}(p'_k) = \begin{cases} p'_k / (p'_k + (1 - p'_k)^\gamma)^{1/\gamma}, & r'_{ijk} \geq r'_j \\ p'_k / (p'_k + (1 - p'_k)^\delta)^{1/\delta}, & r'_{ijk} < r'_j \end{cases} \quad (9)$$

r'_j 是第 t 个阶段第 j 个准则下的动态参考点, $d(r'_{ijk}, r'_j)$ 是根据公式(1)计算的第 j 个准则规范化后的方案绩效与参考点的距离。

根据定义 4 即得到每个方案的动态前景值。需要说明的是,动态参考点的设置使得方案在各阶段各准则下的前景值随着本阶段发展速度的高低做出了相应的调整。具体而言,某阶段下方案的阶段发展速度越高,则前景价值越大;反之亦然。上述前景值的调整实际上起到了阶段权重的效果,在测算方案动态前景价值时,可以不用重复考虑时间权重的影响。

准则权重可以根据专家经验进行主观赋权^[25]得到,也可以通过构建数学模型方法^[26]求得。前者虽然操作简便,然而其主观随意性较强;后者具有完善的数学理论背景,能依据实际问题以满足特定目标。根据前景理论的思想可知,方案的前景价值可负可正,且随着方案阶段发展速度的变化而有所调整。考虑到方案的公平性,本文以方案总体前景价值最大化为目标函数设计规划模型如下:

$$\begin{aligned} \max V^t &= \sum_{i=1}^m V_i^t = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^{q_j} \pi_{ij}(p_k) v(r'_{ijk}) \omega_j^t \\ \text{s.t.} &\begin{cases} \sum_j \omega_j^t = 1 \\ \omega_j \in H, j = 1, \dots, n \\ 0 \leq \omega_j^t \leq 1, j = 1, \dots, n \end{cases} \end{aligned} \quad \text{M-1}$$

其中, H 为先验信息集合,可以表示为以下 5 种形式^[27]: (1) 弱序: $\{\omega_i \geq \omega_j\}$; (2) 严格序: $\{\omega_i - \omega_j \geq \alpha_i\}$; (3) 倍序: $\{\omega_i \geq \alpha_j \omega_i\}$; (4) 区间序: $\{\alpha_i \leq \omega_i \leq \alpha_i + \epsilon_i\}$; (5) 差序: $\{\omega_i - \omega_j \geq \omega_k - \omega_l\}$, j

$\neq k \neq l$, 其中 $\{\alpha_i\}$ 和 $\{\epsilon_i\}$ 是非负常数。代入方案在各阶段的前景价值数据求解上述模型,可得各阶段下准则权重向量 $W^t = (\omega_1^t, \omega_2^t \dots \omega_n^t)^T$ 。至此,通过准则权重集结方案各准则下的信息,可以得到各方案的动态前景价值。

基于方案前景值最大的思想在王坚强等^[28]的研究中有所体现,与之相比,本文侧重于研究多阶段决策问题中基于前景价值动态变化趋势的问题。由于内外部环境、决策过程和专家有限理性等原因,实际决策过程中可能包涵一定的不确定性和模糊性,这给决策过程的科学性和适用性带来了一定的风险。因此,本部分以 M-1 为基础,设计拓展模型 M-2。当方案整体前景值在一定合理波动范围内,估算各阶段方案前景价值的变动范围,一定程度上使得计算结果涵盖较多信息,进而降低决策风险。

假设根据 M-1 得到其最优解为 V_{\max}^t , 针对 t 阶段下方案 i 的前景值 V_i^t , 建立范围估算模型如下:

$$\begin{aligned} \max / \min V_i^t &= \sum_{j=1}^n V_{ij}^t \omega_j^t = \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^{q_j} \pi_{ij}(p_k) v(r'_{ijk}) \omega_j^t \\ \text{s.t.} &\begin{cases} \left| \sum_{i=1}^m \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^{q_j} \pi_{ij}(p_k) v(r'_{ijk}) \omega_j^t \right| \geq | (1 - \zeta) V_{\max}^t | \\ \sum_j \omega_j^t = 1 \\ \omega_j \in H, j = 1, \dots, n \\ 0 \leq \omega_j^t \leq 1, j = 1, \dots, n \end{cases} \end{aligned}$$

M-2

其中, $\max / \min V_i^t$ 代表分别对目标函数求最大值和最小值。模型 M-2 中的第一个约束条件说明 t 阶段下所有方案总体前景价值之和在 V_{\max}^t 的一定比例范围内波动时,可以引发 V_i^t 的变动从而包含更多的不确定信息。M-2 通过 V_{\max}^t 的变动程度 ζ ($\zeta > 0$) 表征决策风险(一般可采用百分数的形式,如 10%, 20% 等;数值越大,决策风险越高,决策精度越小),进而估算各阶段方案的前景值的变动范围。不难看出,模型 M-2 能够较好地反映各方案前景值的总体波动所带来的决策风险。

根据公式(2)对各方案的区间前景值进行两两比较,可以构成可能度矩阵 $P(p_{ij})_{m \times m}$ 。令排序向量 $\kappa = \sum_i p_{ij}$, 可以根据 κ 的大小对各方案前景值进行排序。

综上,基于动态参考点的多阶段随机多准则决策问题的决策步骤如下:

步骤 1:对方案在各阶段各准则下的准则值进行规范化处理。

步骤 2:根据公式(6)确定各阶段各准则的方案动态参考点。

步骤 3:求解 $M-1$ 得到各阶段的准则属性,并根据公式(7)计算各阶段下各方案的动态前景价值。

步骤 4:根据 $M-2$ 估算各方案的前景值的范围。

步骤 5:根据方案的前景值的范围对方案进行排序选优。

从上述决策步骤可看出本文方法的特点如下:

(1)提出了一种动态参考点的设置方法,根据方案的发展速度与平均发展速度的比较结果进行科学设置,以反映方案的阶段动态发展特征对动态前景值的影响;

(2)构建了多阶段情形下基于方案整体动态前景值的准则权重确定模型,设计各阶段下前景值范围的估算模型,在一定程度上反映了不确定决策信息的风险特征。

4 案例分析

在某新药的研发过程中,某风险投资公司共资助 3 个医药科研项目。由于药品研发周期长、成功

几率的不确定性大等原因,该风险投资公司以多阶段评估的形式,从项目的盈利能力(c_1)、企业管理能力(c_2)、市场环境(c_3)和科研技术风险(c_4)等 4 个主要维度考核各项目的运营绩效,从而对项目进展进行优劣排序。风险投资公司的决策者更加注重方案之间的比较优势带来的前景价值,而不仅仅关注预期的绩效,因此可以根据方案的前景价值来选择。由于各准则难以用准确的数据来衡量,专家以三角模糊数的形式给出备选方案在各阶段各准则下评价信息,如表 2、表 3 和表 4 所示。其中,科研技术风险(c_4)是成本型指标,其余为效益型指标, θ 为各准则可能出现的自然状态。

根据本文的研究方法,可得本案例多阶段决策过程如下:

步骤 1 根据徐泽水^[19]研究中三角模糊数的处理方法对各阶段各准则下的准则值进行规范化处理(略)。

步骤 2 根据定义 2 和定义 3 确定各阶段下各准则的参考点如表 5 所示。

从表 5 结果不难看出,各阶段动态参考点相较于单阶段方案绩效平均水平而言,分别得到了一定程度的提高或降低,反映了各阶段的动态发展态势,进而体现方案的动态前景价值。例如,方案各准则

表 2 t_1 阶段下三角模糊数决策矩阵

c	c_1			c_2			c_3			c_4		
θ	较弱	较强	中等	较弱	较强	好	较好	中等	很好	好	较好	中等
p_k	0.2	0.8	0.2	0.3	0.5	0.1	0.4	0.5	0.2	0.3	0.4	0.1
a_1	[52,55,58]	[71,73,75]	[18,20,23]	[10,13,15]	[20,22,25]	[78,80,82]	[51,55,58]	[24,26,29]	[15,16,17]	[8,10,12]	[5,8,9]	[2,3,5]
a_2	[59,62,65]	[85,88,90]	[18,22,25]	[12,14,16]	[22,25,28]	[79,80,82]	[50,52,54]	[28,30,32]	[16,18,19]	[11,12,14]	[8,9,10]	[5,6,7]
a_3	[60,62,65]	[86,89,92]	[19,21,25]	[15,18,20]	[23,24,26]	[90,92,95]	[50,55,59]	[25,26,27]	[16,17,18]	[8,10,12]	[6,8,10]	[3,4,6]

表 3 t_2 阶段下三角模糊数决策矩阵

c	c_1			c_2			c_3			c_4		
θ	较弱	较强	中等	较弱	较强	好	较好	中等	很好	好	较好	中等
p_k	0.3	0.7	0.2	0.2	0.6	0.2	0.4	0.4	0.3	0.2	0.3	0.2
a_1	[62,64,66]	[80,82,84]	[21,23,25]	[14,16,18]	[23,25,27]	[85,87,89]	[53,55,57]	[26,28,30]	[17,19,20]	[10,12,14]	[7,8,9]	[5,6,7]
a_2	[63,64,66]	[81,83,85]	[19,21,23]	[14,16,18]	[22,25,27]	[80,82,85]	[51,53,55]	[29,30,31]	[18,20,22]	[12,14,16]	[9,10,11]	[6,7,8]
a_3	[61,63,65]	[87,88,89]	[20,23,25]	[15,17,20]	[23,25,28]	[91,93,95]	[52,55,58]	[25,27,30]	[16,18,20]	[9,10,11]	[8,9,10]	[5,6,7]

表 4 t_3 阶段下三角模糊数决策矩阵

c	c_1			c_2			c_3			c_4		
θ	较弱	较强	中等	较弱	较强	好	较好	中等	很好	好	较好	中等
p_k	0.4	0.6	0.3	0.2	0.5	0.4	0.3	0.3	0.2	0.2	0.2	0.4
a_1	[65,67,70]	[85,87,89]	[23,25,27]	[16,18,20]	[25,27,29]	[89,88,90]	[54,55,56]	[30,32,34]	[20,22,24]	[13,15,17]	[7,8,9]	[7,8,9]
a_2	[65,66,68]	[85,87,89]	[21,23,25]	[15,17,19]	[23,24,26]	[82,84,86]	[53,55,57]	[30,31,33]	[20,22,24]	[14,16,18]	[8,9,10]	[6,7,8]
a_3	[63,65,67]	[87,88,89]	[21,23,25]	[15,17,19]	[24,26,28]	[90,92,94]	[51,53,55]	[26,28,30]	[17,18,19]	[10,11,12]	[6,7,8]	[6,7,8]

表 5 各阶段的动态参考点

t_1	t_2	t_3
(0.583,0.575,0.615)	(0.524,0.551,0.579)	(0.566,0.593,0.622)
(0.448,0.575,0.739)	(0.305,0.448,0.608)	(0.501,0.593,0.703)
(0.510,0.576,0.651)	(0.457,0.517,0.582)	(0.569,0.609,0.653)
(0.399,0.574,0.842)	(0.193,0.399,0.613)	(0.528,0.671,0.853)

在 t_2 阶段的发展速度大于平均发展速度,使得 t_2 阶段各准则的动态参考点低于该阶段的方案绩效平均值,这样有利于体现方案绩效因 t_2 阶段发展良好而带来的纵向激励作用;再如, t_3 阶段下方案各准则的发展速度小于平均发展速度,从而 t_3 阶段下方案各准则的动态参考点高于该阶段的方案绩效平均值,这样能够更好地反映方案表现因 t_3 阶段下表现不佳所引发的惩罚效果。

步骤 3 求解 M-1 得到各阶段的准则权重向量为 $\omega^1 = (0.2, 0.1, 0.1, 0.6)^T$, $\omega^2 = (0.2, 0.1, 0.1, 0.6)^T$, $\omega^3 = (0.7, 0.1, 0.1, 0.1)^T$ 。根据公式(7)对方案进行集结,得到各方案的动态前景价值 V_i 如表 6 所示。

表 6 各方案综合前景值

方案	a_1	a_2	a_3
动态前景值	0.0904	-0.0194	0.1850

步骤 4 设定精度系数 ζ , 根据 M-2 估算各阶段下方案前景价值的变动范围, 结合区间数运算法则和公式(7)计算各方案动态前景值范围(见表 7)。

表 7 各方案前景值范围 ($\zeta=0.2$)

V_i	a_1	a_2	a_3
$t=1$	$[-0.454, -0.020]$	$[-0.057, 0.167]$	$[0.046, 0.188]$
$t=2$	$[0.106, 0.137]$	$[0.056, 0.069]$	$[0.119, 0.151]$
$t=3$	$[-0.136, -0.023]$	$[-0.144, -0.031]$	$[-0.026, -0.012]$
V_i	$[-0.485, 0.094]$	$[-0.145, 0.205]$	$[0.139, 0.326]$

步骤 5 根据方案的前景值的范围可得方案的排序结果为 $a_3 > a_1 > a_2$, 由此排序结果可以对各项目进行选优。

分析上述求解过程及结果, 并与相关方法进行比较, 可以得到如下结论:

(1) 如果忽视多阶段决策问题中方案绩效的纵向变化特征, 而仅以方案绩效平均值作为参考点进行计算, 可得到各方案的动态前景值为 $V_1 = -0.0156$, $V_2 = -0.1006$, $V_3 = 0.0597$ 。从结果对比可以看出, 由于方案的综合表现存在本质的差异, 不影响方案的排序结果。然而, 通过具体数据比较后不难发现, 以方案绩效平均值计算的 a_1 和 a_2 的前

景值较接近, 不利于两方案之间的优选。而本文遵循多阶段决策问题中方案表现动态发展的基本特征, 以动态参考点反映决策阶段对各参考点的综合影响, 使得方案 a_1 和 a_2 前景价值的区分度有了显著增加(见表 6)。此外, 以动态参考点为基础的动态前景值更深入地反映了方案的长远发展特征, 使得 a_1 的长远发展优势更加明显地体现出来。这使得两个方案的差异度更显著, 方案优劣关系更为清晰。

(2) 如果仅凭借三角模糊数的期望值来表征各方案在各阶段中的绩效, 采用 Xu Zeshui^[29] 的研究中基于 BUM 函数的阶段权重确定方法($\alpha=0.4$) 获得阶段权重为 $\lambda_i = (0.2900, 0.3314, 0.3786)^T$, 则各方案的阶段绩效表现为 $U_1 = (0.4907, 0.5827, 0.7213)$, $U_2 = (0.4744, 0.5529, 0.6414)$, $U_3 = (0.5039, 0.5923, 0.7090)$ 。根据可能度公式(2)比较三者大小, 从数据上得到方案的排序结果与本文方法的排序结果一致。然而, 此方法本质上无法体现专家的风险偏好的影响程度, 且容易受到阶段权重的影响, 在一定程度上增加了决策风险。

5 结语

多阶段随机多准则决策问题是决策领域的一个重要方向, 决策者的风险态度容易随着阶段变化而发生一定的波动, 这将直接影响最终的评价结果。因此, 研究不同阶段下决策者风险态度的变动情况及其对评价结果的影响效果, 具有较强的理论意义和实际应用价值。

本文基于前景理论研究多阶段随机多准则决策中的信息集结问题, 参照激励理论和发展速度的思想, 设计了一种多阶段动态参考点的设置方法; 构建多准则权重测算模型, 集结得到方案动态前景值; 建立了方案前景值的范围估算模型, 以分析决策风险对评价结果的实际影响。本文不仅是参考点设置方法在时间维度的有效拓展, 也为多阶段决策问题的信息集结问题提供了一种新的分析思路和研究方法。基于前景理论的多阶段决策问题还有较大的研究空间, 作者将继续研究动态参考点的其他设置方法以及不确定风险的测量模型等重要问题。

参考文献:

[1] 王坚强, 任剑. 基于 WC-OWA 算子的随机多准则决策方法[J]. 控制与决策, 2007, 22(12): 1429-1432.
 [2] 马本江, 邱苑华. 一类随机决策模型的期望最优解及其经济意义[J]. 系统工程, 2004, 22(1): 24-28.

- [3] 姚升保, 岳超源. 基于综合赋权的风险型多属性决策方法[J]. 系统工程与电子技术, 2005, 27(12): 2047—2050.
- [4] Zaras K. Rough approximation of a preference relation by a multi-attribute dominance for deterministic, stochastic and fuzzy decision problems [J]. European J of Operational Research, 2004, 159(1): 196—206.
- [5] Lahdelma R, Salminen P. Stochastic multicriteria acceptability analysis for group decision making[J]. Operations Research, 2001, 49(3): 444—454.
- [6] Kahneman D, Tversky A. Prospect theory: An analysis of decision under risk[J]. Econometrica, 1979, 47(2): 263—291.
- [7] Tversky A, Kahneman D. Advances in prospect theory: Cumulative representation of uncertainty[J]. Journal of Risk and Uncertainty, 1992, 5(4): 297—323.
- [8] Cheng Minyuan, Tsai H C, Hsiang C C. Bidding decision making for construction company using a multi-criteria prospect model [J]. Journal of Civil Engineering and Management, 2011, 17(3): 424—436.
- [9] Cheng Minyuan, Tsai H C, Chuang K H. Supporting international entry decisions for construction firms using fuzzy preference relations and cumulative prospect theory[J]. Expert Systems with Applications, 2011, 38(12): 15151—15158.
- [10] 胡军华, 陈晓红, 刘咏梅. 基于语言评价和前景理论的多准则决策方法[J]. 控制与决策, 2009, 24(10): 1477—1482.
- [11] 张晓, 樊治平. 一种基于前景随机占优准则的随机多属性决策方法[J]. 控制与决策, 2010, 25(12): 1875—1879.
- [12] 刘培德. 一种基于前景理论的不确定语言变量风险型多属性决策方法[J]. 控制与决策, 2011, 26(6): 893—897.
- [13] Liu Peide, Jin Fang, Zhang Xin. Research on the multi-attribute decision-making under risk with interval probability based on prospect theory and the uncertain linguistic variables [J]. Knowledge-based Systems, 2011, 24(4): 554—561.
- [14] 王坚强, 周玲. 基于前景理论的灰数随机多准则决策方法[J]. 系统工程理论与实践, 2010, 30(9): 1658—1664.
- [15] Hu Junhua, Yang Liu. Dynamic stochastic multi-criteria decision making method based on cumulative prospect theory and set pair analysis[J]. Systems Engineering Procedia, 2011, 1: 432—439.
- [16] Lahdelma R, Salminen P. Prospect theory and stochastic multicriteria acceptability analysis (SMAA) [J]. Omega, 2009, 37(5): 961—971.
- [17] Xu Zeshui. Multi-period multi-attribute group decision-making under linguistic assessments [J]. International Journal of General Systems, 2009, 38(8): 823—850.
- [18] 郭亚军, 姚远, 易平涛. 一种动态综合评价方法及应用[J]. 系统工程理论与实践, 2007, 27(10): 154—158.
- [19] 徐泽水. 基于期望值的模糊多属性决策法及其应用[J]. 系统工程理论与实践, 2004, 24(1): 109—119.
- [20] 徐泽水. 不确定多属性决策方法及应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 2004.
- [21] Van Laarhoven P J M, Pedrycz W. A fuzzy extension of Saaty's priority theory. Fuzzy Sets and Systems, 1983, 11(1): 199—227.
- [22] Chen C T. Extensions of the TOPSIS for group decision-making under fuzzy environment [J]. Fuzzy Sets and Systems, 2000, 114(1): 1—9.
- [23] Chang Dayong. Applications of the extent analysis method on fuzzy AHP[J]. European Journal of Operational Research, 1996, 95(3): 649—655.
- [24] Zhu Kejun, Jing Yu, Chang Dayong. A discussion on extent analysis method and application of fuzzy AHP [J]. European Journal of Operational Research, 1999, 116(2): 450—456.
- [25] Xu Zeshui. On consistency of the weighted geometric mean complex judgement matrix in AHP[J]. European Journal of Operational Research, 2000, 126(3): 683—687.
- [26] 徐泽水, 达庆利. 多属性决策的组合赋权方法研究[J]. 中国管理科学, 2002, 10(2): 84—87.
- [27] Kim S H, Choi S H, Kim J K. An interactive procedure for multiple attribute group decision making with incomplete information: Range-based approach [J]. European Journal of Operational Research, 1999, 118(1): 139—152.
- [28] 王坚强, 孙腾, 陈晓红. 基于前景理论的信息不完全的模糊多准则决策方法[J]. 控制与决策, 2009, 24(8): 1198—1202.
- [29] Xu Zeshui. A method based on the dynamic weighted geometric aggregation operator for dynamic hybrid multi-attribute group decision making[J]. International Journal of Uncertainty, Fuzziness and Knowledge-Based Systems, 2009, 17(1): 15—33.

A Method for Multi-stage Stochastic Multi-criteria Decision Making Concerning Prospect Theory

HAO Jing-jing^{1,2}, ZHU Jian-jun², LIU Si-feng²

(1. College of Economics and Management, Zhejiang Normal University, Jinhua 321004, China;

2. College of Economics and Management, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 211106, China)

Abstract: In practical decision-making problem, the risk preference of decision makers became an important factor influencing decision results, especially in the stochastic multi-criteria decision-making problems which contained many uncertainties. Prospect theory offered a new way in solving the uncertain decision-making problems. In this paper, a novel method for multi-stage stochastic multi-criteria decision-making concerning the prospect theory is proposed. Specifically, the concept of dynamic reference point concerning developing speed is introduced to determine the dynamic prospect values of alternatives. Additionally, a programming model is constructed to calculate the weights of criteria in each stage. Moreover, a model for evaluating the ranges of dynamic prospect values is constructed to reflect the fluctuations of alternative performances. Finally, a case is conducted to verify the results of the above approach, which can reflect the decision maker's risk preference and improve the discrimination of alternatives.

Key words: stochastic multi-criteria decision-making; prospect theory; dynamic reference point; multi-stage; triangular fuzzy number