第 27 卷 第 2 期 控 制 与 决 策 2012 年 2 月
Vol. 27 No. 2 Control and Decision Feb. 2012

文章编号: 1001-0920 (2012) 02-0281-05

方案偏好已知的三角模糊数型多属性决策方法

龚艳冰
(河海大学 商学院，江苏 常州 213022)

摘 要: 研究决策者对方案偏好已知、属性值以三角模糊数形式给出且属性权重信息不能完全确知的多属性决策问题. 提出了基于模糊比例值的决策方法和基于模糊偏差度的决策方法, 这两种方法首先建立一个线性规划模型, 通过求解该模型获得属性权重; 然后, 基于三角模糊数两两比较的可能度公式及三角模糊数排序公式, 对决策方案进行排序和择优; 最后, 通过实例验证了方法的可行性和有效性.

关键词: 三角模糊数；模糊比例值；模糊偏差度；排序
中图分类号: C934 **文献标识码:** A

Methods for triangular fuzzy number multi-attribute decision making with given preference information on alternative

GONG Yan-bing
(School of Business，Hohai University，Changzhou 213022，China．E-mail：yanbg79@163.com)

Abstract: The multi-attribute decision making problem is studied, in which the information on alternatives preference is given, attribute weights are unknown partly and the attribute values are given in the forms of triangular fuzzy numbers. Two decision methods are proposed, one is the fuzzy proportional value decision method, and the other is the degree of fuzzy deviation decision method. By using two methods, two linear programming models are established firstly, and the attribute weights are derived by solving two models. And then based on a possibility degree formula for comparing two triangular fuzzy numbers and a formula for priorities of triangular fuzzy numbers, the decision alternatives are ranked. Finally, a numerical example shows the feasibility and effectiveness of the two methods.

Key words: triangular fuzzy number；fuzzy proportional value；degree of fuzzy deviation；priority

1 引 言

多属性决策 (MADM) 是指从有限个待选方案中经过综合权衡各个属性后, 对方案集进行排序并选出最满意方案的过程. 它广泛存在于社会、经济、管理等多个领域, 如投资决策、项目评估、质量评估、方案优选、人才考核、经济效益综合评价等. 如今, 关于实数型多属性决策问题的理论与方法已较为完善. 由于客观事物的复杂性和不确定性以及人类认识的模糊性, 使得属性值及偏好信息为模糊数的模糊多属性决策 (FMADM) 问题普遍存在. 目前, 对于属性值为三角模糊数的模糊多属性决策问题已引起许多学者的兴趣[1-6].

对于属性权重信息不能完全确知、主观偏好值和属性值以三角模糊数形式给出的多属性决策问题, 到目前为止研究的还较少[7]. 为此, 本文给出两种决策方法: 1) 通过定义方案主观偏好与客观偏好之间的模糊比例指标, 提出一种基于模糊数比例值的决策方法; 2) 通过定义方案主观偏好与客观偏好之间的偏差隶属函数, 提出一种基于模糊偏差度的决策方法. 然后, 将模型转化为求解一个线性规划问题, 利用可能度方法和排序公式, 得到所有方案的排序. 实例表明, 该方法概念清楚、含义明确、计算简便.

2 基础知识

若设任意两个三角模糊数 $\tilde{a}=(a_l,a_m,a_u),\tilde{b}=(b_l,b_m,b_u)$, 则相应的两个模糊数之差可表示为

$$\tilde{a}-\tilde{b}=(a_l-b_u,a_m-b_m,a_u-b_l). \tag{1}$$

考虑一个具有 n 个方案 $(x_1,x_2,\cdots,x_n)$ 和 s 个属性 $(r_1,r_2,\cdots,r_s)$ 的 FMADM 问题, 设规范化三角模糊数决策矩阵为 $\tilde{Z}=(\tilde{z}_{ij})_{n\times s}$, 其中 $\tilde{z}_{ij}=(z_{lij},$

收稿日期: 2010-09-17；**修回日期:** 2010-11-20.
基金项目: 江苏省高校哲学社会科学基金项目(09SJD630008)；中央高校基本业务费科研项目(2010B24014).
作者简介: 龚艳冰(1979−), 男, 副教授, 博士, 从事决策理论与方法、复杂系统建模的研究.

z_{mij}, z_{uij}) 为三角模糊数, 相对于属性集的权重向量为 $\boldsymbol{W}=(w_1,w_2,\cdots,w_s)^{\mathrm{T}}$, $\boldsymbol{H}$ 为已知的部分权重信息确定的属性可能权重集合, $\boldsymbol{W} \in \boldsymbol{H}$ 则利用简单的加权集结方法, 方案 $x_i(i=1,2,\cdots,n)$ 的综合评估值可表示为

$$\tilde{d}_i=(d_{li},d_{mi},d_{ui})=\sum_{j=1}^{s}\tilde{z}_{ij}w_j=\Big(\sum_{j=1}^{s}z_{lij}w_j,\sum_{j=1}^{s}z_{mij}w_j,\sum_{j=1}^{s}z_{uij}w_j\Big),\quad i=1,2,\cdots,n. \tag{2}$$

当属性权重已知时, 由各方案综合属性值大小可以确定方案的优劣; 否则, 不能直接由式 (2) 确定综合属性值. 本文将研究决策者对方案有偏好且属性权重部分已知和属性值为三角模糊数的多属性决策问题.

3 模糊数的模糊比例值

定义 1 设正模糊数向量 $\tilde{a}=(\tilde{a}_1,\tilde{a}_2,\cdots,\tilde{a}_n)$, 其中 $\tilde{a}_i \geqslant 0(i=1,2,\cdots,n)$ 且 $\tilde{a}_i$ 的 α 截集为 $\tilde{a}_i(\alpha)=[a_{li}(\alpha),a_{ui}(\alpha)]$, 则称模糊比例指标为

$$J(\tilde{a}_i,\tilde{a}_j)=\lambda\xi_{lij}+(1-\lambda)\xi_{uij}. \tag{3}$$

其中: $\lambda\in[0,1]$ 为决策者的偏好态度, 当 $\lambda<0.5$ 时, 称决策者是追求风险的; 当 $\lambda>0.5$ 时, 称决策者是厌恶风险的; 当 $\lambda=0.5$ 时表示风险是中性的, 且有

$$\xi_{lij}=\int_0^1\frac{a_{li}(\alpha)}{a_{lj}(\alpha)}\mathrm{d}\alpha,\ \xi_{uij}=\int_0^1\frac{a_{ui}(\alpha)}{a_{uj}(\alpha)}\mathrm{d}\alpha. \tag{4}$$

显然, 易证模糊比例指标具有下列性质:

定理 1 任意的正模糊数向量 $\tilde{a}=(\tilde{a}_1,\tilde{a}_2,\cdots,\tilde{a}_n)$, 则有 $J(*)>0$.

定理 2 如果 $\tilde{a}_i\geqslant\tilde{a}_j$, 则有模糊比例指标 $J(\tilde{a}_i,\tilde{a}_j)\geqslant 1$; 反之, 如果 $\tilde{a}_i\leqslant\tilde{a}_j$, 则有模糊比例指标 $J(\tilde{a}_i,\tilde{a}_j)\leqslant 1$.

为了比较模糊数, 定义模糊数比例指标 $J(*)$ 与 1 的差为模糊数比例值, 即:

定义 2 设正模糊数向量 $\tilde{a}=(\tilde{a}_1,\tilde{a}_2,\cdots,\tilde{a}_n)$ 的模糊比例指标为 $J(\tilde{a}_i,\tilde{a}_j)=\lambda\xi_{lij}+(1-\lambda)\xi_{uij}$, 则称

$$p(\tilde{a}_i,\tilde{a}_j)=\begin{cases}1-J(\tilde{a}_i,\tilde{a}_j),\ \tilde{a}_i<\tilde{a}_j;\\0,\ \tilde{a}_i=\tilde{a}_j;\\J(\tilde{a}_i,\tilde{a}_j)-1,\ \tilde{a}_i>\tilde{a}_j\end{cases} \tag{5}$$

为模糊数比例值, 显然 $p(\tilde{a}_i,\tilde{a}_j)\geqslant 0$ 当且仅当 $\tilde{a}_i=\tilde{a}_j$ 时 $p(\tilde{a}_i,\tilde{a}_j)=0$.

特别地, 若模糊数 $\tilde{a}=(a_l,a_m,a_u)$, $\tilde{b}=(b_l,b_m,b_u)$ 为正的三角模糊数, 且 $\tilde{a}$ 和 $\tilde{b}$ 的 α 截集分别为 $\tilde{a}(\alpha)=[a_l(\alpha),a_u(\alpha)]$, $\tilde{b}(\alpha)=[b_l(\alpha),b_u(\alpha)]$, 则由数学分析的知识有

$$\int_0^1\frac{a_l(\alpha)}{b_l(\alpha)}\mathrm{d}\alpha=\frac{a_m-a_l}{b_m-b_l}\Big[1+\Big(\frac{a_l}{a_m-a_l}-\frac{b_l}{b_m-b_l}\Big)\ln\frac{b_m}{b_l}\Big], \tag{6}$$

$$\int_0^1\frac{a_u(\alpha)}{b_u(\alpha)}\mathrm{d}\alpha=\frac{a_m-a_u}{b_m-b_u}\Big[1+\Big(\frac{a_u}{a_m-a_u}-\frac{b_u}{b_m-b_u}\Big)\ln\frac{b_m}{b_u}\Big]. \tag{7}$$

4 基于模糊比例值的属性权重优化模型和决策方法

设决策者对方案的主观偏好为 $\tilde{v}=(\tilde{v}_1,\tilde{v}_2,\cdots,\tilde{v}_n)$, 其中 $\tilde{v}_j=(v_{lj},v_{mj},v_{uj})$ 为三角模糊数. 由于种种条件的制约, 决策者的主观偏好与客观偏好之间往往存在着一定的偏差, 为了使决策具有合理性, 属性权重向量 $\boldsymbol{W}$ 的选择应使决策者的主观偏好值与客观偏好值 (属性值) 的总偏差最小. 考虑到决策者的客观偏好值 $\tilde{d}=(\tilde{d}_1,\tilde{d}_2,\cdots,\tilde{d}_n)$ 与主观偏好值 $\tilde{v}=(\tilde{v}_1,\tilde{v}_2,\cdots,\tilde{v}_n)$ 均是以三角模糊数的形式给出的, 可利用定义 2 给出的三角模糊数比例值的概念, 令 $\varepsilon=\max\limits_{i=1,2,\cdots,n}p(\tilde{d}_i,\tilde{v}_i)$, 则建立下列线性规划模型:

$$\begin{cases}\min\varepsilon.\\ \text{s.t. }\ p(\tilde{d}_i,\tilde{v}_i)\leqslant\varepsilon,\ i=1,2,\cdots,n;\\ \qquad \boldsymbol{W}\in\boldsymbol{H}.\end{cases} \tag{8}$$

将式 (5) 代入模型 (8) 可得

$$\begin{cases}\min\varepsilon.\\ \text{s.t. }\ 1-J(\tilde{d}_i,\tilde{v}_i)\leqslant\varepsilon,\ i=1,2,\cdots,n;\\ \qquad J(\tilde{d}_i,\tilde{v}_i)-1\leqslant\varepsilon,\ i=1,2,\cdots,n;\\ \qquad \boldsymbol{W}\in\boldsymbol{H}.\end{cases} \tag{9}$$

通过求解模型 (9) 可得最优属性权重向量 $\boldsymbol{W}^*=(w_1^*,w_2^*,\cdots,w_s^*)^{\mathrm{T}}$, 将其代入等式 (2) 即可得到方案的综合评估值 $\tilde{d}_i(i\in N)$, 但由于 $\tilde{d}_i(i\in N)$ 仍然是三角模糊数, 不便于直接对方案进行排序. 不妨利用文献 [8] 的三角模糊数比较的可能度公式, 计算出三角模糊数 $\tilde{d}_i(i\in N)$ 之间的可能度, 并建立可能度矩阵 $\boldsymbol{T}=(t_{ij})_{n\times n}$, 其中 $t_{ij}=\boldsymbol{T}(\tilde{d}_i\leqslant\tilde{d}_j)$; 然后利用模糊互补判断矩阵排序向量 $\omega=(\omega_1,\omega_2,\cdots,\omega_n)^{\mathrm{T}}$ 的计算公式[7], 求得可能度矩阵 $\boldsymbol{T}$ 的排序向量, 并按其分量大小对方案进行排序, 即得到最优方案.

基于上述讨论, 给出如下算法:

Step 1: 对于一个具有 n 个方案 $(x_1,x_2,\cdots,x_n)$ 和 s 个属性 $(r_1,r_2,\cdots,r_s)$ 的 FMADM 问题, 设三角模糊数决策矩阵为 $\tilde{A}=(\tilde{a}_{ij})_{n\times s}$, 决策者对方案的主观偏好为 $\tilde{v}=(\tilde{v}_1,\tilde{v}_2,\cdots,\tilde{v}_n)$, 其中 $\tilde{v}_j=(v_{lj},v_{mj},v_{uj})$ 为三角模糊数.

Step 2: 将模糊决策矩阵 $\tilde{A}=(\tilde{a}_{ij})_{n\times s}$ 规范化为

$\tilde{Z}=(\tilde{z}_{ij})_{n\times s}$, 其中 $\tilde{z}_{ij}=(z_{lij},z_{mij},z_{uij})$ 为三角模糊数.

Step 3: 由模型 (9) 求得最优权重向量 $\boldsymbol{W}^*=(w_1^*,w_2^*,\cdots,w_s^*)^{\mathrm{T}}$, 并由式 (2) 求出各方案的综合属性值 $\tilde{d}_i,\ i\in N$.

Step 4: 利用三角模糊数比较的可能度公式[8], 计算出各方案综合属性值之间的可能度 $t_{ij}=\boldsymbol{T}(\tilde{d}_i\geqslant\tilde{d}_j)$, 并建立可能度矩阵 $\boldsymbol{T}=(t_{ij})_{n\times n}$.

Step 5: 利用排序公式[7], 求得排序向量 $\omega=(\omega_1,\omega_2,\cdots,\omega_n)^{\mathrm{T}}$, 并按其分量大小对方案进行排序和择优.

5 基于模糊偏差度的属性权重优化模型和决策方法

考虑到决策者的客观偏好值 $\tilde{d}=(\tilde{d}_1,\tilde{d}_2,\cdots,\tilde{d}_n)$ 与主观偏好值 $\tilde{v}=(\tilde{v}_1,\tilde{v}_2,\cdots,\tilde{v}_n)$ 均是以三角模糊数的形式给出的, 因此由等式 (1) 可知, 主客观偏差可表示为

$$\tilde{d}_i-\tilde{v}_i=\Big(\sum_{j=1}^{s}z_{lij}w_j-v_{ui},\sum_{j=1}^{s}z_{mij}w_j-v_{mi},\sum_{j=1}^{s}z_{uij}w_j-v_{li}\Big),\ i=1,2,\cdots,n. \tag{10}$$

且定义下列关于偏差的隶属函数:

$$\mu_{li}(w)=\begin{cases}1-\dfrac{\sum_{j=1}^{s}z_{lij}w_j-v_{ui}}{v_{ui}}, & \sum_{j=1}^{s}z_{lij}w_j\geqslant v_{ui};\\[2ex] 1+\dfrac{\sum_{j=1}^{s}z_{lij}w_j-v_{ui}}{v_{ui}}, & \sum_{j=1}^{s}z_{lij}w_j< v_{ui};\end{cases} \tag{11}$$

$$\mu_{mi}(w)=\begin{cases}1-\dfrac{\sum_{j=1}^{s}z_{mij}w_j-v_{mi}}{v_{mi}}, & \sum_{j=1}^{s}z_{mij}w_j\geqslant v_{mi};\\[2ex] 1+\dfrac{\sum_{j=1}^{s}z_{mij}w_j-v_{mi}}{v_{mi}}, & \sum_{j=1}^{s}z_{mij}w_j< v_{mi};\end{cases} \tag{12}$$

$$\mu_{ui}(w)=\begin{cases}1-\dfrac{\sum_{j=1}^{s}z_{uij}w_j-v_{li}}{v_{li}}, & \sum_{j=1}^{s}z_{uij}w_j\geqslant v_{li};\\[2ex] 1+\dfrac{\sum_{j=1}^{s}z_{uij}w_j-v_{li}}{v_{li}}, & \sum_{j=1}^{s}z_{uij}w_j< v_{li}.\end{cases} \tag{13}$$

显然 $\mu_{li},\mu_{mi},\mu_{ui}\in[0,1],i=1,2,\cdots,n$, 可见 $\mu_{li},\mu_{mi},\mu_{ui}(i=1,2,\cdots,n)$ 能够度量主客观偏好值之间的偏差. 若 $\mu_{li}=\mu_{mi}=\mu_{ui}=1,i=1,2,\cdots,n$, 则意味着主观偏好与客观偏好之间具有一致性, 一般假设 $\mu_{li},\mu_{mi},\mu_{ui}\geqslant 0$, 即所给出的主观偏好信息是满意的.

定义 3 假设 $\mu_{li},\mu_{mi},\mu_{ui}\geqslant 0$ 为主观偏好与客观偏好之间的偏差隶属函数, 则称 $\lambda_1=\min\limits_{i=1,\cdots,n}\mu_{li}(w)$, $\lambda_2=\min\limits_{i=1,\cdots,n}\mu_{mi}(w)$, $\lambda_3=\min\limits_{i=1,\cdots,n}\mu_{ui}(w)$ 为主客观偏好之间的模糊偏差度, 其中 $\lambda_i(i=1,2,3)\in[0,1]$.

显然, 模糊偏差度 $\lambda_i(i=1,2,3)$ 越大, 主客观偏好值之间的偏差越小. 因此, 可建立下列线性规划模型:

$$\begin{cases}\max\ \lambda_1+\lambda_2+\lambda_3.\\ \text{s.t.}\ \ \lambda_1\leqslant\mu_{li}(w),\ i=1,2,\cdots,n;\\ \qquad\lambda_2\leqslant\mu_{mi}(w),i=1,2,\cdots,n;\\ \qquad\lambda_3\leqslant\mu_{ui}(w),i=1,2,\cdots,n;\\ \qquad\boldsymbol{W}\in\boldsymbol{H}.\end{cases} \tag{14}$$

将等式 (11)~(13) 代入模型 (14) 可得

$$\begin{cases}\max\ \lambda_1+\lambda_2+\lambda_3;\\ \text{s.t.}\ \ \sum_{j=1}^{s}z_{lij}w_j+v_{ui}\lambda_1\leqslant 2v_{ui},\\ \qquad\sum_{j=1}^{s}z_{mij}w_j+v_{mi}\lambda_2\leqslant 2v_{mi},\\ \qquad\sum_{j=1}^{s}z_{uij}w_j+v_{li}\lambda_3\leqslant 2v_{li},\\ \qquad-\sum_{j=1}^{s}z_{lij}w_j+v_{ui}\lambda_1\leqslant 0,\\ \qquad-\sum_{j=1}^{s}z_{mij}w_j+v_{mi}\lambda_2\leqslant 0,\\ \qquad-\sum_{j=1}^{s}z_{uij}w_j+v_{li}\lambda_3\leqslant 0,\\ \qquad\boldsymbol{W}\in\boldsymbol{H},i=1,2,\cdots,n.\end{cases} \tag{15}$$

通过求解模型 (15) 可得最优属性权重向量 $\boldsymbol{W}^*=(w_1^*,w_2^*,\cdots,w_s^*)^{\mathrm{T}}$.

基于上述讨论, 给出如下算法:

Step 1: 对于一个具有 n 个方案 $(x_1,x_2,\cdots,x_n)$ 和 s 个属性 $(r_1,r_2,\cdots,r_s)$ 的 FMADM 问题, 设三角模糊数决策矩阵为 $\tilde{A}=(\tilde{a}_{ij})_{n\times s}$, 决策者对方案的主观偏好为 $\tilde{v}=(\tilde{v}_1,\tilde{v}_2,\cdots,\tilde{v}_n)$, 其中 $\tilde{v}_j=(v_{lj},v_{mj},v_{uj})$ 为三角模糊数.

Step 2: 将模糊决策矩阵 $\tilde{A}=(\tilde{a}_{ij})_{n\times s}$ 规范化为 $\tilde{Z}=(\tilde{z}_{ij})_{n\times s}$, 其中 $\tilde{z}_{ij}=(z_{lij},z_{mij},z_{uij})$ 为三角模糊

数.

Step 3: 由模型 (15) 求得最优权重向量 $\boldsymbol{W}^* = (w_1^*, w_2^*, \cdots, w_s^*)^{\mathrm{T}}$, 并由式 (2) 求出各方案的综合属性值 $\tilde{d}_i$, $i \in N$.

Step 4: 利用三角模糊数比较的可能度公式[8], 算出各方案综合属性值之间的可能度 $t_{ij} = \boldsymbol{T}, \tilde{d}_i \geqslant \tilde{d}_j$, 并建立可能度矩阵 $\boldsymbol{T} = (t_{ij})_{n\times n}$.

Step 5: 利用排序公式, 求得排序向量 $\omega = (\omega_1, \omega_2, \cdots, \omega_n)^{\mathrm{T}}$, 并按其分量大小对方案进行排序和择优.

6 实例分析

为了说明本节方法的有效性, 本文以文献 [7] 的考核、选拔干部为例. 某单位在对干部进行考核选拔时, 首先制定了 6 项考核指标 (属性): 思想品德 r_1, 工作态度 r_2, 工作作风 r_3, 文化水平和知识结构 r_4, 领导能力 r_5, 开拓能力 r_6; 然后由群众推荐、评议, 对各项指标分别打分, 再进行统计处理, 并从中确定了 5 名候选人 x_1, x_2, x_3, x_4, x_5. 由于群众对同一候选人所给出的指标值 (属性值) 并不完全相同, 因此经过统计处理后的每个候选人在各指标 (属性) 下的属性值是以三角模糊数的形式给出的, 具体的属性值如表 1 所示.

根据专家已有的经验通过德尔菲方法或层次分析法确定权重信息, 通过一系列的计算, 最终获得这些信息具体如下[7]:

$$\boldsymbol{H} = \Big\{0.15 \leqslant w_1 \leqslant 0.25, 0.10 \leqslant w_2 \leqslant 0.20, 0.16 \leqslant w_3 \leqslant 0.22, 0.05 \leqslant w_4 \leqslant 0.15, 0.18 \leqslant w_5 \leqslant 0.25, 0.19 \leqslant w_6 \leqslant 0.30, \sum_{i=1}^{4} w_i = 1\Big\}.$$

决策者对 5 个候选人 x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 的主观偏好值分别为

$$\tilde{v}_1 = (0.30,0.35,0.40),\ \tilde{v}_2 = (0.35,0.40,0.45),$$
$$\tilde{v}_3 = (0.35,0.40,0.50),\ \tilde{v}_4 = (0.40,0.45,0.55),$$
$$\tilde{v}_5 = (0.40,0.50,0.60).$$

由于各项指标均为效益型指标, 可由将模糊决策矩阵转化为规范化决策矩阵, 规范化三角模糊数决策矩阵 $\boldsymbol{Z}$ 如下 (为了便于书写行列转置):

$$\tilde{Z}' = \begin{bmatrix} (0.34\ 0.37\ 0.41) & (0.38\ 0.42\ 0.45) & (0.38\ 0.41\ 0.44) \\ (0.39\ 0.41\ 0.43) & (0.38\ 0.39\ 0.42) & (0.36\ 0.39\ 0.42) \\ (0.39\ 0.41\ 0.43) & (0.38\ 0.40\ 0.43) & (0.40\ 0.42\ 0.45) \\ (0.40\ 0.42\ 0.45) & (0.38\ 0.40\ 0.43) & (0.40\ 0.42\ 0.44) \\ (0.39\ 0.40\ 0.42) & (0.40\ 0.42\ 0.44) & (0.37\ 0.40\ 0.42) \\ (0.41\ 0.43\ 0.45) & (0.38\ 0.41\ 0.43) & (0.40\ 0.41\ 0.43) \end{bmatrix} \rightarrow$$

$$\leftarrow \begin{bmatrix} (0.37\ \ 0.39\ \ 0.42) & (0.37\ \ 0.40\ \ 0.44) \\ (0.40\ \ 0.42\ \ 0.44) & (0.39\ \ 0.41\ \ 0.44) \\ (0.37\ \ 0.40\ \ 0.42) & (0.39\ \ 0.42\ \ 0.45) \\ (0.38\ \ 0.40\ \ 0.43) & (0.39\ \ 0.42\ \ 0.44) \\ (0.38\ \ 0.41\ \ 0.44) & (0.39\text{‘}\ 0.41\ \ 0.44) \\ (0.40\ \ 0.42\ \ 0.45) & (0.37\ \ 0.39\ \ 0.41) \end{bmatrix}.$$

方法 1 (模糊比例值方法) 将上述数据代入模型 (9), 得到下列线性规划模型:

$$J(\tilde{d}, \tilde{v}) = \begin{bmatrix} 0.095 & 0.059 & 0.059 & 0.065 & 0.036 & 0.059 \\ 0.097 & 0.037 & 0.057 & 0.057 & 0.051 & 0.071 \\ 0.109 & 0.109 & 0.089 & 0.073 & 0.093 & 0.053 \\ 0.080 & 0.065 & 0.082 & 0.080 & 0.097 & 0.080 \\ 0.067 & 0.046 & 0.063 & 0.058 & 0.046 & 0.042 \end{bmatrix}.$$

则由 Matlab6.5 优化工具箱可得上述模型的最优解为

$$\varepsilon^* = 0.034\,1.$$

相应的, 最优属性权重向量为

$$\boldsymbol{W}^* = (0.25,\ 0.10,\ 0.22,\ 0.06,\ 0.18,\ 0.19)^{\mathrm{T}}.$$

将其代入式 (2), 求得各方案的综合评估值为

$$\tilde{d}_1 = (0.381\,9, 0.402\,6, 0.428\,2),$$
$$\tilde{d}_2 = (0.383\,6, 0.409\,5, 0.435\,8),$$
$$\tilde{d}_3 = (0.385\,6, 0.409\,0, 0.434\,7),$$
$$\tilde{d}_4 = (0.381\,1, 0.405\,1, 0.431\,9),$$
$$\tilde{d}_5 = (0.381\,2, 0.406\,5, 0.436\,5).$$

为了对各方案进行排序, 先利用文献 [8] 的式 (3) 求出 $\tilde{d}_i (i = 1, 2, 3, 4, 5)$ 两两比较的可能度矩阵为

表 1 每个候选人在各项指标下的属性值

指标	候选人				
	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
r_1	(0.80, 0.85, 0.90)	(0.90, 0.95, 1.00)	(0.88, 0.91, 0.95)	(0.85, 0.87, 0.90)	(0.86, 0.89, 0.95)
r_2	(0.90, 0.92, 0.95)	(0.89, 0.90, 0.93)	(0.84, 0.86, 0.90)	(0.91,0.93,0.95)	(0.90,0.92,0.95)
r_3	(0.91, 0.94, 0.95)	(0.90, 0.92, 0.95)	(0.91, 0.94, 0.97)	(0.85, 0.88, 0.90)	(0.90, 0.95, 0.97)
r_4	(0.93, 0.96, 0.99)	(0.90, 0.92, 0.95)	(0.91, 0.94, 0.96)	(0.86,0.89,0.93)	(0.91,0.93,0.95)
r_5	(0.90, 0.91, 0.92)	(0.94, 0.97, 0.98)	(0.86, 0.89, 0.92)	(0.87, 0.90, 0.94)	(0.90, 0.92, 0.96)
r_6	(0.95, 0.97, 0.99)	(0.90, 0.93, 0.95)	(0.91, 0.92, 0.94)	(0.92, 0.93, 0.96)	(0.85, 0.87, 0.90)

$$\boldsymbol{T} = \begin{bmatrix} 0.500\,0 & 0.312\,7 & 0.312\,4 & 0.433\,6 & 0.385\,8 \\ 0.687\,3 & 0.500\,0 & 0.505\,4 & 0.616\,5 & 0.563\,7 \\ 0.687\,6 & 0.494\,6 & 0.500\,0 & 0.614\,6 & 0.560\,3 \\ 0.566\,4 & 0.383\,5 & 0.385\,4 & 0.500\,0 & 0.451\,5 \\ 0.614\,2 & 0.436\,3 & 0.439\,7 & 0.548\,5 & 0.500\,0 \end{bmatrix}.$$

然后, 利用文献 [7] 的式 (10) 求出可能度矩阵 $\boldsymbol{T}$ 的排序向量

$$\omega = (0.172\,2, 0.218\,6, 0.217\,9, 0.189\,3, 0.201\,9)^{\mathrm{T}}.$$

因此, 5 个候选人的排序为: $x_2 \succ x_3 \succ x_5 \succ x_4 \succ x_1$, 故最佳候选人是 x_2.

方法 2 (模糊偏差度方法) 将上述数据代入模型 (15), 由 Matlab6.5 优化工具箱可得最优解为

$$\lambda_1^* = 0.944\,9,\ \lambda_2^* = 0.952\,1,\ \lambda_3^* = 0.935\,6.$$

相应的, 最优属性权重向量为

$$\boldsymbol{W}^* = (0.18, 0.13, 0.18, 0.08, 0.20, 0.23)^{\mathrm{T}}.$$

将其代入式 (2), 求得各方案的综合评估值为

$$\tilde{d}_1 = (0.386,0.406,0.431),\ \tilde{d}_2 = (0.384,0.409,0.434),$$
$$\tilde{d}_3 = (0.385,0.408,0.433),\ \tilde{d}_4 = (0.384,0.407,0.434),$$
$$\tilde{d}_5 = (0.382,0.406,0.435).$$

为了对各方案进行排序, 先利用文献 [8] 的式 (3) 求出 $\tilde{d}_i (i = 1, 2, 3, 4, 5)$ 两两比较的可能度矩阵为

$$\boldsymbol{T} = \begin{bmatrix} 0.500\,0 & 0.439\,2 & 0.456\,0 & 0.467\,4 & 0.499\,0 \\ 0.560\,8 & 0.500\,0 & 0.517\,3 & 0.526\,3 & 0.554\,7 \\ 0.544\,0 & 0.482\,7 & 0.500\,0 & 0.509\,6 & 0.539\,1 \\ 0.532\,6 & 0.473\,7 & 0.490\,4 & 0.500\,0 & 0.528\,9 \\ 0.501\,0 & 0.445\,3 & 0.460\,9 & 0.471\,1 & 0.500\,0 \end{bmatrix}.$$

然后, 利用文献 [7] 的式 (10) 求出可能度矩阵 $\boldsymbol{T}$ 的排序向量

$$\omega = (0.193\,1, 0.208\,0, 0.203\,8, 0.201\,3, 0.193\,9)^{\mathrm{T}}.$$

因此, 5 个候选人的排序为: $x_2 \succ x_3 \succ x_4 \succ x_5 \succ x_1$, 故最佳候选人是 x_2.

这两种方法的结果与文献 [7] 的相似度方法结果一致. 方法 1 的基本思想是定义决策者的主观偏好值与客观评价值之间模糊比例值, 比例值越小则主客观值越靠近, 而权重的求解便转化为最小化模糊比例值问题. 方法 2 的基本思想是首先定义决策者的主观偏好值与客观评价值偏差的隶属函数; 然后建立模糊偏差度, 而权重的求解则转化为最小化模糊偏差度问题. 因此, 这两种方法都是合理可行的, 上面的实例也表明了这一点.

7 结 论

近年来, 有关模糊决策理论的研究已引起人们高度重视, 它在决策科学中具有重要的运用. 本文针对方案有偏好且属性权重部分已知和属性值为三角模糊数的多属性决策问题, 给出两种新的决策方法 (模糊比例值方法、模糊偏差度方法). 实例表明该决策方法有效、可行且计算简单、易于计算机实现. 该方法为解决模糊多属性决策问题提供了新途径.

参考文献(References)

[1] Jia-zhomg Liu, Ji-bin Lan. A projection method for fuzzy multi-attribute decision making[C]. Proc of the Third Int Conf on Machine Teaming and Cybernetics. Shanghai, 2004: 26-29.

[2] 徐泽水. 三角模糊数互补判断矩阵的一种排序方法[J]. 模糊系统与数学, 2002, 16(1): 47-50.
(Xu Z S. A method for priorities of triangular fuzzy number complementary judgment matrices[J]. Fuzzy Systems and Mathematics, 2002, 16(1): 47-50.)

[3] 姜艳萍, 樊治平. 三角模糊数互补判断矩阵排序的一种实用方法[J]. 系统工程, 2002, 20(2): 89-92.
(Jiang Y P, Fan Z P. A practical rank ing method for reciprocal judgment matrix with triangular fuzzy numbers[J]. Systems Engineering, 2002, 20(2): 89-92.)

[4] 徐泽水. 三角模糊数互补判断矩阵排序方法研究[J]. 系统工程学报, 2004, 19(1): 85-88.
(Xu Z S. On priority method of triangular fuzzy number complementary judgment matrix[J]. J of System Engineering, 2004, 19(1): 85-88.)

[5] Chen Tung-Chen. Extensions of the TOPSIS for group decision-making under fuzzy environment[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2000, 114(1): 1-9.

[6] 王坚强. 信息不完全的Fuzzy群体多准则决策的规划方法[J]. 系统工程与电子技术, 2004, 26(**??**): 1604-1608.
(Wang J Q. Programming method of fuzzy group mult-criteria decision-making with incomplete information[J]. Systems Engineering and Electronics, 2004, 26(**??**): 1604-1608.)

[7] 徐泽水. 模糊互补判断矩阵排序的一种算法[J]. 系统工程学报, 2001, 16(4): 311-314.
(Xu Z S. Algorithm for priority of fuzzy complementary judgement matrix[J]. J of Systems Engineering, 2001, 16(4): 311-314.)

[8] 龚艳冰, 陈森发. L-L型模糊数互补判断矩阵排序方法研究[J]. 模糊系统与数学, 2008, 22(2): 136-141.
(Gong Y B, Chen S F. On priority method of L-L type fuzzy number complementary judgmen t matrix[J]. Fuzzy Systems and Mathematics, 2008, 22(2): 136-141.)