

文章编号: 1001-0920(2012)02-0199-06

## 基于经验数据评价的非参数系统分析方法

马占新, 伊茹

(内蒙古大学 经济管理学院, 呼和浩特 010021)

**摘要:** 针对以往权重确定型评价方法中存在权重确定困难、忽视指标个性差异等弱点, 以及传统数据包络分析方法难于评价非效率问题, 给出了一种基于样本评价决策单元整体绩效的非参数方法, 构造了相应的数学模型, 并对模型的含义、模型性质以及模型的求解方法进行了分析. 同时探讨了该方法在决策单元的有效性度量与排序、决策单元的无效原因分析中的应用. 最后, 应用该方法分析了中国西部地区工业企业经济效益状况.

**关键词:** 综合评价; 数据包络分析; 多目标决策; 样本单元; 工业企业

中图分类号: N94

文献标识码: A

## Non-parametric method of systems analysis by using some experiential data to evaluate

MA Zhan-xin, YI Ru

(School of Economics and Management, Inner Mongolia University, Hohhot 010021, China. Correspondent: MA Zhan-xin, E-mail: em\_mazhanxin@imu.edu.cn)

**Abstract:** For the weakness of some fixed weight evaluating methods that it is difficult to identify index weight and ignoring the individual differences of the observed objects, a non-parametric comprehensive analysis method for evaluating the total performance of decision-making unit is given by using some sample units, and its corresponding mathematical models are proposed. Then the meanings, properties and solving methods of these models are given. At the same time, some applications of this method in measuring the efficiency of decision-making units, ranking the DMUs by the efficiency and analyzing the reason of inefficiency of DMUs are discussed. Finally, the economic benefits of industrial enterprises in the western China is analyzed by using the above method.

**Key words:** comprehensive evaluation; data envelopment analysis; multi-objective decision making; sample unit; industrial enterprise

### 1 引言

在多指标综合评价过程中, 人们常常把被评价对象同另外一些对象或标准进行比较, 从而对决策单元的绩效给出综合的评判. 目前, 许多重要的评价方法(如加权和方法、层次分析方法、模糊综合评判方法等)在计算过程中都需要确定权重, 而对于复杂系统, 权重的确定非常困难. 比如对于一个企业, 全员劳动生产率提高1%相当于产品销售率提高百分之几就是一个难于回答的问题; 同时, 确定权重的方法也存在忽视指标个性差异的弱点. 如新中国成立前中国人均寿命只有32岁, 这并不意味着中国人的寿命很短, 而实际上只是由于婴儿死亡率较高造成的, 但综合分

析的结果并不能反映这些信息. 同时, 权重确定型方法虽然可以给出决策单元综合评价的结果, 但并不能给出无效的原因. 而数据包络分析(DEA)方法<sup>[1-2]</sup>作为一种非参数方法在评价该类问题时却具有独特的优势, 自1978年以来, 已经在实践中得到了广泛应用<sup>[3-8]</sup>. 尽管DEA方法是一种非常有效的评价方法, 但它仅仅是一种效率评价方法<sup>[9-10]</sup>, 难于评价非效率问题, 并且评价的参照对象只能是“优秀单元”<sup>[11-12]</sup>.

针对效率型DEA参照系拓展问题, 文献[13-16]已经进行了系统研究, 但对于非效率型DEA参照系的拓展问题目前还没有相关研究. 为了解决依据不同层次标准的非效率型决策单元评价问题, 本文给出一种基于样本评价的非参数综合评价方法(Sam-E),

收稿日期: 2010-08-31; 修回日期: 2011-03-04.

基金项目: 国家自然科学基金项目(70961005, 70501012); 内蒙古自治区自然科学基金重点项目(2010Zd34).

作者简介: 马占新(1970—), 男, 教授, 博士生导师, 从事综合评价与决策分析、系统风险评估等研究; 伊茹(1983—), 女, 硕士生, 从事综合评价与决策分析的研究.

构造了相应的数学模型,同时对模型的含义、模型性质以及模型的求解方法进行了探讨;然后,探讨了Sam-E方法在决策单元的有效度量与排序、决策单元的无效原因分析中的应用;最后,应用Sam-L模型分析了基于面板数据的中国西部地区工业企业经济效益状况.Sam-E方法以偏好集理论为基础,将传统DEA方法<sup>[1-2]</sup>的功能由“效率评价”推广到了包含“非效率评价”在内的更一般的情况.同时将传统DEA方法提供信息的方式由仅依据“优秀单元”推广到可以依据“任意单元”.另外,由于该方法继承了传统DEA方法的许多优点,因而也克服了权重确定型评价方法中存在的权重确定困难等弱点.

## 2 多指标综合评价的Sam-E有效性含义

在综合评价的过程中,人们常常要把一些对象同另外一些对象或标准进行比较,从而对决策单元的绩效给出综合的评判.比如在高考中,老师不仅要把学生成绩与录取分数线相比,而且还要和以往的情况相比.这类问题具有以下特点:1)它不是效率评价,不是讨论如何学习才能提高学习效率,而是评估哪些人的成绩更好;2)决策单元集和参照对象集合之间的关系可能是包含、相等、相交或无关几种情况.为了解决上述评价中遇到的问题,以下从偏序集理论<sup>[17]</sup>出发定义了多指标综合评价的Sam-E有效性概念.

假设有 $n$ 个决策单元,它们的绩效情况可以用 $m$ 个指标来反映,其中第 $j$ 个决策单元的指标值为 $\mathbf{y}_j = (y_{1j}, y_{2j}, \dots, y_{mj})^T$ ,并且 $\mathbf{y}_j > 0$ .

假设 $S$ 是评价的参照集,如果被评价单元的绩效好于被选定的参照标准,则认为这个被评价单元是有效的.

**定义1** 假设 $\preceq$ 为 $S$ 上的偏好关系,如果不存在 $\mathbf{y} \in S$ ,使得 $\mathbf{y}_{j_0} \preceq \mathbf{y}$ 且至少有一个不等式严格成立,则称决策单元 $j_0$ 是Sam-E有效的.

由于存在问题的复杂性等原因,有时决策者仅能获得参照集的有限个指标数据,如某些系统的实验数据、模拟数据等.那么如何确定参照集 $S$ 呢?

假设决策者选择了 $\bar{n}$ 个样本数据或样本点作为评价的依据,其中 $\bar{\mathbf{y}}_j = (\bar{y}_{1j}, \bar{y}_{2j}, \dots, \bar{y}_{mj})^T$ 为第 $j$ 个样本数据,并且 $\bar{\mathbf{y}}_j > 0$ .如果参照集满足平凡性公理、凸性公理、无效性公理、最小性公理<sup>[9]</sup>,则Sam-E有效的概念可以分为以下3种情况描述:

1) 如果决策者希望所有指标越大越好,则参照集 $S$ 可表示如下:

$$\bar{T}_b = \left\{ \mathbf{y} \mid \mathbf{y} \leq \sum_{j=1}^{\bar{n}} \bar{\mathbf{y}}_j \lambda_j, \sum_{j=1}^{\bar{n}} \lambda_j = 1, \lambda = (\lambda_1, \dots, \lambda_{\bar{n}}) \geq 0 \right\}.$$

图1中取参照标准为及格线,则参照集 $\bar{T}_b$ 为图中实线围成的区域.如果平均成绩达到60分,则该生的成绩有效;否则,如果成绩不及格,则认为无效.这时Sam-E有效可描述如下.

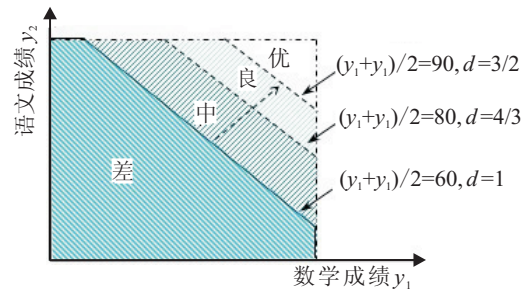


图1 参考集及其有效面移动

**定义2** 如果不存在 $\mathbf{y} \in \bar{T}_b$ ,使得 $\mathbf{y} \geq \mathbf{y}_{j_0}$ 且至少有一个不等式严格成立,则称决策单元 $j_0$ 为Sam-B有效.

同时,可通过引入移动因子 $d$ ,对整个决策空间进行分类和分区.如图1中对学习的绩效空间可以分为优、良、中、差等.

这时,通过样本单元移动确定的参照面可通过以下集合来确定:

$$\bar{T}_b(d) = \left\{ \mathbf{y} \mid \mathbf{y} \leq \sum_{j=1}^{\bar{n}} d \bar{\mathbf{y}}_j \lambda_j, \sum_{j=1}^{\bar{n}} \lambda_j = 1, \lambda = (\lambda_1, \dots, \lambda_{\bar{n}}) \geq 0 \right\},$$

则称 $\bar{T}_b(d)$ 为 $\bar{T}_b$ 的伴随参照集.相应的有效性定义称为Sam-B( $d$ )有效.

2) 如果决策者希望所有指标越小越好,则参照集 $S$ 可表示如下:

$$\bar{T}_s = \left\{ \mathbf{y} \mid \mathbf{y} \geq \sum_{j=1}^{\bar{n}} \bar{\mathbf{y}}_j \lambda_j, \sum_{j=1}^{\bar{n}} \lambda_j = 1, \lambda = (\lambda_1, \dots, \lambda_{\bar{n}}) \geq 0 \right\}.$$

这时Sam-E有效,可描述如下:

**定义3** 如果不存在 $\mathbf{y} \in \bar{T}_s$ ,使得 $\mathbf{y} \leq \mathbf{y}_{j_0}$ 且至少有一个不等式严格成立,则称决策单元 $j_0$ 为Sam-S有效.

同样地,可以通过引入移动因子 $d$ ,对整个决策空间进行分类和分区.比如图2中对风险区域可以分

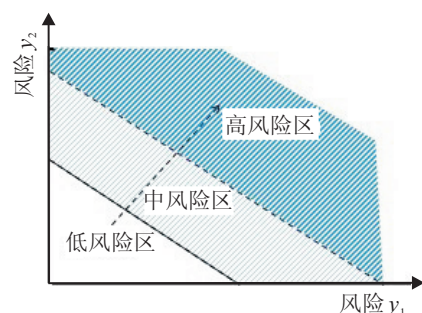


图2 参考集及其有效面移动

为高风险区、中风险区、低风险区等。

$$\bar{T}_s(d) = \left\{ \mathbf{y} \mid \mathbf{y} \geq \sum_{j=1}^{\bar{n}} d\bar{\mathbf{y}}_j \lambda_j, \sum_{j=1}^{\bar{n}} \lambda_j = 1, \boldsymbol{\lambda} = (\lambda_1, \dots, \lambda_{\bar{n}}) \geq 0 \right\}$$

则称  $\bar{T}_s(d)$  为  $\bar{T}_s$  的伴随参照集。记相应的有效性定义为 Sam-S(d) 有效。

3) 如果决策者希望一部分指标越大越好, 另一部分指标越小越好, 并且决策者优先考虑越大越好的指标。不失一般性, 假设决策者希望前  $r$  个指标越小越好, 后  $m-r$  个指标越大越好,  $\mathbf{y} = (\mathbf{y}^{(1)}, \mathbf{y}^{(2)})$ ,  $\mathbf{y}^{(1)} = (y_1, y_2, \dots, y_r)^T$ ,  $\mathbf{y}^{(2)} = (y_{r+1}, y_{r+2}, \dots, y_m)^T$ ,  $\bar{\mathbf{y}}_j = (\bar{\mathbf{y}}_j^{(1)}, \bar{\mathbf{y}}_j^{(2)})$ ,  $j = 1, 2, \dots, \bar{n}$ , 则参照集  $S$  可表示为

$$\bar{T}_{bs} = \left\{ \mathbf{y} \mid \mathbf{y}^{(1)} \geq \sum_{j=1}^{\bar{n}} \bar{\mathbf{y}}_j^{(1)} \lambda_j, \mathbf{y}^{(2)} \leq \sum_{j=1}^{\bar{n}} \bar{\mathbf{y}}_j^{(2)} \lambda_j, \sum_{j=1}^{\bar{n}} \lambda_j = 1, \boldsymbol{\lambda} = (\lambda_1, \dots, \lambda_{\bar{n}}) \geq 0 \right\}$$

**定义4** 如果不存在  $\mathbf{y} \in \bar{T}_{bs}$ , 使得  $(\mathbf{y}^{(1)}, -\mathbf{y}^{(2)}) \leq (\mathbf{y}_{j_0}^{(1)}, -\mathbf{y}_{j_0}^{(2)})$  且至少有一个不等式严格成立, 则称决策单元为 Sam-BS 有效。

同样地, 可以定义  $\bar{T}_{bs}$  的伴随参照集为

$$\bar{T}_{bs}(d) = \left\{ \mathbf{y} \mid \mathbf{y}^{(1)} \geq \sum_{j=1}^{\bar{n}} \bar{\mathbf{y}}_j^{(1)} \lambda_j, \mathbf{y}^{(2)} \leq \sum_{j=1}^{\bar{n}} d\bar{\mathbf{y}}_j^{(2)} \lambda_j, \sum_{j=1}^{\bar{n}} \lambda_j = 1, \boldsymbol{\lambda} = (\lambda_1, \dots, \lambda_{\bar{n}}) \geq 0 \right\}$$

记相应的有效性定义为 Sam-BS(d) 有效。

### 3 决策单元的 Sam-E 有效性度量与排序

为了进一步应用参照集度量被评价单元的有效性程度, 下面分3种情况进行讨论:

1) 决策者希望所有指标越大越好

假设  $\bar{T}_b$  如图3阴影部分所示, 若G点的坐标为  $(y_1, y_2)$ , F点的坐标为  $(\bar{y}_1, \bar{y}_2)$ , 显然有  $\bar{y}_1 = (l_1/l_2)y_1$ ,  $\bar{y}_2 = (l_1/l_2)y_2$ 。这里  $l_2/l_1$  表达了无效点占有效点F的比例。

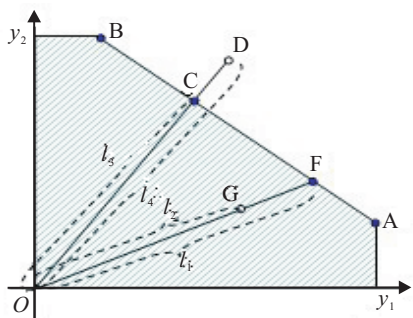


图3 参考集与决策单元

如果D点的坐标为  $(y'_1, y'_2)$ , C点的坐标为  $(\bar{y}'_1,$

$\bar{y}'_2)$ , 显然有  $\bar{y}'_1 = (l_3/l_4)y'_1$ ,  $\bar{y}'_2 = (l_3/l_4)y'_2$ , 这里  $l_4/l_3$  表达了D好于有效点C的倍数。

由此可以给出决策单元  $j_0$  的 Sam-B(d) 有效性度量公式如下:

$$\bar{\theta} = \max\{\theta \mid \mathbf{y} = \theta \mathbf{y}_{j_0} + \mathbf{s}, \mathbf{s} \geq 0, \mathbf{y} \in \bar{T}_b(d)\}$$

$E_b = 1/\bar{\theta}$  在一定程度上表达了决策单元  $j_0$  的有效性程度。

2) 决策者希望所有指标越小越好

假设  $\bar{T}_s$  如图4阴影部分所示, 同理可给出决策单元  $j_0$  的 Sam-S(d) 有效性度量公式如下:

$$\underline{\theta} = \min\{\theta \mid \mathbf{y} = \theta \mathbf{y}_{j_0} - \mathbf{s}, \mathbf{s} \geq 0, \mathbf{y} \in \bar{T}_s(d)\}$$

$E_s = \underline{\theta}$  在一定程度上表达了决策单元  $j_0$  的有效性程度。

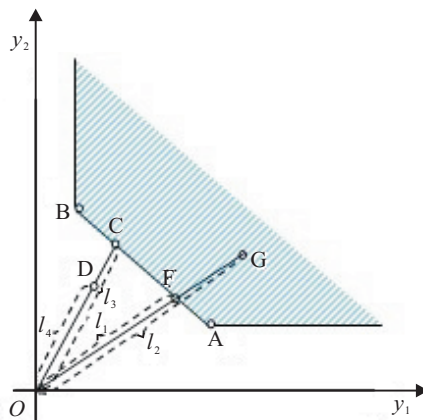


图4 参考集与决策单元

3) 决策者希望一部分指标越大越好, 另一部分指标越小越好

如果图5中G点的坐标为  $(y_1, y_2)$ , F点的坐标为  $(\bar{y}_1, \bar{y}_2)$ , 显然有  $\bar{y}_2 = (l_1/l_2)y_2$ 。对于越大越好的指标,  $l_2/l_1$  表达了无效输出  $y_2$  占有有效输出  $\bar{y}_2$  的比例。

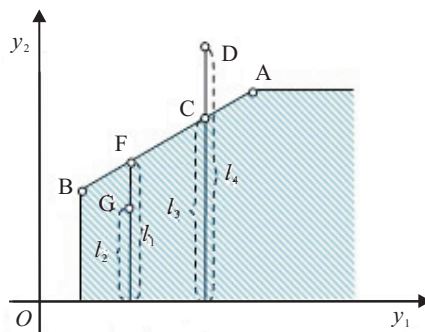


图5 指标数据可能集

如果D点的坐标为  $(y'_1, y'_2)$ , C点的坐标为  $(\bar{y}'_1, \bar{y}'_2)$ , 显然有  $\bar{y}'_2 = (l_3/l_4)y'_2$ , 对于越大越好的指标,  $l_4/l_3$  在一定程度上表示了D点好于有效点C的程度。

由此可以给出决策单元  $j_0$  的 Sam-BS(d) 有效性度量公式如下:

$$\tilde{\theta} = \max\{\theta \mid \mathbf{y}^{(1)} = \mathbf{y}_{j_0}^{(1)} - \mathbf{s}^{(1)}, \mathbf{y}_{j_0}^{(2)} = \theta \mathbf{y}_{j_0}^{(2)} + \mathbf{s}^{(2)}, \\ \mathbf{s}^{(1)}, \mathbf{s}^{(2)} \geq 0, (\mathbf{y}^{(1)}, \mathbf{y}^{(2)}) \in \bar{T}_{bs}(d)\}.$$

$E_{bs} = 1/\tilde{\theta}$ 在一定程度上表达了决策单元  $j_0$  的有效性程度. 为了便于计算 Sam-E 的有效性程度, 以下给出了度量 Sam-E 有效性的计量模型:

$$\begin{cases} \text{(D}_B\text{)} \left\{ \begin{array}{l} \max(\theta_b + \varepsilon \mathbf{e}^T \mathbf{s}^+) = V_b. \\ \text{s.t. } \sum_{j=1}^{\bar{n}} d\bar{\mathbf{y}}_j \lambda_j - \mathbf{s}^+ = \theta_b \mathbf{y}_{j_0}, \\ \sum_{j=1}^{\bar{n}} \lambda_j = 1, \\ \mathbf{s}^+ \geq 0, \boldsymbol{\lambda} \geq 0. \end{array} \right. \\ \\ \text{(D}_S\text{)} \left\{ \begin{array}{l} \min(\theta_s - \varepsilon \mathbf{e}^T \mathbf{s}^-) = V_s. \\ \text{s.t. } \sum_{j=1}^{\bar{n}} d\bar{\mathbf{y}}_j \lambda_j + \mathbf{s}^- = \theta_s \mathbf{y}_{j_0}, \\ \sum_{j=1}^{\bar{n}} \lambda_j = 1, \\ \mathbf{s}^- \geq 0, \boldsymbol{\lambda} \geq 0. \end{array} \right. \\ \\ \text{(D}_{BS}\text{)} \left\{ \begin{array}{l} \max(\theta_{bs} + \varepsilon(\tilde{\mathbf{e}}^T \mathbf{s}^- + \tilde{\mathbf{e}}^T \mathbf{s}^+)) = V_{bs}. \\ \text{s.t. } \sum_{j=1}^{\bar{n}} \bar{\mathbf{y}}_j^{(1)} \lambda_j + \mathbf{s}^- = \mathbf{y}_{j_0}^{(1)}, \\ \sum_{j=1}^{\bar{n}} d\bar{\mathbf{y}}_j^{(2)} \lambda_j - \mathbf{s}^+ = \theta_{bs} \mathbf{y}_{j_0}^{(2)}, \\ \sum_{j=1}^{\bar{n}} \lambda_j = 1 \\ \mathbf{s}^-, \mathbf{s}^+, \boldsymbol{\lambda} \geq 0. \end{array} \right. \end{cases}$$

其中:  $\varepsilon$  为非阿基米德无穷小量;  $d$  为一个常数, 称为移动因子;  $\mathbf{e}, \tilde{\mathbf{e}}, \tilde{\mathbf{e}}$  均为单位向量.

**定理 1** 若线性规划 (D<sub>B</sub>) 的最优解为  $\boldsymbol{\lambda}^0, \mathbf{s}^{+0}$ ,  $\theta_b^0$ , 则  $E_b = 1/\theta_b^0$ .

**证明** 因为  $\tilde{\theta} = \max\{\theta \mid \mathbf{y} = \theta \mathbf{y}_{j_0} + \mathbf{s}, \mathbf{s} \geq 0, \mathbf{y} \in \bar{T}_b(d)\}$ , 故存在  $\mathbf{y} \in \bar{T}_b(d), \mathbf{s} \geq 0$ , 使得  $\mathbf{y} = \tilde{\theta} \mathbf{y}_{j_0} + \mathbf{s}$ . 由于  $\mathbf{y} \in \bar{T}_b(d)$ , 故存在  $\boldsymbol{\lambda} \geq 0$  使得  $\mathbf{y} \leq \sum_{j=1}^{\bar{n}} d\bar{\mathbf{y}}_j \lambda_j$ ,  $\sum_{j=1}^{\bar{n}} \lambda_j = 1$ , 因此  $\tilde{\theta} \mathbf{y}_{j_0} \leq \sum_{j=1}^{\bar{n}} d\bar{\mathbf{y}}_j \lambda_j$ . 令  $\mathbf{s}^+ = \sum_{j=1}^{\bar{n}} d\bar{\mathbf{y}}_j \lambda_j - \tilde{\theta} \mathbf{y}_{j_0}$ , 则有  $\boldsymbol{\lambda}, \mathbf{s}^+, \tilde{\theta}$  是 (D<sub>B</sub>) 的一个可行解, 故  $\tilde{\theta} + \varepsilon \mathbf{e}^T \mathbf{s}^+ \leq \theta_b^0 + \varepsilon \mathbf{e}^T \mathbf{s}^{+0}$ . 因为  $\varepsilon$  为非阿基米德无穷小, 因此  $\tilde{\theta} \leq \theta_b^0$ .

若线性规划 (D<sub>B</sub>) 的最优解为  $\boldsymbol{\lambda}^0, \mathbf{s}^{+0}, \theta_b^0$ , 则  $\sum_{j=1}^{\bar{n}} d\bar{\mathbf{y}}_j \lambda_j^0 = \theta_b^0 \mathbf{y}_{j_0} + \mathbf{s}^{+0}$ ,  $\sum_{j=1}^{\bar{n}} \lambda_j^0 = 1$ , 由于  $\sum_{j=1}^{\bar{n}} d\bar{\mathbf{y}}_j \lambda_j^0 \in \bar{T}_b(d)$ , 因此,  $\tilde{\theta} \geq \theta_b^0$ .  $\square$

类似于定理 1 可证以下定理的结论成立.

**定理 2** 若线性规划 (D<sub>S</sub>) 的最优解为  $\boldsymbol{\lambda}^0, \mathbf{s}^{-0}, \theta_s^0$ , 则  $E_s = \theta_s^0$ .

**定理 3** 若线性规划 (D<sub>BS</sub>) 的最优解为  $\boldsymbol{\lambda}^0, \mathbf{s}^{-0}, \mathbf{s}^{+0}, \theta_{bs}^0$ , 则  $E_{bs} = 1/\theta_{bs}^0$ .

由于  $E_b, E_s, E_{bs}$  在一定程度上反映了决策单元的有效性程度, 根据这些信息便可对决策单元的 Sam-E 有效性进行比较和排序.

#### 4 决策单元的 Sam-E 有效性判定

为了便于应用模型判定决策单元的有效性, 分析决策单元无效的原因, 以下进行了进一步分析.

**定理 4** 决策单元  $j_0$  为 Sam-B( $d$ ) 有效当且仅当线性规划 (D<sub>B</sub>) 的最优解  $\boldsymbol{\lambda}^0, \mathbf{s}^{+0}, \theta_b^0$  中  $\theta_b^0 < 1$  或者  $\theta_b^0 = 1$  且  $\mathbf{s}^{+0} = 0$ .

**证明** 充分性. 若决策单元  $j_0$  为 Sam-B( $d$ ) 无效, 则由定义 2 可知存在  $\mathbf{y} \in \bar{T}_b(d)$ , 使得  $\mathbf{y} \geq \mathbf{y}_{j_0}$  且至少有一个不等式严格成立. 因此存在  $\boldsymbol{\lambda} \geq 0$  使得  $\sum_{j=1}^{\bar{n}} \lambda_j$

$= 1, \mathbf{y}_{j_0} \leq \sum_{j=1}^{\bar{n}} \bar{\mathbf{y}}_j \lambda_j$  且至少有一个不等式成立, 故可知 (D<sub>B</sub>) 的最优值大于 1, 矛盾.

必要性. 若决策单元  $j_0$  为 Sam-B( $d$ ) 有效,  $\boldsymbol{\lambda}^0, \theta_b^0, \mathbf{s}^{+0}$ , 为线性规划 (D<sub>B</sub>) 的最优解, 假设以下 2 种情况成立: 1)  $\theta_b^0 > 1$ ; 2)  $\theta_b^0 = 1, \mathbf{s}^{+0} \neq 0$ .

1) 若  $\theta_b^0 > 1$ , 则由 (D<sub>B</sub>) 可知  $\sum_{j=1}^{\bar{n}} d\bar{\mathbf{y}}_j \lambda_j^0 - \mathbf{s}^{+0} = \theta_b^0 \mathbf{y}_{j_0} > \mathbf{y}_{j_0}$ , 故  $\sum_{j=1}^{\bar{n}} d\bar{\mathbf{y}}_j \lambda_j^0 > \mathbf{y}_{j_0}$ , 这与决策单元  $j_0$  为 Sam-B( $d$ ) 有效矛盾.

2) 若  $\theta_b^0 = 1, \mathbf{s}^{+0} \neq 0$ , 则由 (D<sub>B</sub>) 可知  $\sum_{j=1}^{\bar{n}} d\bar{\mathbf{y}}_j \lambda_j^0 \geq \mathbf{y}_{j_0}$ . 由于  $\sum_{j=1}^{\bar{n}} d\bar{\mathbf{y}}_j \lambda_j^0 \in \bar{T}_b(d)$ , 故由定义 2 可知决策单元  $j_0$  不为 Sam-B( $d$ ) 有效, 矛盾.  $\square$

类似于定理 4 可证以下定理的结论成立.

**定理 5** 决策单元  $j_0$  为 Sam-S( $d$ ) 有效当且仅当线性规划 (D<sub>S</sub>) 的最优解  $\boldsymbol{\lambda}^0, \mathbf{s}^{-0}, \theta_s^0$  中  $\theta_s^0 > 1$  或者  $\theta_s^0 = 1$  且  $\mathbf{s}^{-0} = 0$ .

**定理 6** 决策单元  $j_0$  为 Sam-BS( $d$ ) 有效当且仅当线性规划 (D<sub>BS</sub>) 满足以下条件之一: 1) 线性规划 (D<sub>BS</sub>) 存在最优解  $\boldsymbol{\lambda}^0, \mathbf{s}^{-0}, \mathbf{s}^{+0}, \theta_{bs}^0$  满足  $\theta_{bs}^0 < 1$ , 或者  $\theta_{bs}^0 = 1, \mathbf{s}^{-0} = 0, \mathbf{s}^{+0} = 0$ ; 2) 无可行解.

#### 5 决策单元的 Sam-E 无效性分析

如何根据有限的的数据资源获得无效单元的改进信息对管理决策具有重要意义. 以下通过讨论决策单

元在样本数据包络面上的投影来获得决策单元与最佳样本信息之间的差距。

**定理 7** 若决策单元  $j_0$  为 Sam-B( $d$ ) 无效, 线性规划 ( $D_B$ ) 的最优解为  $\lambda^0, s^{+0}, \theta_b^0$ , 则  $\theta_b^0 y_{j_0} + s^{+0}$  为 Sam-B( $d$ ) 有效。

**证明** 若  $\theta_b^0 y_{j_0} + s^{+0}$  为 Sam-B( $d$ ) 无效, 由定义 2 知存在  $y \in \bar{T}_b$  使得  $y \geq \theta_b^0 y_{j_0} + s^{+0}$  且至少有一个不等式成立, 则存在  $\lambda \geq 0$  使得  $\sum_{j=1}^{\bar{n}} \lambda_j = 1$ ,

$$\sum_{j=1}^{\bar{n}} d\bar{y}_j \lambda_j \geq \theta_b^0 y_{j_0} + s^{+0}, \text{ 且至少有一个不等式成立。}$$

令  $s^{++} = \sum_{j=1}^{\bar{n}} d\bar{y}_j \lambda_j - \theta_b^0 y_{j_0}$ , 则  $\lambda^0, s^{++}, \theta_b^0$  是 ( $D_B$ ) 的一个可行解, 且  $\theta_b^0 + \varepsilon e^T s^{++} < \theta_b^0 + \varepsilon e^T s^{+0}$ , 矛盾。□

类似于定理 7 可证以下定理的结论成立。

**定理 8** 若决策单元  $j_0$  为 Sam-S( $d$ ) 无效, 线性规划 ( $D_S$ ) 的最优解为  $\lambda^0, s^{-0}, \theta_s^0$ , 则  $\theta_s^0 y_{j_0} - s^{-0}$  为 Sam-S( $d$ ) 有效。

**定理 9** 若决策单元  $j_0$  为 Sam-BS( $d$ ) 无效, 线性规划 ( $D_{BS}$ ) 的最优解为  $\lambda^0, s^{-0}, s^{+0}, \theta_{bs}^0$ , 则  $(y_{j_0}^{(1)} - s^{-0}, \theta_{bs}^0 y_{j_0}^{(2)} + s^{+0})$  为 Sam-BS( $d$ ) 有效。

## 6 中国西部地区工业企业经济效益分析

根据西部地区工业企业的特点, 并结合以往企业经济效益评价的指标体系, 选取工业增加值率、总资产贡献率、资产负债比、流动资产周转次数、工业成本费用利润率、全员劳动生产率和产品销售率七项指标来综合评价企业的经济效益。以下选取了中国西部 11 个地区 2000~2006 年工业经济效益数据与 1999 年 (西部大开发前) 的数据进行综合对比, 从而对中国西部大开发政策实施以后的工业经济发展状况进行综合评价。

取样本单元的集合  $T$  为 1999 年中国西部 11 个地区的相关数据, 决策单元为 2000~2006 年中国西部 11 个地区的数据, 应用模型 ( $D_B$ ) 计算可得西部工业企业经济效益综合评价结果如表 1 所示。

根据中国西部地区工业企业经济效益情况, 可以得到如下结论:

1) 中国西部地区工业企业经济效益整体水平逐年提高

从表 1 可见, 中国工业企业经济效益平均水平由 2000 年的 0.9764 增长到 2006 年的 2.1377, 每年增长速度达到 19.823%。与西部国民经济增长速度 15.46% 和工业增加值的增长速度 16.36% 相比较, 西部工业企业经济效益整体增长速度高于总量的增长速度, 这说明中国西部地区工业企业经济效益整体良

表 1 2000~2006 年中国西部地区工业企业经济效益状况

地区	有效值						
	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006
内蒙	0.961	1.030	1.070	1.460	1.890	2.222	2.899
广西	1.166	1.135	1.269	1.466	1.672	1.905	2.114
重庆	1.052	0.991	1.022	1.252	1.524	1.585	1.876
四川	0.909	0.963	1.046	1.196	1.370	1.706	1.942
贵州	0.651	0.697	0.769	0.995	1.181	1.405	1.645
云南	1.136	1.361	1.653	1.931	2.137	2.212	2.618
陕西	0.929	0.870	1.017	1.255	1.397	1.678	1.825
甘肃	0.754	0.803	0.913	1.130	1.372	1.845	1.876
青海	0.749	0.784	1.126	1.043	1.435	2.096	2.299
宁夏	0.899	0.907	1.001	1.094	1.451	1.332	1.497
新疆	1.534	1.497	1.297	1.721	2.041	2.509	2.924
平均值	0.9764	1.0035	1.1075	1.3221	1.5882	1.8632	2.1377
最大差距	0.883	0.8	0.884	0.936	0.956	1.177	1.427

好, 并呈现较好的增长势头。

2) 中国西部地区之间工业企业经济效益存在明显的非均衡特点

从表 1 可见, 2000~2004 年中国西部地区每年经济效益最高地区和最低地区的效益指数相差值在 0.8~0.96 之间, 而 2005 年和 2006 年超过 1.4, 反映出西部地区工业企业发展水平存在明显的非均衡性。从区域分类来看, 2000 年西南地区的平均有效值为 0.983, 西北为 0.971。但从 2004 年开始西北地区工业企业经济效益平均水平与西南地区的差距逐渐减小, 并最终超过了西南地区的平均水平。这也反映出在西部大开战略实施后, 西北地区逐渐找到自身优势, 加快了工业经济发展的速度, 增强了经济实力。因此, 在整个西部地区经济发展过程中, 应该重视区域的合作交流, 保持经济的整体协调发展。

3) 中国西部地区工业企业经济效益的整体状况与分析

由表 1 可得, 2000~2006 年间中国西部地区工业企业经济效益次序为: 新疆 > 云南 > 内蒙古 > 广西 > 青海 > 重庆 > 四川 > 陕西 > 甘肃 > 宁夏 > 贵州。其中新疆和云南的排名几乎都是位于前 3 位, 说明这两个省区的企业经营状况良好。内蒙古和青海排名分别从 2004 年、2005 年开始明显上升, 其中青海提高最快, 排名从第 10 位升到第 4 位。广西、重庆、陕西的排名则有所下滑。四川、甘肃、宁夏、贵州的排名一直较差, 因此, 对企业效益较差或者下滑较大的地区, 应该进行重点分析, 找出问题的关键, 以促进经济的持续发展。

4) 中国西部各地区经济效益变化与波动分析

从表 1 可以看出, 新疆、云南、内蒙古在 2000~2006 年间经济效益一直比较理想, 高于平均水平, 并

且显示出强劲的趋势. 而四川、陕西、广西、青海、重庆、甘肃总体接近平均水平, 其中广西和重庆最近两年有明显下滑的趋势. 排在最后的是宁夏和贵州, 它们的工业企业经济效益一直较差, 特别是贵州有进一步变坏的可能.

## 7 结 论

从以上应用可以看出, 本文给出的基于面板数据的工业企业经济效益评价的非参数方法与传统数据包络分析方法之间存在明显的不同, 传统的数据包络分析方法构造的生产可能集是由决策单元自身构成的, 而广义数据包络分析方法使用样本单元构造生产可能集, 实现了评价对象与比对标准的分离. 它把用于评价的参照对象从“优秀单元集”推广到“任意指定的决策单元集”. 突破了传统 DEA 方法不能依据决策者的需要来自选择参照集的弱点, 因而具有更加广泛的应用前景.

## 参考文献(References)

- [1] Charnes A, Cooper W W, Rhodes E. Measuring the efficiency of decision making units[J]. *European J of Operational Research*, 1978, 2(6): 429-444.
- [2] Charnes A, Cooper W W, Golany B, et al. Foundations of data envelopment analysis for pareto-koopmans efficient empirical production functions[J]. *J of Econometrics*, 1985, 30(1): 91-107.
- [3] Emrouznejad A, Parker B, Tavares G. Evaluation of research in efficiency and productivity: A survey and analysis of the first 30 years of scholarly literature in DEA[J]. *J of Socio-Economics Planning Science*, 2008, 42(3): 151-157.
- [4] 马占新. 数据包络分析方法在中国经济管理中的应用进展[J]. *管理学报*, 2010, 7(5): 785-789.  
(Ma Z X. Application of data envelopment analysis to economics and management in China[J]. *Chinese J of Management*, 2010, 7(5): 785-789.)
- [5] Asmilda M, Paradib J C, Pastorc J T. Centralized resource allocation BCC models[J]. *OMEGA—Int J of Management Science*, 2009, 37(1): 40-49.
- [6] Liang L, Yang F, Cook W D, et al. DEA models for supply chain efficiency evaluation[J]. *Annals of Operations Research*, 2006, 145(1): 35-49.
- [7] Yang Y S, Ma B J, Koike M. Efficiency-measuring DEA model for production system with  $k$  independent subsystems[J]. *J of the Operational Research Society of Japan*, 2000, 43(3): 343-354.
- [8] Kao C, Hwang S N. Efficiency decomposition in two-stage data envelopment analysis: an application to non-life insurance companies in Taiwan[J]. *European J of Operational Research*, 2008, 185(1): 418-429.
- [9] 魏权龄. 数据包络分析[M]. 北京: 科学出版社, 2004.  
(Wei Q L. *Data envelopment analysis*[M]. Beijing: Science Press, 2004.)
- [10] 马占新. 数据包络分析方法的研究进展[J]. *系统工程与电子技术*, 2002, 24(3): 42-46.  
(Ma Z X. Research on the data envelopment analysis method[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2002, 24(3): 42-46.)
- [11] 马占新, 唐焕文, 戴仰山. 偏序集理论在数据包络分析中的应用研究[J]. *系统工程学报*, 2002, 17(1): 19-25.  
(Ma Z X, Tang H W, Dai Y S. Using theory of partially ordered sets to study data envelopment analysis[J]. *J of Systems Engineering*, 2002, 17(1): 19-25.)
- [12] 马占新. 偏序集理论在 DEA 相关理论中的应用研究[J]. *系统工程学报*, 2002, 17(3): 193-198.  
(Ma Z X. Applying theory of partially ordered sets to study data envelopment analysis[J]. *J of Systems Engineering*, 2002, 17(3): 193-198.)
- [13] 马占新. 样本数据包络面的研究与应用[J]. *系统工程理论与实践*, 2003, 23(12): 32-37.  
(Ma Z X. Frontier that formed by some sample units and its applying[J]. *Systems Engineering-Theory & Practice*, 2003, 23(12): 32-37.)
- [14] 马占新, 吕喜明. 带有偏好锥的样本数据包络分析方法研究[J]. *系统工程与电子技术*, 2007, 29(8): 1275-1282.  
(Ma Z X, Lv X M. Study on sample data envelopment analysis method with restrain cone[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2007, 29(8): 1275-1282.)
- [15] 马占新, 马生昀. 基于  $C^2W$  模型的广义数据包络分析方法研究[J]. *系统工程与电子技术*, 2009, 31(2): 366-372.  
(Ma Z X, Ma S Y. Generalized data envelopment analysis method based on  $C^2W$  model[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2009, 31(2): 366-372.)
- [16] 马占新. 竞争环境与组合效率综合评价的非参数方法研究[J]. *控制与决策*, 2008, 23(4): 420-424.  
(Ma Z X. Approach for evaluating the competitive environment and combination efficiency by using some sample units[J]. *Control and Decision*, 2008, 23(4): 420-424.)
- [17] 马占新. 基于偏序集理论的数据包络分析方法研究[J]. *系统工程理论与实践*, 2003, 23(4): 11-17.  
(Ma Z X. Method of data envelopment analysis based on the theory of partially ordered sets[J]. *Systems Engineering-Theory & Practice*, 2003, 23(4): 11-17.)