

文章编号: 1001-0920(2011)12-1913-04

基于混合差分进化算法和熵权 TOPSIS 的多目标 (Q, r) 库存模型

王 林, 顿彩霞, 杨 锐

(华中科技大学 管理学院, 武汉 430074)

摘 要: 讨论随机需求环境下的多目标库存控制问题, 构建以成本、缺货率和缺货量 3 个指标最小化为准则的多目标 (Q, r) 库存模型. 为了求出决策者需要的 Pareto 前沿, 设计了基于遗传和差分进化算法的混合智能算法来产生非支配解, 进而利用基于熵权的 TOPSIS 方法对最优解进行排序, 此结果可为管理者提供有益的决策参考.

关键词: 库存控制; 多目标优化; 混合差分进化算法; 熵权 TOPSIS

中图分类号: TP301

文献标识码: A

Multi-objective (Q, r) model based on hybrid differential evolution algorithm and entropy-based TOPSIS

WANG Lin, DUN Cai-xia, YANG Rui

(School of Management, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China.

Correspondent: WANG Lin, E-mail: wanglin982@gmail.com)

Abstract: Based on the analysis of inventory multi-objective planning problems under random demand, a multi-objective (Q, r) model is constructed under three criteria of minimization of the annual expected total relevant cost, the annual expected frequency of stock-out occasions, and the annual expected number of stock-outs quality. To find Pareto front, a hybrid algorithm is designed by using generation algorithm(GA) and differential evolution algorithm to generate non-dominated solutions. Then, an entropy theory-based technique for order preference by similarity to ideal solution is adopted to sort the non-dominated solutions, which gives useful advices for decision makers.

Key words: inventory control; multi-objective optimization; hybrid differential evolution algorithm; entropy-based TOPSIS

1 引 言

库存管理的难点在于确定合理的订货点及订购数量, 而 (Q, r) 模型正是用于处理这类问题, 并且科学实用的一种库存模型, 从而得到了广泛重视^[1-3]. 众多学者对此模型进行了研究, 但多数是单目标决策模型. 在库存管理中, 经常遇到需要在尽可能降低存储成本的同时, 尽可能提高服务水平(包括降低缺货率和缺货量)的情况. 在多目标库存问题上, 很多学者关注模糊环境下的库存模型, 如: 文献[4]提出了具有 3 个约束的多产品多目标模糊库存模型; [5]讨论了需求模糊环境下多目标库存问题, 该模型的两个目标分别为最大化利润和库存回报率; [6]构建了有空间能力和允许的总缺货量约束的多目标库存控制模型. 然而上

述研究都是将多目标转化为单目标, 将库存管理中其他指标(如缺货率、缺货量等)转化为成本指标, 从而只需最小化总成本. 由于涉及到很多不确定因素, 缺货率、缺货量等非成本指标很难合理地转化为成本, 因此非常有必要独立考虑库存的各个目标.

多目标优化问题(MOP)研究的瓶颈之一是高效稳定求解算法的设计. 传统的 MOP 求解方法包括: 线性加权法、极大极小法、目标规划法、字典序法、层次分析法等. 但多数仅在小型问题上较为成功, 当问题规模变大后, 这些方法的效果变差且时间消耗太大, 因此进化方法的应用就显得十分必要. 另外, 也有学者用粒子群优化算法进行求解^[7], 但该算法的数学基础有待完善, 在算法早期存在精度较低, 易发散等

收稿日期: 2010-08-08; 修回日期: 2011-01-03.

基金项目: 国家自然科学基金项目(70801030); 教育部人文社会科学研究青年基金项目(11YJC630275).

作者简介: 王林(1974-), 男, 副教授, 博士, 从事物流工程的研究; 顿彩霞(1989-), 女, 硕士生, 从事物流工程的研究.

缺点. 相对传统多目标优化方法, 差分进化 (DE) 算法通过群体内个体间的合作与竞争产生的群体智能指导优化搜索, 保留了基于种群的全局搜索策略, 采用实数编码、基于差分的简单变异操作和一对一的竞争生存策略, 降低了遗传操作的复杂性. 同时, DE 算法特有的记忆能力使其可以动态跟踪当前的搜索情况, 以调整其搜索策略, 具有较强的全局收敛能力和鲁棒性, 适用于求解一些利用常规的数学规划方法所无法求解的复杂环境中的优化问题^[8]. 利用 DE 算法的高效搜索能力有利于得到多目标意义下的最优解, 且 DE 算法通过代表整个解集的种群, 按内在的并行方式同时搜索多个非劣解, 容易搜索到多个 Pareto 最优解. 近年来, 一些基于 DE 算法的 MOP 求解方法相继被提出, Babu 等^[9]结合罚函数法和权值系数法设计了一种求解 MOP 的 DE 算法; Qian 等^[10]研究了利用改进的差分进化算法求解 MOP 优化问题, 其中: 变异操作中参数 F 可以自适应, 选择操作中将优先进及拥挤距离作为选择标准. 然而, DE 算法的数学基础也有待完善, 搜索后期收敛速度会减慢, 且也易陷于局部最优解.

本文针对有广泛应用背景的多目标 (Q, r) 库存模型, 克服传统研究的缺点, 设计了 DE 算法与遗传算法相结合的混合智能算法来求解此 MOP 优化难题. 模型综合考虑最小化年总成本、年缺货率和年缺货量 3 个目标. 本文首先通过所设计的混合 DE 算法找到一组有效的非劣最优解集 (最优 Pareto 前沿); 然后当在 3 个指标间进行协调时, 根据改进的 TOPSIS 法从这些非劣最优解里找到决策者相对满意的解, 避免了传统 TOPSIS 因主观因素带来的不利影响, 从而为解决此问题提供了一种有效的方法.

2 多目标库存模型的建立

本文考虑单一企业基于 (Q, r) 策略的多目标补货策略, 以成本、缺货率和缺货量最小化为目标. 考虑一个以 (Q, r) 为补货策略的企业, 这里仅考虑单一产品的情况. 每次订货量为 Q , 经过一个固定的提前期 L 后, 库存水平增加 Q , 提前期内的需求服从正态分布, 分布函数为 $f_{D_L}(x)$, 其均值为 u_L , 标准差为 σ_L . 由于提前期内可能缺货, 需要同时决定 Q 和安全库存因子 k , 使总成本、缺货率和缺货量都尽可能最小, 其他的参数定义如下: 年平均需求为 D , 订货费用为 A , 产品单位成本为 c , 库存持有率为 h , 安全库存因子为 k . 则此多目标库存模型为

$$\text{Minimize } C(Q, k) = \frac{AD}{Q} + hc\left(\frac{Q}{2} + k\sigma_L\right), \quad (1)$$

$$\text{Minimize } N(Q, k) = \frac{D}{Q} \int_r^\infty f_{D_L}(x) dx, \quad (2)$$

$$\text{Minimize } S(Q, k) = \frac{D}{Q} \int_r^\infty (x - r) f_{D_L}(x) dx; \quad (3)$$

$$\text{s.t. } 0 \leq Q \leq D, \quad (4)$$

$$0 \leq k \leq D/\sigma_L. \quad (5)$$

其中: 式 (1) 表示最小化年期望成本, (2) 表示最小化年平均缺货率, (3) 表示最小化年平均缺货量, (4) 和 (5) 为决策变量 Q 和 k 的约束条件.

3 多目标优化问题模型求解方法设计

3.1 多目标优化问题概述

定义 1 多目标问题 (MOP) 为

$$\min F(x) = f_1(x), f_2(x), \dots, f_k(x).$$

其中: $x = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$ 为决策变量, $x \in \Omega$, 且 $\Omega = \{x | g_i(x) \leq 0, h_j(x) = 0\}$, $i = 1, 2, \dots, p, j = 1, 2, \dots, m$; $f_l(x)$ 为 MOP 的第 l ($l = 1, 2, \dots, k$) 个优化目标.

定义 2 (优劣性) 向量 $x = (x_1, x_2, \dots, x_m)$ 优于向量 $y = (y_1, y_2, \dots, y_m)$, 当且仅当对任意 $i \in (1, 2, \dots, m)$ 满足 $x_i \leq y_i$, 且存在 $j \in (1, 2, \dots, m)$ 使得 $x_j < y_j$.

定义 3 (Pareto 最优解) 多目标优化中的最优解通常称为 Pareto 最优解. 设 a 属于 x , x^* 为 x 的子集, 若 x^* 中不存在优于 a 的向量, 则称 a 为关于子集 x^* 的非劣解或关于子集 x^* 的 Pareto 最优解. 若 a 为关于 x 的非劣解, 则 a 简称为非劣解或 Pareto 最优解.

3.2 基于混合 DE 算法的多目标 (Q, r) 模型求解算法设计

3.2.1 标准差分进化流程

1) 初始化: 建立优化搜索的初始点, 首先需对种群初始化. DE 算法利用 N 个维数为 D 的实数值参数向量作为每一代的种群, 每个个体表示为 x_i^G ($i = 1, 2, \dots, N$). 其中: i 为个体在种群中的序列, G 为进化代数, N 为种群规模. 设参数变量的界限为 $x_j^{(L)} \leq x_{ij}^0 \leq x_j^{(U)}$, 则通过下式生成初始种群个体:

$$x_{ij}^0 = \text{rand}[0, 1](x_j^{(U)} - x_j^{(L)}) + x_j^{(L)}, \quad (6)$$

$$i = 1, 2, \dots, N, \quad j = 1, 2, \dots, D.$$

2) 变异操作: 对于每个目标向量 x_i^G , $i = 1, 2, \dots, NP$, 基本 DE 算法的变异向量如下:

$$v_i^{G+1} = x_{r_1}^G + F(x_{r_2}^G - x_{r_3}^G). \quad (7)$$

其中: 随机选择的个体序号 r_1, r_2 和 r_3 互不相同, 且与目标向量序号 i 也不相同, 因此种群规模 $NP \geq 4$; F 为缩放因子, 很多文献中给出的取值范围为 $[0, 2]$, 以控制差分向量缩放.

3) 交叉操作: 交叉操作的方程为

$$u_{ij}^{G+1} = \begin{cases} v_{ij}^{G+1}, & \text{if } \text{rand}(j) \leq \text{CR} \text{ or } j = \text{randn}(i); \\ x_{ij}^G, & \text{else.} \end{cases} \quad (8)$$

其中: $\text{rand}(j) \in [0, 1]$ 为均匀分布的随机数, j 为第 j 个基因; CR 为交叉概率常数; $\text{randn}(i) \in [1, 2, \dots, D]$ 为随机选择的维数变量索引, 以保证实验矢量至少有一维变量由变异矢量贡献。

4) 选择操作: DE 算法采用“贪婪”的搜索策略, 经过变异与交叉操作后生成的实验个体 u_i^{G+1} 与 x_i^G 进行竞争, 当 u_i^{G+1} 的适应度较 x_i^G 更优时才被选作子代; 否则, 直接将 x_i^G 作为子代。以最小化优化为例, 选择操作的方程为

$$x_i^{G+1} = \begin{cases} u_i^{G+1}, & \text{if } f(u_i^{G+1}) < f(x_i^G); \\ x_i^G, & \text{else.} \end{cases} \quad (9)$$

将 DE 算法应用于多目标优化问题时, 面临着很多困难。原始的 DE 算法的选择算子简单, 不能在多目标优化问题中直接套用, 它存在着实验解和父代不可比较的情况。根据原始的 DE 算法, 如果实验解不优于父代, 则将被弃之。这样会导致很多已经发现的最优解丢失。

3.2.2 本文设计的混合 DE 算法

本文所设计的混和 DE 算法中, 变异操作和交叉操作将采用 DE 算法, 而选择操作将采用遗传算法中的截断选择方法: 当一个子代个体产生时, 不将其与父代进行比较, 而是将它保留下来, 当种群中所有个体都产生子代个体后, 将得到一个新的种群, 大小为原种群的 2 倍; 然后按照遗传中的截断选择法, 截取较优个体, 其依据一个是非支配前沿, 另一个是同一个前沿里个体的拥挤距离。这一点比较类似于非劣前沿分级遗传算法 (NSGA II), 但混合 DE 算法采用了一个不同拥挤距离机制。在非支配解集 I 中解的拥挤距离计算步骤如下:

Step 1: 对每个 $x_i \in I$, 设初始距离 $D_{(i)} = 0$ 。

Step 2: 计算 x_i 的拥挤距离。

Step 2.1: 对每个目标 m , 根据每个目标值对 I 进行排序, 即

$$I = \text{sort}(I, m),$$

$$D(I_{(1)}) = D(I_{(1)}) + [2(I_{(2)m} - I_{(1)m})]^2,$$

$$D(I_{|I|}) = D(I_{|I|}) + [2(I_{(I)m} - I_{(I-1)m})]^2,$$

对于 $i = 2, 3, \dots, |I| - 1$, 有

$$D(I_{(i)}) = D(I_{(i)}) + [(I_{(i+1)m} - I_{(i-1)m})]^2.$$

其中: $|I|$ 为 I 所包含的个体数, $I_{(i)m}$ 为解集 I 里第 i 个个体的目标值。

Step 2.2: 计算 $D_{(i)} = \text{sqrt}(D_{(i)})$ 。

本文模型中, 基于混合 DE 算法的多目标 $(Q,$

$r)$ 模型求解方法如下:

Step 1: 初始化。对混合差分进化算法的参数 (F, CR 等) 进行设置, 产生初始种群。 Q 在 $[0, D]$ 中取值, k 在 $[0, D/\sigma_L]$ 中取值。

Step 2: 当 Q 和 k 确定后, 分别计算出成本、缺货率和缺货量 3 个目标值。

Step 3: 求出每个个体的 Pareto 前沿和拥挤距离, 并对前沿进行排序。

Step 4: 差分操作。在算法没有停止时, 对种群进行变异操作和二项式交叉操作, 得到子代与父代相混合的种群, 种群规模变为原来的两倍。

Step 5: 遗传操作。通过 Pareto 前沿和拥挤距离对种群进行截断, 得到下一代种群。

Step 6: 当循环达到给定的最大迭代次数时, 算法结束, 给出结果; 否则重复 Step 2~Step 5。

3.3 基于熵权的 TOPSIS 法

当求解出第 1 阶段的多目标问题后, 将利用 TOPSIS 法则对所得的 Pareto 最优解集进行评分。相对于传统的多目标评价方法, TOPSIS 具有分析原理直观、计算简便、对样本量要求不大等优点^[11]。由于传统 TOPSIS 法权重的确定一般采用主观法或层次分析法, 主观因素比较强。本文采用改进的 TOPSIS 法对部分最优解进行排序, 可有效避免主观因素的影响, 具体步骤如下:

Step 1: 建立决策矩阵 $A = (a_{ij})_{m \times n}$, 将其归一化后得到规范化矩阵 X 。其中

$$x_{ij} = a_{ij} / \sqrt{\sum_{i=1}^m a_{ij}^2},$$

$$i = 1, 2, \dots, m, \quad j = 1, 2, \dots, n.$$

Step 2: 确定各个指标的权重。熵是利用概率理论衡量信息不确定性的一种测度, 数据发布越分散, 其不确定性越大。各指标的决策信息可用其熵值 e_j 表示, 即

$$e_j = -k \sum_{i=1}^m x_{ij} \ln x_{ij},$$

其中 $k = 1/\ln m$, 确保 $e_j \in [0, 1]$ 。第 j 个指标的评价数据的分散度 d_j 可表示为 $d_j = 1 - e_j$ 。第 j 个指标的 x_{ij} 值分布越分散, 相应的 d_j 值也越大, 第 j 个指标的重要程度也越高, 反之亦然。特别的, 如果 x_{ij} 值都相等, 则表明该指标在选择时不起作用。因此, 用熵测度来表示的第 j 个指标的权重因子为

$$w_j = d_j / \sum_{j=1}^n d_j.$$

Step 3: 建立考虑指标权重的决策矩阵 $Z = (z_{ij})_{m \times n}$ 。其中: $z_{ij} = w_j x_{ij}$, $i = 1, 2, \dots, m, j =$

1, 2, \dots, n.

Step 4: 确定理想解 z^* 和负理想解 z^0 . 设理想解 z^* 的第 j 个属性值为 z_j^* , 负理想解 z^0 第 j 个属性值为 z_j^0 , 则当 j 为效益(成本)型属性时, 有

$$z_j^* = \max_i z_{ij}(\min_i z_{ij}),$$

$$z_j^0 = \min_i z_{ij}(\max_i z_{ij}),$$

其中: z_j^* 为理想解, z_j^0 为负理想解.

Step 5: 计算各方案到理想解与负理想解的距离. 其中: 备选方案 z_i 到理想解 z^* 的距离为

$$d_i^* = \sqrt{\sum_{j=1}^n (z_{ij} - z_j^*)^2},$$

备选方案 z_i 到负理想解 z^0 的距离为

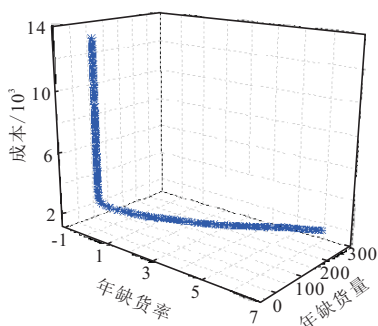
$$d_i^0 = \sqrt{\sum_{j=1}^n (z_{ij} - z_j^0)^2}.$$

最后, 求出的各方案的排队指示值 $C_i^* = d_i^0 / (d_i^0 + d_i^*) (i = 1, 2, \dots, m)$ 即为综合评价指数.

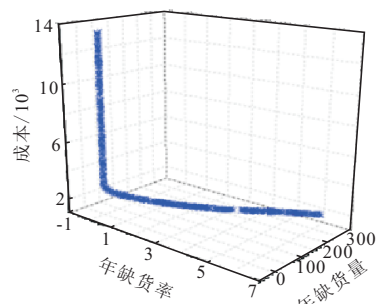
4 算例分析

该多目标问题相关数据设置如下: $D = 3412$, $\sigma_L = 53.354$, $A = 80$, $c = 27.5$, $h = 0.26$. DE 算法中的参数根据 DE 算法发明人建议^[8] 和多次试算结果分析设置交叉概率 $CR = 0.3$, 变异率 $F = 0.6$, 最大迭代次数 $GenM = 100$ 以及种群规模 $NP = 200$. 根据本文设计的求解程序可得 Pareto 最优解的分布情况, 同时与 NSGA-II 算法所求结果进行对比, 具体情况如图 1 所示.

由图 1 可知, 在实数编码以及同样的种群大小和



(a) 本文算法



(b) NSGA-II 算法

图 1 两种算法求得的 Pareto 最优解分布图

最大进化代数的情况下, 本文算法与 NSGA-II 算法求出的 Pareto 前沿相近, 这证明了应用于多目标优化问题下的混合差分算法的正确性. 由于 Pareto 最优解很多, 无法一一列举, 本文仅从众多解中选择决策者相对满意的解列举. 具体操作是, 对所有最优解按照改进的 TOPSIS 法进行排序, 得出排名前 10 的解. 根据熵权法得出 3 个目标权重分别为: 0.336 2, 0.333 1, 0.330 7, 在此基础上得到的结果如表 1 所示.

表 1 部分 Pareto 最优解及 TOPSIS 排序

TOPSIS 得分	Q	k	$C(Q, k)$	$N(Q, k)$	$S(Q, k)$
0.963 3	295	2.77	3038	0.032	0.51
0.960 3	306	2.72	3021	0.037	0.60
0.951 3	297	2.62	2982	0.049	0.83
0.948 2	541	2.99	3584	0.009	0.13
0.945 4	290	2.58	2964	0.058	0.97
0.936 2	286	2.53	2941	0.069	1.17
0.928 1	310	2.45	2925	0.078	1.36
0.921 7	299	2.43	2910	0.085	1.49
0.896 6	295	2.33	2870	0.113	2.05
0.885 6	291	2.30	2856	0.125	2.28

由表 1 可知, 在这些有效解中, 当库存因子 k 较大时, 缺货率和缺货量很低; 当 k 较小时, 缺货率和缺货量较高. 当 $Q = 295$, $k = 2.77$ 时缺货率和缺货量相对较优, 此时成本为 3038, 缺货率为 3.2%, 缺货量为 0.51. 由此可见, 熵权 TOPSIS 方法能更科学地确定指标权重, 通过定量分析, 可在复杂多变的商务环境下为管理人员提供科学的决策建议.

5 结 论

本文考虑了需求的随机性, 分析了以总成本、缺货率和缺货量最小化为准则的多目标 (Q, r) 库存模型求解难题, 借鉴 DE 算法和遗传算法的优点, 设计了一种求解此 MOP 优化问题的混合 DE 算法. 借助于本文设计的混合 DE 算法得到非支配解后, 利用熵权 TOPSIS 法对最优解进行了排序, 此结果可为管理者提供科学实用的决策依据. 本文结论在理论上丰富了多目标库存决策理论, 拓展了 DE 算法的应用范围, 使其更具工程应用价值; 在实践中可广泛用于解决企业多目标库存决策难题. 今后的工作方向是, 在更复杂的随机需求环境下, 结合多种约束条件进行深入的多目标库存模型研究, 并结合其他进化算法的优点设计更稳定、收敛速度更快的混合 DE 求解算法.

参考文献(References)

[1] Ting P S, Hou K L, Chung K J. An accurate and reliable solution algorithm for the (Q, r) inventory system with a fixed shortage cost[J]. Mathematical & Computer Modelling, 2009, 49(1/2): 128- 135.