

文章编号: 1001-0920(2011)12-1768-09

一种少保守性的NCS鲁棒 H_∞ 保性能容错控制

李 炜, 王艳飞

(兰州理工大学 a. 电气工程与信息工程学院, b. 甘肃省工业过程先进控制重点实验室, 兰州 730050)

摘 要: 研究一类含有时变时延和丢包的网络化控制系统的鲁棒 H_∞ 保性能容错控制问题. 基于一种状态多时延模型, 推导出确保闭环系统在执行器或传感器发生失效故障时具有鲁棒 H_∞ 保性能的时滞依赖充分条件, 并针对求解具有 LMIs 约束的凸优化问题, 给出了最优鲁棒 H_∞ 保性能容错控制器的设计方法. 由于新模型中考虑了时延下界, 且证明过程引入了适当自由权矩阵变量, 所得结果具有较少保守性. 仿真实例验证了所提出方法的有效性.

关键词: 网络化控制系统; 时变时延; 丢包; 保性能控制; H_∞ 容错控制

中图分类号: TP302.8

文献标识码: A

A less-conservative robust H_∞ guaranteed cost fault-tolerant control of networked control system

LI Wei, WANG Yan-fei

(a. College of Electrical and Information Engineering, b. Gansu Province Key Lab of Industrial Advanced Process Control, Lanzhou University of Technology, Lanzhou 730050, China. Correspondent: WANG Yan-fei, E-mail: newwangyanfei@126.com)

Abstract: The problem of robust H_∞ guaranteed cost fault-tolerant control for a class of networked control system(NCS) with time-varying delay and packet dropout is investigated. A new model is employed to represent the linear controlled plant in the NCS, a sufficient condition for a robust H_∞ guaranteed cost integrity design with failures of actuator or sensor is given in terms of a delay-dependent approach. And the design method of the optimal robust H_∞ guaranteed cost fault-tolerant controllers is given with LMIs constraints. Moreover, a less conservative method is obtained due to the lower bound of the time-delay introduced in the model and appropriate free-weighting matrices introduced during the proof. A numerical example shows the effectiveness of the proposed method.

Key words: networked control system; time-varying delay; packet dropout; guaranteed cost control; H_∞ fault-tolerant control

1 引 言

随着人们对系统安全性和可靠性要求的提高, 容错控制技术得到了广泛重视^[1], 网络化控制系统(NCS)的广泛应用使得NCS的分析与设计成为人们关注的热点课题^[2-3]. 然而, 通讯网络的引入导致了系统信息传输的延迟、丢失等问题, 同时实际NCS中无法避免地存在各种不确定性及诱发因素, 从而会降低系统的性能, 甚至使系统失稳^[4]. 因此, 使NCS具有容错能力便成为更加迫切的需求.

近年来, NCS的容错控制已取得了一些初步成果, 但大多只研究了系统的鲁棒完整性问题^[5-8], 实际系统中不仅希望在故障发生时闭环系统稳定, 而且希

望具有一定的性能. 文献[9-10]针对NCS, 考虑外界不确定扰动的影响, 给出了使系统具有 H_∞ 鲁棒稳定性的时滞依赖充分条件和相应的控制器设计方法. 文献[11-13]针对NCS, 在执行器或传感器发生失效故障的情形下, 分别研究了系统的鲁棒保性能容错控制问题. 然而以上文献在容错的基础上对性能的考虑还不全面, 对于时延和丢包的考虑较为单一, 且均未从减少保守性出发来研究该问题.

由于被动容错源于鲁棒控制, 其本身也具有较大的保守性, 从减少结果的保守性出发研究具有一定性能的容错控制问题, 无疑对于提高NCS容错的可行性和满意度具有重要意义. 基于此, 本文针对具有时

收稿日期: 2010-07-26; 修回日期: 2010-11-03.

基金项目: 国家自然科学基金项目(60964003); 甘肃省自然科学基金项目(096RJZA101).

作者简介: 李炜(1963-), 女, 教授, 博士生导师, 从事工业过程先进控制、动态系统的故障诊断与容错控制等研究; 王艳飞(1982-), 女, 硕士生, 从事故障诊断与容错控制的研究.

变时延和丢包的 NCS, 同时考虑系统参数的不确定性和外界有限能量扰动的影响, 研究了 NCS 的鲁棒 H_∞ 保性能容错控制问题. 基于状态多时延模型^[14-15], 利用时滞依赖方法, 在执行器或传感器失效故障情形下, 通过构造适当的 Lyapunov-Krasovskii 泛函, 得到了保守性较小的 NCS 鲁棒 H_∞ 保性能时滞依赖充分条件, 并以求解具有 LMIs 约束的凸优化问题, 给出了最优鲁棒 H_∞ 保性能容错控制器的设计方法. 最后通过仿真算例验证了该方法的有效性.

2 NCS 的时延分析与系统描述

考虑如图 1 所示的 NCS, 假设被控对象的状态空间模型为

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \bar{A}x(t) + \bar{B}u(t) + Ew(t), \\ z(t) &= Cx(t) + Du(t). \end{aligned} \quad (1)$$

其中: $x(t) \in R^n$ 为状态向量; $u(t) \in R^p$ 为控制输入向量; $z(t) \in R^q$ 为控制输出向量; $w(t) \in R^l$ 为有限能量外部扰动, 且 $w(t) \in L_2[0, \infty)$; $\bar{A} = A + \Delta A$, $\bar{B} = B + \Delta B$, A 和 B 为具有适当维数的常实矩阵, ΔA 和 ΔB 为具有时变特征的不确定参数矩阵. 设不确定参数矩阵范数有界, 并具有如下结构:

$$[\Delta A \ \Delta B] = GF(t)[E_1 \ E_2].$$

其中: G , E_1 和 E_2 为具有适当维数的常实矩阵; $F(t) \in R^{i \times j}$ 为未知时变实值连续矩阵函数, 其元素 Lebesgue 可测, 且满足 $F(t)^T F(t) \leq I$.

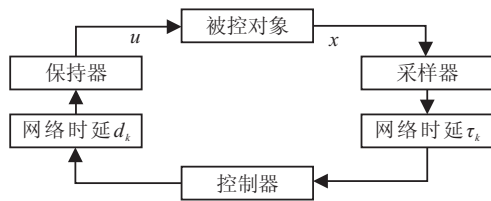


图 1 NCS 时延模型简化结构

对网络系统作如下假设: 传感器节点采用时钟驱动, 控制器节点和零阶保持器节点采用事件驱动, 数据采用单包传输且无时序错乱.

由图 1 可知, 采样器到控制器的时延为 τ_k , 控制器到零阶保持器的时延为 d_k . 若采用静态反馈控制, 则整个闭环系统的时延为 η_k , 有 $\eta_k = \tau_k + d_k$. 其中: $\eta_m \leq \eta_k \leq \eta_M$, η_m 和 η_M 分别为时延上、下界.

若假设所有状态向量可测量, 采样周期为常数 h , 取采样时刻为 t_k^* ($k = 1, 2, \dots, \infty$), 则可得到

$$\bar{x}(t_k^*) = x(t_k^*) = [x_1(t_k^*) \ x_2(t_k^*) \ \dots \ x_n(t_k^*)]^T.$$

零阶保持器的更新时刻为 t_k , $k = 1, 2, \dots, \infty$, 则状态反馈控制器可表示为 $u(t_k) = Kx(t_k - \eta_k)$. 考虑零阶保持器的动态属性, 有

$$\begin{aligned} u(t) &= Kx(t_k - \eta_k), \\ \eta_m &\leq \eta_k \leq \eta_M, \ t_k \leq t < t_{k+1}. \end{aligned} \quad (2)$$

其中: K 为控制增益矩阵, t_{k+1} 为 t_k 后下一个时刻零阶保持器的更新时间.

由于网络拥塞和连接中断, 不可避免地会导致数据包丢失, 假设在区间 $[t_k, t_{k+1})$ 内丢包数目为 δ_{k+1} , 最大丢包数目为 $\bar{\delta}$, 则有

$$\delta_{k+1} \leq \bar{\delta}. \quad (3)$$

由式 (2) 和 (3) 可得

$$t_{k+1} - t_k = (\delta_{k+1} + 1)h + \eta_{k+1} - \eta_k. \quad (4)$$

若将式 (4) 中的 $(t_k - \eta_k)$ 表示为

$$t_k - \eta_k = t - \eta_m - t + t_k + \eta_m - \eta_k = t - \eta_m - \eta(t),$$

则有

$$\eta(t) = t - t_k + \eta_k - \eta_m. \quad (5)$$

综合式 (4) 和 (5), 有 $0 \leq \eta(t) \leq \kappa$, 其中 $\kappa = \eta_M - \eta_m + (\bar{\delta} + 1)h$. 将式 (5) 代入 (2), 得到同时考虑时变时延和丢包的状态反馈控制器为

$$u(t) = Kx(t - \eta_m - \eta(t)), \ t_k \leq t < t_{k+1}. \quad (6)$$

其中: η_m 为常时延, 且 $\eta_m \equiv C < \infty$; $\eta(t)$ 为不可微的时变时延, 且 $0 \leq \eta(t) \leq \kappa < \infty$.

将式 (6) 代入 (1) 得到不确定网络化闭环控制系统为

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \bar{A}x(t) + \bar{B}Kx(t - \eta_m - \eta(t)) + Ew(t), \\ z(t) &= Cx(t) + DKx(t - \eta_m - \eta(t)), \\ t_k &\leq t < t_{k+1}. \end{aligned} \quad (7)$$

注 1 因为没有以采样时刻 t_k^* 作为零阶保持器的更新时间, 所以不必考虑零阶保持器与采样器的不同步问题, 更便于实际系统的设计. 系统模型中引入了时延下界 η_m , 使时变时延 $\eta(t)$ 的上界减少了 η_m , 且时变时延的变化率未作小于等于 1 和可微的限定, 更符合网络通讯的实际情形.

3 主要结论

首先给出如下引理.

引理 1^[16] 给定矩阵 H_1 , H_2 和 H_3 , 有

$$H_1 + \varepsilon^{-1}H_3H_3^T + \varepsilon H_2^T H_2 < 0, \ \exists \varepsilon > 0,$$

当且仅当

$$H_1 + H_3\Delta(t)H_2 + H_2^T \Delta^T(t)H_3^T < 0,$$

其中 $\forall \Delta^T(t)\Delta(t) \leq I$.

3.1 执行器失效故障时 NCS 鲁棒 H_∞ 保性能容错设计

考虑执行器可能发生失效故障的情形, 引入开关矩阵 L , 并将它放在输入矩阵和反馈增益矩阵之间, 其形式为 $L = \text{diag}\{l_1, l_2, \dots, l_p\}$. 其中: $L \in \Omega$, Ω 为执行器开关矩阵 L 对角元素任取 0 或 1 的各种组合的

对角阵集合 ($L = 0$ 除外), 表示所有可能的执行器失效故障模式的集合; l_i 满足

$$l_i = \begin{cases} 1, & \text{第 } i \text{ 个执行器正常;} \\ 0, & \text{第 } i \text{ 个执行器失效.} \end{cases}$$

$$i = 1, 2, \dots, p.$$

则不确定网络化闭环故障系统 (NCFS) 为

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \bar{A}x(t) + \bar{B}LKx(t - \eta_m - \eta(t)) + Ew(t), \\ z(t) &= Cx(t) + DKx(t - \eta_m - \eta(t)), \\ t_k &\leq t < t_{k+1}. \end{aligned} \quad (8)$$

对于系统 (8), 选取性能指标函数

$$J = \int_0^\infty [x^T(t)N_1x(t) + u^T(t)N_2u(t)]dt, \quad (9)$$

其中 N_1 和 N_2 为给定的对称正定加权矩阵. 针对执行器失效故障, 鲁棒 H_∞ 保性能容错控制的设计目标为: 寻求状态反馈增益 K , 使系统 (8) 满足如下条件:

1) 对于所有允许的不确定性, 在 $w(t) = 0$ 时闭环控制系统渐近稳定.

2) 在 $w(t) = 0$ 时, 性能指标函数 (9) 存在上确界 \bar{J} , 即 $J \leq \bar{J}$.

3) 在零初始条件下, 对于任意不为零的 $w(t) \in L_2[0, \infty)$, 控制输出满足 $\|z(t)\|_2 \leq \gamma\|w(t)\|_2$. 其中: γ 为预先规定的常数, $\|\cdot\|_2$ 为 $L_2[0, \infty)$ 范数.

定理 1 考虑 NCFS(8), 对于给定的执行器故障模式矩阵 $L \in \Omega$ 和可接受的系统参数不确定性, 当外部有扰时, 给定常数 $\varepsilon > 0, \gamma > 0, \eta_m, \eta_M$ 和 $\bar{\delta}$, 如果存在正定对称矩阵 $\bar{P}, \bar{R}, \bar{M}, \bar{Z}_1 \geq \bar{Z}_2$, 半正定对称矩阵 \bar{Q} 和矩阵 $\bar{X}, \bar{Y}, \bar{U}, \bar{V}$ 满足

$$\begin{bmatrix} \Pi & \Pi_3 & \Pi_5 & \Pi_7 & \Pi_8 & \Pi_9 & \Pi_{11} \\ * & \Pi_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & \Pi_6 & 0 & 0 & \Pi_{10} & 0 \\ * & * & * & -I & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -N_2^{-1} & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & -\varepsilon I & 0 \\ * & * & * & * & * & * & -\varepsilon I \end{bmatrix} < 0, \quad (10)$$

则状态反馈 (6) 是一个使不确定 NCFS(8) 具有鲁棒 H_∞ 保性能容错的控制律, 控制器增益可通过 $K = \bar{K}\bar{P}^{-1}$ 求得. 相应的系统性能指标上界为

$$\begin{aligned} \bar{J} &= x^T(0)Px(0) + \int_{-\eta_m}^0 x^T(s)Qx(s)ds + \\ &\int_{-\nu}^0 x^T(s)Rx(s)ds + \int_{-\eta_m}^0 \int_{\beta}^0 \dot{x}^T(\alpha)Z_1\dot{x}(\alpha)d\alpha d\beta + \\ &\int_{-\nu}^{\eta_m} \int_{\beta}^0 \dot{x}^T(\alpha)Z_2\dot{x}(\alpha)d\alpha d\beta + \\ &\int_{-\nu}^0 \int_{\beta}^0 \dot{x}^T(\alpha)M\dot{x}(\alpha)d\alpha d\beta. \end{aligned}$$

其中

$$\Pi = \Pi_1 + \Pi_2 + \Pi_2^T + \Xi_5,$$

$$\Pi_1 = \begin{bmatrix} \bar{\gamma}_1 & 0 & BL\bar{K} & 0 & E \\ * & -\bar{Q} & 0 & 0 & 0 \\ * & * & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & -\bar{R} & 0 \\ * & * & * & * & 0 \end{bmatrix},$$

$$\bar{\gamma}_1 = A\bar{P} + \bar{P}A + \bar{Q} + \bar{R} + \bar{N}_1,$$

$$\Pi_2 = [\bar{X} + \bar{V} \quad \bar{Y} - \bar{X} \quad \bar{U} - \bar{Y} \quad -\bar{U} - \bar{V} \quad 0],$$

$$\Pi_3 = [\bar{X} \quad \bar{Y} \quad \bar{U} \quad \bar{V}],$$

$$\Pi_4 = \text{diag}\{\eta_m^{-1}(\bar{Z}_1 - 2\bar{P}) \quad \kappa^{-1}(\bar{Z}_2 - 2\bar{P}) \quad \nu^{-1}(\bar{Z}_2 - 2\bar{P}) \quad \nu^{-1}(\bar{M} - 2\bar{P})\},$$

$$\Pi_5 = [A\bar{P} \quad 0 \quad BL\bar{K} \quad 0 \quad E]^T [I \quad I \quad I],$$

$$\Pi_6 = \text{diag}\{-\eta_m^{-1}\bar{Z}_1 \quad -\kappa^{-1}\bar{Z}_2 \quad -\nu^{-1}\bar{M}\},$$

$$\Pi_7 = [C\bar{P} \quad 0 \quad D\bar{K} \quad 0 \quad 0]^T,$$

$$\Pi_8 = [0 \quad 0 \quad \bar{K} \quad 0 \quad 0]^T,$$

$$\Pi_9 = [\varepsilon G^T \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T,$$

$$\Pi_{10} = [\varepsilon G^T \quad \varepsilon G^T \quad \varepsilon G^T]^T,$$

$$\Pi_{11} = [E_1\bar{P} \quad 0 \quad E_2L\bar{K} \quad 0 \quad 0]^T. \quad (11)$$

证明 构造如下 Lyapunov-Krasovskii 泛函:

$$V(t) = V_1(t) + V_2(t) + V_3(t) + V_4(t),$$

$$V_1(t) = x^T(t)Px(t),$$

$$V_2(t) = \int_{t-\eta_m}^t x^T(s)Qx(s)ds,$$

$$V_3(t) = \int_{t-\nu}^t x^T(s)Rx(s)ds,$$

$$\begin{aligned} V_4(t) &= \int_{-\eta_m}^0 \int_{\beta}^0 \dot{x}^T(t+\alpha)Z_1\dot{x}(t+\alpha)d\alpha d\beta + \\ &\int_{-\nu}^{-\eta_m} \int_{\beta}^0 \dot{x}^T(t+\alpha)Z_2\dot{x}(t+\alpha)d\alpha d\beta + \\ &\int_{-\nu}^0 \int_{\beta}^0 \dot{x}^T(t+\alpha)M\dot{x}(t+\alpha)d\alpha d\beta. \end{aligned} \quad (12)$$

其中: $P, R, M, Z_1 \geq Z_2$ 为正定对称矩阵; Q 为半正定对称矩阵; $\nu = \eta_m + \kappa$ 为总时延 $\eta_m + \eta(t)$ 的上界.

1) 当 $w(t) = 0$ 时, 沿系统 (7) 的任意轨线, $V(t)$ 对于时间 t 的导数为

$$\dot{V}_1(t) = 2x^T(t)P[\bar{A}x(t) + \bar{B}LKx(t - \eta_m - \eta(t))],$$

$$\dot{V}_2(t) = x^T(t)Qx(t) - x^T(t - \eta_m)Qx(t - \eta_m),$$

$$\dot{V}_3(t) = x^T(t)Rx(t) - x^T(t - \nu)Qx(t - \nu),$$

$$\dot{V}_4(t) = \dot{x}^T(t)[\eta_m Z_1 + \kappa Z_2 + \nu M]\dot{x}(t) -$$

$$\int_{t-\eta_m}^t \dot{x}^T(\alpha)Z_1\dot{x}(\alpha)d\alpha -$$

$$\int_{t-\nu}^{t-\eta_m} \dot{x}^T(\alpha)Z_2\dot{x}(\alpha)d\alpha -$$

$$\int_{t-\nu}^t \dot{x}^T(\alpha)M\dot{x}(\alpha)d\alpha =$$

$$\dot{x}^T(t)[\eta_m Z_1 + \kappa Z_2 + \nu M]\dot{x}(t) -$$

$$\int_{t-\nu}^t \dot{x}^T(\alpha)M\dot{x}(\alpha)d\alpha - \int_{t-\eta_m}^t \dot{x}^T(\alpha)Z_1\dot{x}(\alpha)d\alpha - \int_{t-\nu}^{t-\eta_m-\eta(t)} \dot{x}^T(\alpha)Z_2\dot{x}(\alpha)d\alpha - \int_{t-\eta_m}^{t-\eta_m-\eta(t)} \dot{x}^T(\alpha)Z_2\dot{x}(\alpha)d\alpha. \quad (13)$$

根据 Newton-Leibniz 公式, 对于任意适当维数的矩阵 X, Y, U, V 有

$$\begin{aligned} \theta_i &= 0, \quad i = 1, 2, 3, 4; \\ \theta_1 &= \xi^T(t)X\left(x(t) - x(t - \eta_m) - \int_{t-\eta_m}^t \dot{x}(\alpha)d\alpha\right), \\ \theta_2 &= \xi^T(t)Y\left(x(t - \eta_m) - x(t - \eta_m - \eta(t)) - \int_{t-\eta_m-\eta(t)}^{t-\eta_m} \dot{x}(\alpha)d\alpha\right), \\ \theta_3 &= \xi^T(t)U\left(x(t - \eta_m - \eta(t)) - x(t - \nu) - \int_{t-\nu}^{t-\eta_m-\eta(t)} \dot{x}(\alpha)d\alpha\right), \\ \theta_4 &= \xi^T(t)V\left(x(t) - x(t - \nu) - \int_{t-\nu}^t \dot{x}(\alpha)d\alpha\right), \end{aligned} \quad (14)$$

其中

$$\xi(t) = [x^T(t) \quad x^T(t - \eta_m) \quad x^T(t - \eta_m - \eta(t)) \quad x^T(t - \nu)]^T.$$

由式 (12)~(14) 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= 2x^T(t)P[\bar{A}x(t) + \bar{B}LKx(t - \eta_m - \eta(t))] + x^T(t)Qx(t) - x^T(t - \eta_m)Qx(t - \eta_m) + x^T(t)Rx(t) - x^T(t - \nu)Rx(t - \nu) + \dot{x}^T(t)[\eta_m Z_1 + \kappa Z_2 + \nu M]\dot{x}(t) - \int_{t-\eta_m}^t \dot{x}^T(\alpha)Z_1\dot{x}(\alpha)d\alpha - \int_{t-\eta_m}^t \dot{x}^T(t)M\dot{x}(\alpha)d\alpha - \int_{t-\eta_m}^{t-\eta_m-\eta(t)} \dot{x}^T(\alpha)Z_2\dot{x}(\alpha)d\alpha - \int_{t-\nu}^{t-\eta_m-\eta(t)} \dot{x}^T(\alpha)Z_2\dot{x}(\alpha)d\alpha + \theta_1 + \theta_2 + \theta_3 + \theta_4 + x^T(t)N_1x(t) + u^T(t)N_2u(t) - x^T(t)N_1x(t) - u^T(t)N_2u(t) = \xi^T(t)[\bar{\Xi}_1 + \bar{\Xi}_2 + \bar{\Xi}_2^T + \bar{\Xi}_3 + \bar{\Xi}_6]\xi(t) + \sum_{i=8}^{11} \bar{\Xi}_i - x^T(t)N_1x(t) - u^T(t)N_2u(t). \end{aligned} \quad (15)$$

其中

$$\bar{\Xi}_1 = \begin{bmatrix} \gamma_1 & 0 & P\bar{B}LK & 0 \\ * & -Q & 0 & 0 \\ * & * & K^T N_2 K & 0 \\ * & * & * & -R \end{bmatrix},$$

$$\gamma_1 = P\bar{A} + \bar{A}^T P + Q + R + N_1,$$

$$\bar{\Xi}_2 = [X + V \quad Y - X \quad U - Y \quad -U - V],$$

$$\bar{\Xi}_3 = \bar{\Xi}_{31}^T[\eta_m Z_1 + \kappa Z_2 + \nu M]\bar{\Xi}_{31},$$

$$\bar{\Xi}_{31} = [\bar{A} \quad 0 \quad \bar{B}LK \quad 0],$$

$$\bar{\Xi}_6 = -\bar{\Xi}_6 \bar{\Xi}_7 \bar{\Xi}_6^T =$$

$$\eta_m X Z_1^{-1} X^T + \kappa Y Z_2^{-1} Y^T + \nu U Z_2^{-1} U^T + \nu V Z_2^{-1} V^T,$$

$$\bar{\Xi}_8 = -\int_{t-\eta_m}^t \bar{\Xi}_{81}^T Z_1^{-1} \bar{\Xi}_{81} d\alpha,$$

$$\bar{\Xi}_{81} = X^T \xi(t) + Z_1 \dot{x}(\alpha),$$

$$\bar{\Xi}_9 = -\int_{t-\eta_m-\eta(t)}^{t-\eta_m} \bar{\Xi}_{91}^T Z_2^{-1} \bar{\Xi}_{91} d\alpha,$$

$$\bar{\Xi}_{91} = Y^T \xi(t) + Z_2 \dot{x}(\alpha),$$

$$\bar{\Xi}_{10} = -\int_{t-\nu}^{t-\eta_m-\eta(t)} \bar{\Xi}_{101}^T Z_2^{-1} \bar{\Xi}_{101} d\alpha,$$

$$\bar{\Xi}_{101} = U^T \xi(t) + Z_2 \dot{x}(\alpha),$$

$$\bar{\Xi}_{11} = -\int_{t-\nu}^t \bar{\Xi}_{111}^T M^{-1} \bar{\Xi}_{111} d\alpha,$$

$$\bar{\Xi}_{111} = V^T \xi(t) + M \dot{x}(\alpha).$$

由于 $M, Z_1 \geq Z_2$ 为正定对称矩阵, $\bar{\Xi}_i (i = 8, 9, 10, 11)$ 均为非正定的. 由 Schur 补引理, 式 (10) 确保了 $\bar{\Xi}_1 + \bar{\Xi}_2 + \bar{\Xi}_2^T + \bar{\Xi}_3 + \bar{\Xi}_6 < 0$. 式 (15) 存在一充分小的 $\varepsilon > 0$ 且 $x(t) \neq 0$, 使得 $\dot{V}(t) < -\varepsilon \|x(t)\|^2$, 系统渐近稳定. 进而由前述证明可得

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &< -x^T(t)N_1x(t) - u^T(t)N_2u(t), \\ t_k &\leq t < t_{k+1}. \end{aligned} \quad (16)$$

对式 (16) 两端从 0 到 ∞ 积分, 可得

$$\begin{aligned} J \leq \bar{J} &= x^T(0)Px(0) + \int_{-\eta_m}^0 x^T(s)Qx(s)ds + \int_{-\nu}^0 x^T(s)Rx(s)ds + \int_{-\eta_m}^0 \int_{\beta}^0 \dot{x}^T(\alpha)Z_1\dot{x}(\alpha)d\alpha d\beta + \int_{-\nu}^{-\eta_m} \int_{\beta}^0 \dot{x}^T(\alpha)Z_2\dot{x}(\alpha)d\alpha d\beta + \int_{-\nu}^0 \int_{\beta}^0 \dot{x}^T(\alpha)M\dot{x}(\alpha)d\alpha d\beta. \end{aligned}$$

2) 在零初始条件下, 对于任意不为零的 $w(t) \in L_2[0, \infty)$, 令

$$z^T(t)z(t) = \xi^T(t)\bar{\Xi}_4\xi(t),$$

$$\gamma^2 w^T(t)w(t) = -\xi^T(t)\bar{\Xi}_5\xi(t).$$

则有

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) + z^T(t)z(t) - \gamma^2 w^T(t)w(t) &= \xi^T(t)[\bar{\Xi}_1 + \bar{\Xi}_2 + \bar{\Xi}_2^T + \bar{\Xi}_3 + \bar{\Xi}_4 + \bar{\Xi}_5 + \bar{\Xi}_6]\bar{\xi}(t) + \sum_{i=8}^{11} \bar{\Xi}_i - x^T(t)N_1x(t) - u^T(t)N_2u(t). \end{aligned} \quad (17)$$

其中

$$\bar{\xi}(t) =$$

$$[x^T(t) \quad x^T(t - \eta_m) \quad x^T(t - \eta_m - \eta(t)) \quad x^T(t - \nu) \quad w(t)]^T,$$

$$\bar{\Xi}_8 = -\int_{t-\eta_m}^t \bar{\Xi}_{81}^T Z_1^{-1} \bar{\Xi}_{81} d\alpha,$$

$$\begin{aligned} \bar{\Xi}_{81} &= X^T \bar{\xi}(t) + Z_1 \dot{x}(\alpha), \\ \bar{\Xi}_9 &= - \int_{t-\eta_m}^{t-\eta_m-\eta(t)} \Xi_{91}^T Z_2^{-1} \bar{\Xi}_{91} d\alpha, \\ \bar{\Xi}_{91} &= Y^T \bar{\xi}(t) + Z_2 \dot{x}(\alpha), \\ \bar{\Xi}_{10} &= - \int_{t-\nu}^{t-\eta_m-\eta(t)} \Xi_{101}^T Z_2^{-1} \bar{\Xi}_{101} d\alpha, \\ \bar{\Xi}_{101} &= U^T \bar{\xi}(t) + Z_2 \dot{x}(\alpha), \\ \bar{\Xi}_{11} &= - \int_{t-\nu}^t \Xi_{111}^T M^{-1} \bar{\Xi}_{111} d\alpha, \\ \bar{\Xi}_{111} &= V^T \bar{\xi}(t) + M \dot{x}(\alpha). \end{aligned}$$

若式(17)中

$$\bar{\Xi}_1 + \bar{\Xi}_2 + \bar{\Xi}_2^T + \bar{\Xi}_3 + \bar{\Xi}_4 + \bar{\Xi}_5 + \bar{\Xi}_6 < 0 \quad (18)$$

成立, 则有

$$\dot{V}(t) + z^T(t)z(t) - \gamma^2 w^T(t)w(t) < 0. \quad (19)$$

对于任意非零有限能量扰动 $w(t) \in L_2[0, \infty)$, 对式(19)从 t_k 到 $t \in [t_k, t_{k+1})$ 两边积分, 可得

$$V(t) - V(t_k) < - \int_{t_k}^t z^T z dt + \int_{t_k}^t \gamma^2 w^T w dt.$$

由于 $V(t)$ 在 $t \in [t_0, \infty)$ 内连续, 有

$$V(t) - V(t_0) < - \int_{t_0}^t z^T z dt + \int_{t_0}^t \gamma^2 w^T w dt.$$

在零初始条件下, 若 $t \rightarrow \infty$, 则有 $\|z\|_2 < \gamma \|w\|_2$, 即系统具有 γ 扰动抑制性能.

应用 Schur 补定理, 式(18)等价于

$$\begin{bmatrix} \bar{\Xi}_1 + \bar{\Xi}_2 + \bar{\Xi}_2^T + \bar{\Xi}_3 + \bar{\Xi}_4 + \bar{\Xi}_5 & \bar{\Xi}_6 \\ * & \bar{\Xi}_7 \end{bmatrix} < 0. \quad (20)$$

其中

$$\bar{\Xi}_1 = \begin{bmatrix} \gamma_1 & 0 & P\bar{B}LK & 0 & PE \\ * & -Q & 0 & 0 & 0 \\ * & * & K^T N_2 K & 0 & 0 \\ * & * & * & -R & 0 \\ * & * & * & * & 0 \end{bmatrix},$$

$$\bar{\Xi}_2 = [X + V \ Y - X \ U - Y \ -U - V \ 0],$$

$$\bar{\Xi}_3 = \Xi_{31}^T [\eta_m Z_1 + \kappa Z_2 + \nu M] \Xi_{31},$$

$$\bar{\Xi}_{31} = [\bar{A} \ 0 \ \bar{B}LK \ 0 \ E],$$

$$\bar{\Xi}_4 = [C \ 0 \ DK \ 0 \ 0]^T [C \ 0 \ DK \ 0 \ 0],$$

$$\bar{\Xi}_5 = \text{diag}\{0 \ 0 \ 0 \ 0 \ -\gamma^2 I\},$$

$$\bar{\Xi}_6 = [X \ Y \ U \ V],$$

$$\bar{\Xi}_7 = \text{diag}\{-\eta_m^{-1} Z_1 \ -\kappa^{-1} Z_2 \ -\nu^{-1} Z_2 \ -\nu^{-1} M\}. \quad (21)$$

再次应用 Schur 补定理, 式(20)等价于

$$\begin{bmatrix} \bar{\Xi}_1 + \bar{\Xi}_2 + \bar{\Xi}_2^T + \bar{\Xi}_5 & \bar{\Xi}_6 & \Psi_1 & \Psi_3 \\ * & \bar{\Xi}_7 & 0 & 0 \\ * & * & \Psi_2 & 0 \\ * & * & * & -I \end{bmatrix} < 0. \quad (22)$$

其中

$$\begin{aligned} \Psi_1 &= \Psi_{11}^T \Psi_{12}, \quad \Psi_3 = [C \ 0 \ DLK \ 0 \ 0]^T, \\ \Psi_{11} &= [\bar{A} \ 0 \ \bar{B}LK \ 0 \ E], \quad \Psi_{12} = [Z_1 \ Z_2 \ M], \\ \Psi_2 &= \text{diag}\{-\eta_m^{-1} Z_1 \ -\kappa^{-1} Z_2 \ -\nu^{-1} M\}. \end{aligned} \quad (23)$$

式(22)可以转化为

$$\Pi = \begin{bmatrix} \bar{\Xi}_1^* + \bar{\Xi}_2 + \bar{\Xi}_2^T + \bar{\Xi}_5 & \bar{\Xi}_6 & \Psi_1 & \Psi_3 & \gamma^T \\ * & \bar{\Xi}_7 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & \Psi_2 & 0 & 0 \\ * & * & * & I & 0 \\ * & * & * & * & -N_2^{-1} \end{bmatrix}. \quad (24)$$

其中

$$\gamma = [0 \ 0 \ K \ 0 \ 0],$$

$$\bar{\Xi}_1^* = \begin{bmatrix} \gamma_1 & 0 & P\bar{B}LK & 0 & PE \\ * & -Q & 0 & 0 & 0 \\ * & * & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & -R & 0 \\ * & * & * & * & 0 \end{bmatrix}.$$

若用 Γ 表示不含不确定性的 $\bar{\Xi}$, $\Delta\Gamma$ 表示含不确定性的 $\bar{\Xi}$, 则有 $\bar{\Xi} = \Gamma + \Delta\Gamma$, 其中

$$\Delta\Gamma = \Phi_1^T F(t) \Phi_2 + \Phi_2^T F^T(t) \Phi_1,$$

$$\Psi_1 = [A \ 0 \ BLK \ 0 \ E]^T [Z_1 \ Z_2 \ M],$$

$$\Psi_2 = \text{diag}\{-\eta_m^{-1} Z_1 \ -\kappa^{-1} Z_2 \ -\nu^{-1} M\},$$

$$\Phi_1 = [\Omega_1^T \ 0 \ \Omega_2^T \ 0], \quad \Omega_1 = [G^T \ P^T \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T,$$

$$\Omega_2 = [G^T Z_1 \ G^T Z_2 \ G^T M]^T, \quad \Phi_2 = [\Omega_3 \ 0 \ 0 \ 0],$$

$$\Omega_3 = [E_1 \ 0 \ E_2 LK \ 0 \ 0].$$

可得

$$\Gamma + \Phi_1^T F(t) \Phi_2 + \Phi_2^T F^T(t) \Phi_1 < 0. \quad (25)$$

使用引理2可得

$$\Gamma + \varepsilon \Phi_1^T \Phi_1 + \varepsilon^{-1} \Phi_2^T \Phi_2 < 0. \quad (26)$$

使用 Schur 补定理, 可得

$$\begin{bmatrix} \Gamma & \Phi_1^T & \Phi_2^T \\ * & -\varepsilon^{-1} I & 0 \\ * & * & -\varepsilon I \end{bmatrix} < 0. \quad (27)$$

定义

$$J_0 = \text{diag}\{J_1 \ J_2 \ J_3 \ I \ I\},$$

$$J_1 = J_2 = \text{diag}\{P^{-1} \ P^{-1} \ P^{-1} \ P^{-1} \ I\},$$

$$J_3 = \text{diag}\{Z_1^{-1} \ Z_2^{-1} \ M^{-1}\}.$$

利用 J_0 对式(24)进行合同变换, 令

$$\bar{P} = P^{-1}, \quad \bar{M} = M^{-1}, \quad \bar{Z}_1 = Z_1^{-1}, \quad \bar{Z}_2 = Z_2^{-1},$$

$$\bar{K} = KP^{-1}, \quad \bar{R} = P^{-1}RP^{-1}, \quad \bar{Q} = P^{-1}QP^{-1},$$

$$[\bar{X} \ \bar{Y} \ \bar{U} \ \bar{V}] = J_1 [X \ Y \ U \ V] J_2.$$

得到

$$\begin{bmatrix} \Pi & \Pi_3 & \Pi_5 & \Pi_7 & \Pi_8 & \Pi_9 & \Pi_{11} \\ * & \Pi_4^* & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & \Pi_6 & 0 & 0 & \Pi_{10} & 0 \\ * & * & * & -I & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -N_2^{-1} & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & -\varepsilon I & 0 \\ * & * & * & * & * & * & -\varepsilon I \end{bmatrix} < 0, \quad (28)$$

其中

$$\begin{aligned} \Pi_4^* = & \text{diag}\{-\eta_m^{-1}\bar{P}\bar{Z}_1^{-1}\bar{P} - \kappa^{-1}\bar{P}\bar{Z}_2^{-1}\bar{P} \rightarrow \\ & \leftarrow -\nu^{-1}\bar{P}\bar{Z}_2^{-1}\bar{P} - \nu^{-1}\bar{P}\bar{M}^{-1}\bar{P}\}. \end{aligned}$$

若以上条件可行, 则式 (2) 中的控制器增益矩阵满足

$$K = \bar{K}\bar{P}^{-1}. \quad (29)$$

由于式 (24) 中仍存在非线性项 $\bar{P}\bar{Z}_i^{-1}\bar{P}$ ($i = 1, 2$) 和 $\bar{P}\bar{M}^{-1}\bar{P}$, 注意到 \bar{Z}_i 和 \bar{M} 是正定对称阵, 有

$$\begin{aligned} (\bar{Z}_i - \bar{P})\bar{Z}_i^{-1}(\bar{Z}_i - \bar{P}) & \geq 0, \\ (\bar{M} - \bar{P})\bar{M}^{-1}(\bar{M} - \bar{P}) & \geq 0. \end{aligned} \quad (30)$$

式 (30) 可以转化为

$$-\bar{P}\bar{Z}_i^{-1}\bar{P} \leq \bar{Z}_i - 2\bar{P}, \quad -\bar{P}\bar{M}^{-1}\bar{P} \leq \bar{M} - 2\bar{P}. \quad (31)$$

合并式 (28) 和 (31) 便得到 (10). \square

注 2 定理 1 中包括了有关的时延属性, 如最大丢包数目 $\bar{\delta}$, 时延下界 η_m , 总时延上界 ν 以及时变时延上界 κ 等所有信息, 结果是时滞依赖的, 尤其是时延下界 η_m 的引入可减少保守性^[15].

注 3 定理 1 证明中保留了 $\dot{V}_4(t)$ 中的

$$\int_{t-\nu}^{t-\eta_m-\eta(t)} \dot{X}^T(\alpha)Z_2\dot{x}(\alpha)d\alpha$$

项, 同时证明过程未进行模型转换, 也无需进行交叉项的放大处理, 另外, 自由权矩阵变量的引入减少了结果的保守性^[17].

定理 1 得出的结果是一个次优容错保性能控制器, 由于不同的控制律对应不同的保性能指标上界, 下面给出最小鲁棒 H_∞ 保性能指标上界及最小扰动抑制率 γ 的优化方法, 进而给出最优鲁棒 H_∞ 保性能容错控制器的设计方法.

1) 保性能性能指标的优化.

在实际应用中, 解如下具有 LMI 约束的凸优化问题可获得闭环系统 (8) 的最小性能指标上界:

$$\begin{aligned} \min_{\varepsilon, \bar{\delta}, \gamma, \eta_m, \eta_M} \quad & \sigma + \text{tr}(W_1) + \text{tr}(W_2) + \text{tr}(W_3) + \\ & \text{tr}(W_4) + \text{tr}(W_5); \\ \text{s.t. a) LMI(10), b) } & \begin{bmatrix} -\sigma I & x^T(0) \\ * & -\bar{P} \end{bmatrix} < 0, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } & \begin{bmatrix} -W_1 & \theta_1^T \\ * & -\bar{Q} - \bar{P} - \bar{P}^T \end{bmatrix} < 0, \\ \text{d) } & \begin{bmatrix} -W_2 & \theta_2^T \\ * & \bar{R} - \bar{P} - \bar{P}^T \end{bmatrix} < 0, \\ \text{e) } & \begin{bmatrix} -W_3 & \theta_3^T \\ * & -\bar{Z}_1 \end{bmatrix} < 0, \quad \text{f) } \begin{bmatrix} -W_4 & \theta_4^T \\ * & -\bar{Z}_2 \end{bmatrix} < 0, \\ \text{g) } & \begin{bmatrix} -W_5 & \theta_5^T \\ * & -\bar{M} \end{bmatrix} < 0. \end{aligned} \quad (32)$$

其中

$$\begin{aligned} \theta_1 \theta_1^T &= \int_{-\eta_m}^0 x^T(s)Qx(s)ds, \\ \theta_2 \theta_2^T &= \int_{-\nu}^0 x^T(s)Rx(s)ds, \\ \theta_3 \theta_3^T &= \int_{-\eta_m}^0 \int_{\beta}^0 \dot{x}^T(\alpha)Z_1\dot{x}(\alpha)d\alpha d\beta, \\ \theta_4 \theta_4^T &= \int_{-\nu}^{-\eta_m} \int_{\beta}^0 \dot{x}^T(\alpha)Z_2\dot{x}(\alpha)d\alpha d\beta, \\ \theta_5 \theta_5^T &= \int_{-\nu}^0 \int_{\beta}^0 \dot{x}^T(\alpha)M\dot{x}(\alpha)d\alpha d\beta. \end{aligned} \quad (33)$$

因为

$$\begin{aligned} x^T(0)\bar{P}^{-1}x(0) &= \text{tr}(x^T(0)x(0)\bar{P}^{-1}), \\ \theta_1 \theta_1^T &= \int_{-\eta_m}^0 x^T(s)Qx(s)ds = \\ & \int_{-\eta_m}^0 \text{tr}(x^T(s)x(s)Q)ds = \\ & \int_{-\eta_m}^0 \text{tr}(x^T(s)x(s)\bar{P}^{-T}\bar{Q}\bar{P}^{-1})ds = \\ & \text{tr}\{\theta_1\bar{P}^{-T}\bar{Q}\bar{P}^{-1}\theta_1^T\}, \\ \theta_2 \theta_2^T &= \int_{-\nu}^0 x^T(s)Rx(s)ds = \\ & \int_{-\nu}^0 \text{tr}(x^T(s)x(s)R)ds = \\ & \int_{-\nu}^0 \text{tr}(x^T(s)x(s)\bar{P}^{-T}\bar{R}\bar{P}^{-1})ds = \\ & \text{tr}\{\theta_2\bar{P}^{-T}\bar{R}\bar{P}^{-1}\theta_2^T\}, \\ \theta_3 \theta_3^T &= \int_{-\eta_m}^0 \int_{\beta}^0 \dot{x}^T(\alpha)Z_1\dot{x}(\alpha)d\alpha d\beta = \\ & \int_{-\eta_m}^0 \int_{\beta}^0 \text{tr}(\dot{x}^T(\alpha)\dot{x}(\alpha)\bar{Z}_1^{-1})d\alpha d\beta = \\ & \text{tr}\{\theta_3\bar{Z}_1^{-1}\theta_3^T\}, \\ \theta_4 \theta_4^T &= \int_{-\nu}^{-\eta_m} \int_{\beta}^0 \dot{x}^T(\alpha)Z_2\dot{x}(\alpha)d\alpha d\beta = \\ & \int_{-\nu}^{-\eta_m} \int_{\beta}^0 \text{tr}(\dot{x}^T(\alpha)\dot{x}(\alpha)\bar{Z}_2^{-1})d\alpha d\beta = \\ & \text{tr}\{\theta_4\bar{Z}_2^{-1}\theta_4^T\}, \\ \theta_5 \theta_5^T &= \int_{-\nu}^0 \int_{\beta}^0 \dot{x}^T(\alpha)M\dot{x}(\alpha)d\alpha d\beta = \\ & \int_{-\nu}^0 \int_{\beta}^0 \text{tr}(\dot{x}^T(\alpha)\dot{x}(\alpha)\bar{M}^{-1})d\alpha d\beta = \\ & \text{tr}\{\theta_5\bar{M}^{-1}\theta_5^T\}. \end{aligned}$$

假设存在标量 σ 及矩阵 W_1, W_2, W_3, W_4, W_5 , 考虑到

$$\begin{aligned} \bar{Q} - \bar{P} - \bar{P}^T &> -\bar{P}^T \bar{Q}^{-1} \bar{P}, \\ \bar{R} - \bar{P} - \bar{P}^T &> -\bar{P}^T \bar{R}^{-1} \bar{P}, \end{aligned}$$

使用 Schur 补有

$$\begin{aligned} x^T(0)\bar{P}^{-1}x(0) < \sigma, \theta_1\bar{P}^{-T}\bar{Q}\bar{P}^{-1}\theta_1^T < W_1, \\ \theta_2\bar{P}^{-T}\bar{R}\bar{P}^{-1}\theta_2^T < W_2, \theta_3\bar{Z}_1^{-1}\theta_3^T < W_3, \\ \theta_4\bar{Z}_2^{-1}\theta_4^T < W_4, \theta_5\bar{M}^{-1}\theta_5^T < W_5. \end{aligned}$$

所以有

$$\begin{aligned} \bar{J} = \bar{J}^* = \sigma + \text{tr}(W_1) + \text{tr}(W_2) + \text{tr}(W_3) + \\ \text{tr}(W_4) + \text{tr}(W_5). \end{aligned}$$

进而得到式(32).

2) 最小扰动抑制率 γ 的优化.

对于系统(8)和性能指标(9), 令 $\alpha = \gamma^2$, 如果以下优化问题成立:

$$\begin{aligned} \min_{\varepsilon, \bar{\delta}, \eta_m, \eta_M} \alpha; \\ \text{s.t. 式(10), } \bar{P} > 0, \bar{R} > 0, \bar{Q} \geq 0, \bar{Z}_1 \geq \bar{Z}_2 \geq 0, \\ \bar{M} > 0, \bar{X} \geq 0, \bar{Y} \geq 0, \bar{U} \geq 0, \bar{V} \geq 0. \end{aligned} \quad (34)$$

则可获得闭环系统(8)在符合保性能控制条件下系统的最小扰动抑制率 $\gamma_{\min} = \sqrt{\alpha}$.

3.2 传感器失效故障时 NCS 鲁棒 H_∞ 保性能容错设计

考虑传感器可能发生失效故障的情形, 引入开关矩阵 Φ , 并将它放在输入矩阵和反馈增益矩阵之间, 其形式为 $F = \text{diag}\{f_1, f_2, \dots, f_n\}$. 其中: $F \in \Phi$, Φ 为传感器开关矩阵 F 对角元素任取 0 或 1 的各种组合的对角阵集合 ($F = 0$ 除外), 表示所有可能的传感器失效故障模式的集合; f_i 满足

$$f_i = \begin{cases} 1, & \text{第 } i \text{ 个传感器正常;} \\ 0, & \text{第 } i \text{ 个传感器失效.} \end{cases} \\ i = 1, 2, \dots, n.$$

则不确定 NCFS 为

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \bar{A}x(t) + \bar{B}KFx(t - \eta_m - \eta(t)) + Ew(t), \\ z(t) &= Cx(t)DKx(t - \eta_m - \eta(t)), \\ t_k &\leq t < t_{k+1}. \end{aligned} \quad (35)$$

针对传感器失效故障, 鲁棒 H_∞ 保性能容错控制的设计目标为: 寻求状态反馈增益 K , 使得系统(35)满足条件 a)~c).

定理 2 考虑 NCFS (35), 对于给定的传感器故障模式矩阵 $F \in \Phi$ 和可接受的系统参数不确定性, 当外部有扰时, 给定常数 $\varepsilon > 0, \gamma > 0, \eta_m, \eta_M$ 和 $\bar{\delta}$, 如果存在正定对称矩阵 $\bar{P}, \bar{R}, \bar{M}, \bar{Z}_1 \geq \bar{Z}_2$, 半正定对称矩阵 \bar{Q} 和矩阵 $\bar{X}, \bar{Y}, \bar{U}, \bar{V}$ 满足

$$\begin{bmatrix} \Pi^* & \Pi_3 & \Pi_5 & \Pi_7 & \Pi_8 & \Pi_9 & \Pi_{11}^* \\ * & \Pi_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & \Pi_6 & 0 & 0 & \Pi_{10} & 0 \\ * & * & * & -I & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -N_2^{-1} & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & -\varepsilon I & 0 \\ * & * & * & * & * & * & -\varepsilon I \end{bmatrix} < 0, \quad (36)$$

则状态反馈(6)是一个使不确定 NCFS(35)具有鲁棒 H_∞ 保性能容错控制律, 控制器增益可通过 $K = \bar{K}\bar{P}^{-1}$ 求得, 相应的系统性能指标上界为 \bar{J} . 其中

$$\begin{aligned} \Pi^* &= \Pi_1^* + \Pi_2 + \Pi_2^T + \Xi_5, \\ \Pi_1^* &= \begin{bmatrix} \bar{\gamma}_1 & 0 & B\bar{K}F & 0 & E \\ * & -\bar{Q} & 0 & 0 & 0 \\ * & * & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & -\bar{R} & 0 \\ * & * & * & * & 0 \end{bmatrix}, \\ \Pi_5^* &= [A\bar{P} \ 0 \ B\bar{K}F \ 0 \ E]^T [I \ I \ I], \\ \Pi_{11}^* &= [E_1\bar{P} \ 0 \ E_2\bar{K}F \ 0 \ 0]^T. \end{aligned}$$

定理 2 的证明过程与定理 1 类似, 得出的结论仍是一次优鲁棒保性能容错控制器, 其最优鲁棒 H_∞ 保性能容错控制器的设计及最小抑制率 γ 的优化方法分别与式(32)和(34)类似, 此处不再赘述.

4 仿真算例

考虑具有参数不确定的 NCS(1), 采用文献[7]中的模型数据, 有

$$\begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} -1.3 & -0.5 \\ 0.7 & -1.8 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 0.5 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \\ C &= \begin{bmatrix} 0.9 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \\ E_1 &= \begin{bmatrix} 0 & 0.2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, E_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0.2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, E = \begin{bmatrix} -0.4 \\ 0 \end{bmatrix}, \\ G &= \begin{bmatrix} 0.4 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, F(t) = \begin{bmatrix} \sin t & 0 \\ 0 & \cos t \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

假设扰动信号为

$$w(t) = \begin{cases} \cos(2\pi t) \exp(-0.2t), & 5 \leq t < 10 \text{ s;} \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases}$$

取系统的初始状态为 $x(0) = [1 \ 1]^T$. 假设采样周期为 $h = 0.1 \text{ s}, \eta_m = 0.1 \text{ s}, \eta_M = 0.4 \text{ s}, \bar{\delta} = 2$. 针对执行器正常及失效故障情形, $L_0 = \text{diag}\{1, 1\}, L_1 = \text{diag}\{0, 1\}, L_2 = \text{diag}\{1, 0\}$ 分别表示执行器正常、执行器 1 和执行器 2 发生完全失效故障. 引入状态反馈控制律(6), 根据定理 2, 取 $\varepsilon = 1, \gamma = 0.9$, 给定加权矩阵 $N_1 = \text{diag}\{1, 1\}, N_2 = \text{diag}\{1, 1\}$. 利用 Matlab 中的 LMIs 工具箱, 通过求解式(10)得到次优鲁棒 H_∞ 保性能容错

控制器为

$$K_a = \begin{bmatrix} -0.4234 & 0.0678 \\ -0.0635 & -0.3460 \end{bmatrix}$$

通过求解优化问题 (32), 可得到最优鲁棒 H_∞ 保性能容错控制器为

$$K_a^* = \begin{bmatrix} -0.4122 & 0.0771 \\ -0.0671 & -0.3253 \end{bmatrix}$$

相应的闭环系统的最优性能指标为 $\bar{J}_a^* = 16.0093$. 求解凸优化问题 (34) 可得到扰动抑制律 γ 的最小值为 $\gamma_{\min}^a = 0.0455$.

针对传感器正常及失效故障情形, $F_0 = \text{diag}\{1, 1\}$, $F_1 = \text{diag}\{0, 1\}$, $F_2 = \text{diag}\{1, 0\}$ 分别表示传感器正常、传感器 1 和传感器 2 发生完全失效故障. 仍取 $\varepsilon = 1$, 其他网络参数不变, 通过求解式 (36), 可得到次优鲁棒 H_∞ 保性能容错控制器为

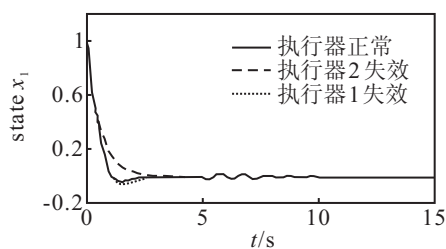
$$K_s = \begin{bmatrix} -0.4044 & 0.1276 \\ -0.0190 & -0.3033 \end{bmatrix}$$

通过优化求得最优鲁棒 H_∞ 保性能容错控制器为

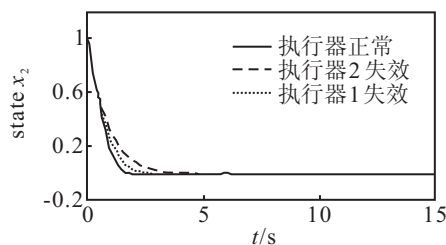
$$K_s^* = \begin{bmatrix} -0.3623 & 0.1871 \\ 0.0364 & -0.2376 \end{bmatrix}$$

相应的闭环系统的性能指标为 $\bar{J}_s^* = 14.2827$. 通过优化得到扰动抑制律 γ 的最小值为 $\gamma_s^* = 0.0495$. 采用次优控制器仿真, 在执行器或传感器正常与不同故障模式下的 NCS 状态响应曲线如图 2 和图 3 所示.

由仿真结果可以看出, 在执行器或传感器发生失效故障时, 即使存在外界扰动, NCS 仍能保持渐近稳定, 有效抑制外部有限能量的扰动对系统的影响, 而且具有良好的性能. 这表明文中所述方法对于具有时变时延和丢包的不确定 NCS 在执行器或传感器发生失效故障时具有鲁棒 H_∞ 保性能容错能力.

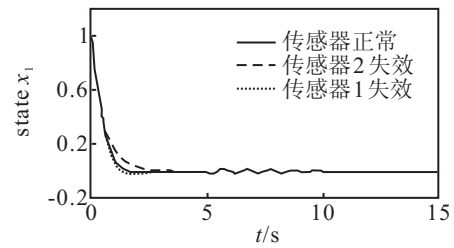


(a) 状态 $x_1(t)$ 的响应

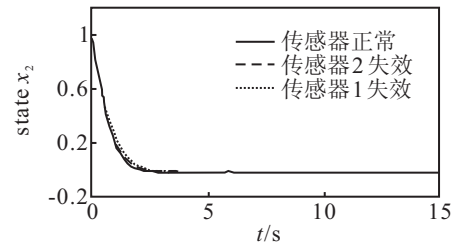


(b) 状态 $x_2(t)$ 的响应

图 2 执行器失效故障情况下系统状态的响应



(a) 状态 $x_1(t)$ 的响应



(b) 状态 $x_2(t)$ 的响应

图 3 传感器失效故障情况下系统状态的响应

5 结 论

本文针对具有时变时延和丢包的 NCS, 同时考虑模型参数不确定性和外界扰动的影响, 基于状态多时延模型, 在执行器或传感器故障情形下, 采用时滞依赖的方法, 通过构造 Lyapunov-Krasovskii 泛函, 得到了保守性较小的鲁棒 H_∞ 保性能完整性的时滞依赖充分条件. 并以求解具有 LMIs 约束的凸优化问题, 给出了最优鲁棒 H_∞ 保性能容错控制器的优化设计方法. 由于证明过程未进行模型转换, 无需进行交叉项放大处理, 且模型考虑了时延下界, 引入了适当的自由权矩阵变量, 使得其结果具有较少保守性. 仿真实例验证了本文所提方法的有效性.

参考文献(References)

- [1] Zhang Y M, Jiang J. Bibliographical review on reconfigurable fault-tolerant control systems[J]. Annual Reviews in Control, 2008, 32(1): 229-252.
- [2] Zhang W, Branicky M, Phillips S. Stability of networked control systems[J]. IEEE Control Systems Magazine, 2001, 21(1): 84-99.
- [3] Walsh G C, Hong Y, Bushnell L. Stability analysis of networked control systems[J]. IEEE Trans on Control Systems Technology, 2002, 10(3): 438-446.
- [4] Fang H J, Ye H, Zhong M Y. Fault diagnosis of networked control systems[J]. Annual Reviews in Control, 2007, 31(1): 55-68.
- [5] 郑英, 方华京. 不确定网络控制系统的鲁棒容错控制[J]. 西安交通大学学报, 2004, 38(8): 804-807. (Zheng Y, Fang H J. Robust fault tolerant control of networked control system with time-varying delays[J]. J of Xi'an Jiaotong University, 2004, 38(8): 804-807.)
- [6] 霍志红, 方华京. 一类随机时延网络控制系统的容错控制研究[J]. 信息与控制, 2006, 35(5): 584-587.

- (Huo Z H, Fang H J. Fault-tolerant control of networked control systems with random time-delays[J]. *Information and Control*, 2006, 35(5): 584-587.)
- [7] 郭一楠, 张芹英, 巩敦卫, 等. 一类时变时延网络控制系统的鲁棒容错控制[J]. *控制与决策*, 2008, 23(6): 689-692.
- (Guo Y N, Zhang Q Y, Gong D W, et al. Robust fault-tolerant control of networked control systems with time-varying delays[J]. *Control and Decision*, 2008, 23(6): 689-692.)
- [8] 黎焯, 吴晓蓓, 王玉龙, 等. 时变采样周期网络化控制系统的鲁棒容错控制器设计[J]. *控制与决策*, 2009, 24(12): 1890-1894.
- (Li X, Wu X B, Wang Y L, et al. Robust fault-tolerant controller design of networked control systems under variable-period sampling[J]. *Control and Decision*, 2009, 24(12): 1890-1894.)
- [9] 黄鹤, 韩笑冬, 谢德晓, 等. 网络控制系统的鲁棒 H_∞ 容错控制器设计[J]. *东南大学学报: 自然科学版*, 2008, 38(1): 185-189.
- (Huang H, Han X D, Xie X D, et al. Robust fault-tolerant controller design for networked control system[J]. *J of Southeast University: Natural Science Edition*, 2008, 38(1): 185-189.)
- [10] 谢德晓, 张登峰, 韩笑冬, 等. 执行器故障情况下网络控制系统 H_∞ 容错控制[J]. *华中科技大学学报: 自然科学版*, 2009, 37(1): 18-22.
- (Xie X D, Zhang D F, Han X D, et al. Fault-tolerant control for networked control system in the case of actuator fault[J]. *J of Huazhong University of Science and Technology: Natural Science Edition*, 2009, 37(1): 18-22.)
- [11] 李炜, 李亚洁. 不确定网络化控制系统的保性能鲁棒容错控制[J]. *系统仿真学报*, 2009, 21(23): 7544-7548.
- (Li W, Li Y J. Robust guaranteed cost fault tolerant control for networked control systems with uncertainty[J]. *J of System Simulation*, 2009, 21(23): 7544-7548.)
- [12] 谢晓德, 黄鹤, 韩笑冬, 等. 具有数据包丢失的网络控制系统的保成本容错控制[J]. *信息与控制*, 2009, 38(2): 199-205.
- (Xie X D, Huang H, Han X D, et al. Guaranteed cost fault-tolerant control for Networked control systems with data packet dropout[J]. *Information and Control*, 2009, 38(2): 199-205.)
- [13] 朱灵波, 戴冠中, 康军, 等. 具有传感器故障的网络控制系统保性能可靠控制[J]. *控制与决策*, 2009, 24(7): 1050-1054.
- (Zhu L B, Dai G Z, Kang J, et al. Guaranteed cost fault-tolerant control of networked control systems with sensor failure[J]. *Control and Decision*, 2009, 24(7): 1050-1054.)
- [14] Lam J, Gao H, Wang C. Stability analysis for continuous systems with two additive time-varying delay components[J]. *Systems Control Letters*, 2007, 56(1): 16-24.
- [15] Gao H J, Chen T W, Lam James. A new delay system approach to network-based control[J]. *Automatica*, 2008, 44(1): 39-52.
- [16] Gemain G, Jacques B, Denis A. Robust stabilization of discrete-time linear systems with norm-bounded time-varying uncertainty[J]. *IEEE Trans on Systems and Control Letters*, 1994, 22(5): 327-339.
- [17] 吴敏, 何勇. 时滞系统鲁棒控制——自由权矩阵方法[M]. 北京: 科学出版社, 2008: 9-12.
- (Wu M, He Y. Robust control for time-delay systems — Free-weighting matrices method[M]. Beijing: Sciences Press, 2008: 9-12.)

(上接第1767页)

- [15] Rohleder T R, Scudder G D. Comparing performance measures in dynamic job shops: Economics vs time[J]. *Int J of Production Economics*, 1993, 32(2): 169-183.
- [16] 周泓, 李政道, 吴学静. 一种求解变速机调度问题的混合蚁群优化算法[J]. *计算机集成制造系统*, 2008, 14(9): 1733-1741.
- (Zhou H, Li Z D, Wu X J. Hybrid ant colony optimization algorithm for unrelated parallel machine scheduling problem[J]. *Computer Integrated Manufacturing Systems*, 2008, 14(9): 1733-1741.)
- [17] Dorigo M, Stutzle T. *Ant colony optimization*[M]. Cambridge: MIT Press, 2004.
- [18] 刘晓霞, 蔡刚毅, 谢里阳. 双资源作业车间双目标调度优化研究[J]. *组合机床与自动化加工技术*, 2009(10): 107-111.
- (Liu X X, Cai G Y, Xie L Y. Research on bi-objective scheduling optimization for DRC job shop[J]. *Modular Machine Tool & Automatic Manufacturing Technique*, 2009(10): 107-111.)
- [19] 孙志峻, 朱剑英. 双资源作业车间智能优化调度[J]. *东南大学学报: 自然科学版*, 2005, 35(3): 376-381.
- (Sun Z J, Zhu J Y. Intelligent optimization for job shop scheduling of dual-resources[J]. *J of Southeast University: Natural Science Edition*, 2005, 35(3): 376-381.)