

文章编号: 1001-0920(2011)08-1187-05

## 基于小波隐马尔可夫模型的控制过程异常数据检测方法

刘芳<sup>a</sup>, 毛志忠<sup>a,b</sup>

(东北大学 a. 信息科学与工程学院, b. 流程工业综合自动化教育部重点实验室, 沈阳 110819)

**摘要:** 针对小波异常信号检测原理的局限性, 提出了适用于过程数据的基于小波隐马尔可夫模型(W-HMM)的异常数据检测方法. 首先在一定尺度下对检测信号进行分解, 将频率组分不同于其他大部分信号的信号作为异常信号; 然后通过计算待检测信号的小波系数与正常信号小波系数的相似概率, 并利用求得隐马尔可夫模型(HMM)最优状态链的Viterbi算法对数据进行最终判断; 最后通过数值验证和应用表明了所提出的检测算法的有效性和实用性.

**关键词:** 异常数据检测; 改进递推小波算法; 隐马尔可夫模型; 过程数据

中图分类号: TP206

文献标识码: A

## Outlier detection for control process data based on wavelet-HMM methods

LIU Fang<sup>a</sup>, MAO Zhi-zhong<sup>a,b</sup>

(a. College of Information Science and Engineering, b. Key Laboratory of Integrated Automation of Process Industry of Ministry of Education, Northeastern University, Shenyang 110819, China. Correspondent: LIU Fang, E-mail: liufang19830311@163.com)

**Abstract:** According to the limitation of the principle of outlier detection based on wavelet, this paper proposes an outlier detection method called wavelet-hidden Markov model(W-HMM) algorithm. In this algorithm, the signal is decomposed under some scale, and when the wavelet decompositions of the signal are different from the most other wavelet decompositions, the signal can be seen as potential outlier. Aiming to make further accurate judgement, and by calculating the similarity probability between the wavelet coefficient of this signal and that of normal signal, the final confirming is obtained by using Viterbi algorithm which is applied to HMM. Finally, experimentation and application show the effectiveness and practicality of the proposed detection method.

**Key words:** outliers detection; improved recursive wavelet transform; HMM; process data

### 1 引言

控制工业中的过程数据能够反映整体控制系统的实时情况, 因此基于过程数据的模型参数辨识、过程监测、故障诊断以及终点预测等方法被广泛运用. 然而由于现场环境复杂以及传感器故障等因素, 使得过程数据中难免存在一些错误数据, 这将直接影响上述基于数据的分析方法的准确性. 因此, 控制过程数据的异常检测工作显得尤为重要.

在数学上, 对“异常”可定义为: 函数幅值或导数的突变, 用 Lipschitz 指数来描述, 即 Lipschitz 指数越小, 异常的可能性越大<sup>[1]</sup>. Mallat<sup>[2]</sup>于 1992 年建立了 Lipschitz 指数与小波系数的关系, 并以此提出小波变

换的模极大值异常数据检测原理, 随后被广泛应用于各个领域<sup>[3-4]</sup>. 然而对于控制过程数据, 由于其在初始调节过程中波动严重, 如果仅通过幅值或导数突变来判断信号的异常并不合适. 另外小波变换的模极大值原理认为白噪声为处处异常的信号<sup>[5]</sup>, 即白噪声和异常数据的 Lipschitz 指数均小于零, 表现出相同的特性(随着尺度的增大, 模极大值减小). 因此采用 Mallat 的小波变换模极大值原理不易区分噪声信号和异常信号.

针对现有小波方法的不足, 本文提出一种基于 W-HMM(wavelet-hidden Markov model)的控制过程异常数据检测方法. 该方法不同于 Mallat 的模极大值

收稿日期: 2010-06-09; 修回日期: 2010-08-11.

基金项目: 国家863计划项目(2007AA04Z194, 2007AA041401).

作者简介: 刘芳(1983-), 女, 博士生, 从事工业过程数据异常检测的研究; 毛志忠(1961-), 男, 教授, 博士生导师, 从事复杂系统的建模优化及控制等研究.

原理的思想(即根据数据幅值或导出突变来判断数据异常情况以及模极大值随尺度变化的特征),而是利用小波变换的基本特点来检测异常数据,从而避免了模极大值原理方法难以区分噪声和异常数据的问题.为了避免事先设定检测阈值,该方法利用求解 HMM 最优状态隐链的 Viterbi 算法,得到异常数据的检测结果<sup>[6]</sup>.考虑到过程数据的数据量大,需要实时检测等特点,本文采用能够在线运行的改进递推小波分解算法(IRWT),从而保证了检测过程的实时性.通过验证与应用可以看出,基于 W-HMM 的异常数据检测方法能够准确检测出过程数据中的异常值,从而表明了该方法的有效性和实用性.

## 2 小波 HMM 异常数据检测方法

基于 W-HMM 的检测算法的思想是,利用小波变换能够同时对信号进行时间和频率上描述的特点,对待检测数据进行一定频率下的小波分解;然后根据分解后的小波系数变化情况判断数据的异常.该算法认为正常信号应由固定频率的几个信号叠加而成<sup>[7]</sup>,其小波系数应在一定范围内波动;当信号出现异常时,小波系数也会随之变化,因此可通过监测小波系数的变化来判断数据的异常情况.根据这一思想,W-HMM 检测算法首先对待检测数据进行一定尺度下的小波分解,然后利用高斯函数检测该小波系数与正常数据小波系数的相似程度,最后通过 Viterbi 算法求出代表数据异常情况的 HMM 状态隐链.整个检测过程无须设定检测阈值,可以在线检测,且计算量小.

### 2.1 改进递推小波算法

1996 年 Chaari 等人<sup>[8]</sup>提出了阻尼小波,其形式为

$$\Psi_{\text{Chaari}}(t) = \left(1 + \sigma|t| + \frac{\sigma^2}{2}t^2\right)e^{-\sigma|t|}e^{i\omega_0 t}. \quad (1)$$

其中:  $\sigma = 2\pi/\sqrt{3}$ ;  $\omega_0 = 2\pi$ , 此时  $\Psi_{\text{Chaari}}(0) = 0$ , 保证基本小波满足容许性条件.

由于基于该小波的递推小波变换算法是由正变换  $W_s^+(kT, f)$  和反向变换  $W_s^-(kT, f)$  组合构成的,其中反向变换需要利用未来时刻的小波系数,计算量较大.对此,文献[9]提出了改进递推小波变换算法.

定义函数

$$\Psi_1(t) = \left(\frac{\sigma^3 t^3}{3} - \frac{\sigma^4 t^4}{6} + \frac{\sigma^5 t^5}{15}\right)e^{(-\sigma+i\omega_0)t}u(t). \quad (2)$$

令  $\Psi(t) = \Psi_1^*(-t)$  为基波,即

$$\Psi(t) = \left(-\frac{\sigma^3 t^3}{3} - \frac{\sigma^4 t^4}{6} - \frac{\sigma^5 t^5}{15}\right)e^{(\sigma+i\omega_0)t}u(-t). \quad (3)$$

其中: \* 表示共轭,选择  $\sigma = 2\pi/\sqrt{3}$ ,  $\omega_0 = 2\pi$ , 此时  $\Psi(0) = 0$ , 保证基本小波满足容许性条件.

根据式(3),将信号  $x(t)$  分解并离散化后为

$$W_{x,\psi}(f, kT) =$$

$$\begin{aligned} & \sqrt{fT} \sum_{n=1}^{\infty} x(nT) \Psi^*(f(nT - kT)) = \\ & \sqrt{fT} \sum_{n=1}^{\infty} x(nT) \Psi_1(f(kT - nT)). \end{aligned} \quad (4)$$

式(4)表示成卷积形式为

$$W_{x,\psi}(f, kT) = T\sqrt{f}(x(nT) * \Psi_1(fnT)). \quad (5)$$

其中:  $T$  为采样周期,  $k$  和  $n$  为整数标记,  $f$  为尺度的倒数.式(5)的  $Z$  变换可将卷积形式变成乘积形式,即

$$W_{x,\psi}(Z) = T\sqrt{f}(x(Z) \cdot \Psi_1(Z)), \quad (6)$$

其中  $\Psi_1(Z)$  可表示为

$$\begin{aligned} \Psi_1(Z) = & \frac{\delta_1 Z^{-1} + \delta_2 Z^{-2} + \delta_3 Z^{-3} + \delta_4 Z^{-4} + \delta_5 Z^{-5}}{\lambda_1 Z^{-1} + \lambda_2 Z^{-2} + \lambda_3 Z^{-3} + \lambda_4 Z^{-4} + \lambda_5 Z^{-5} + \lambda_6 Z^{-6}}. \end{aligned} \quad (7)$$

式中

$$\begin{aligned} a &= e^{-fT(\sigma - i\omega_0)}, \\ \delta_1 &= \left[\frac{(\sigma fT)^3}{3} - \frac{(\sigma fT)^4}{6} + \frac{(\sigma fT)^5}{15}\right]a, \\ \delta_2 &= \left[\frac{(\sigma fT)^3}{3}2 - \frac{(\sigma fT)^4}{3}5 + \frac{(\sigma fT)^5}{15}26\right]a^2, \\ \delta_3 &= \left[\frac{(\sigma fT)^3}{3}(-6) - \frac{(\sigma fT)^4}{5}22\right]a^3, \\ \delta_4 &= \left[\frac{(\sigma fT)^3}{3}2 + \frac{(\sigma fT)^4}{3}5 + \frac{(\sigma fT)^5}{15}26\right]a^4, \\ \delta_5 &= \left[\frac{(\sigma fT)^3}{3} + \frac{(\sigma fT)^4}{6} + \frac{(\sigma fT)^5}{15}\right]a^5, \\ \lambda_1 &= -6a, \lambda_2 = 15a^2, \lambda_3 = -20a^3, \\ \lambda_4 &= 15a^4, \lambda_5 = -6a^5, \lambda_6 = a^6, \end{aligned}$$

将式(7)代入(6)可得

$$\begin{aligned} & W_{x,\psi}(Z)(\lambda_1 Z^{-1} + \lambda_2 Z^{-2} + \lambda_3 Z^{-3} + \\ & \lambda_4 Z^{-4} + \lambda_5 Z^{-5} + \lambda_6 Z^{-6}) = \\ & \sqrt{fT}x(Z)(\delta_1 Z^{-1} + \delta_2 Z^{-2} + \delta_3 Z^{-3} + \\ & \delta_4 Z^{-4} + \delta_5 Z^{-5}). \end{aligned} \quad (8)$$

将式(8)转换成离散形式,即为改进递推小波分解的公式

$$\begin{aligned} & W_{x,\psi}(kT, f) = \\ & \sqrt{fT}\{\delta_1 x[(k-1)T, f] + \\ & \delta_2 x[(k-2)T, f] + \delta_3 x[(k-3)T, f] + \\ & \delta_4 x[(k-4)T, f] + \delta_5 x[(k-5)T, f]\} - \\ & \lambda_1 W_{x,\psi}[(k-1)T, f] - \lambda_2 W_{x,\psi}[(k-2)T, f] - \\ & \lambda_3 W_{x,\psi}[(k-3)T, f] - \lambda_4 W_{x,\psi}[(k-4)T, f] - \\ & \lambda_5 W_{x,\psi}[(k-5)T, f] - \lambda_6 W_{x,\psi}[(k-6)T, f]. \end{aligned} \quad (9)$$

从式(9)可知,只需根据式(4)计算初始的6个小波系数,便可利用前5个时刻的信号和前6个时刻的

小波系数计算当前的小波系数, 实现在线小波分解, 以满足在线异常数据检测的要求. 式(3)中的小波为紧支撑小波, 因此初始化小波系数只需要支撑范围内的数据, 无须全部数据.

## 2.2 HMM 及其 Viterbi 算法

### 2.2.1 HMM 结构

HMM 是一个一阶双重随机过程, 主要由两部分组成<sup>[10-11]</sup>, 其中之一是马尔可夫链, 它描述了状态的转移, 由初始状态概率  $\pi$  和状态转移矩阵  $A = (a_{ij})_{N \times N}$  描述. 这里  $a_{ij} = P(S_t = j | S_{t-1} = i), i, j \in S_s$ . 式中:  $S_s$  为所有状态组成的集合,  $S_t$  为  $t$  时刻状态,  $N$  为模型的状态总个数.

W-HMM 检测算法利用马尔可夫链表示数据的异常情况. 即  $N = 2$ , 如果用 1 表示数据正常, 0 表示异常, 则  $S_s = \{0, 1\}$ . 据此, 状态转移矩阵  $A = (a_{ij})_{2 \times 2}$  表示异常与正常之间的转移概率.

HMM 的另一随机过程描述了状态和观测值之间的统计对应关系, 由观测值概率矩阵  $B = (b_{tk})_{N \times N}$  描述, 表示在某一状态  $S_t$  下, 观测值取某一数值的概率. 本文取  $b_{tk} = P(W_{ave}, W_{x, \psi}(t, f) | S_t = k)$ , 表示在状态  $k$  下,  $t$  时刻小波系数  $W_{x, \psi}(t, f)$  与正常数据小波系数  $W_{ave}$  的相似概率, 即

$$P(W_{ave}, W_{x, \psi}(t, f) | S_t = s_k) = N(W_{x, \psi}(t, f) | W_{ave}, W_{var}) \times \exp \left[ -\frac{1}{2} (W_{x, \psi}(t, f) - W_{ave})^T W_{var}^{-1} \times (W_{x, \psi}(t, f) - W_{ave}) \right]. \quad (10)$$

其中:  $N(\cdot)$  为高斯概率,  $W_{var}$  为正常小波系数方差.

### 2.2.2 Viterbi 算法

Viterbi 算法广泛用于解决 HMM 的 3 个问题中之最优序列问题<sup>[12-13]</sup>. 为使 Viterbi 算法能在线判断状态链取值, 文献[14]给出了 Viterbi 算法的实时计算方法, 即

$$\begin{aligned} \varphi_t(1) &= a_{i1} P(W_{ave}, W_{x, \psi}(t, f) | S_t = 1), \\ \varphi_t(0) &= a_{i0} [1 - P(W_{ave}, W_{x, \psi}(t, f) | S_t = 1)]. \end{aligned} \quad (11)$$

其中:  $\varphi_t(1), \varphi_t(0)$  分别为  $S_t = 1$  和  $S_t = 0$  的判断指标. 以  $a_{i1}$  为例, 其表示前一时刻状态为  $i$ , 当前状态为 1 的状态转移概率.

从而只需在每一时刻比较  $\varphi_t(1), \varphi_t(0)$  的大小即可判断  $t$  时刻的 HMM 状态链值 (数据的异常情况) 为

$$\begin{aligned} \varphi_t(1) &\geq \varphi_t(0), S_t = 1; \\ \varphi_t(1) &< \varphi_t(0), S_t = 0. \end{aligned} \quad (12)$$

## 2.3 动态更新参数

W-HMM 检测算法需要在线更新以适应时变系统的参数有: 正常小波系数均值  $W_{ave}$ , 方差  $W_{var}$  以及 HMM 的状态转移矩阵  $A = (a_{ij})_{2 \times 2}$ .

正常小波系数均值及方差采用带有遗忘因子的更新方式, 即

$$W_{ave}(t) = rW_{ave}(t-1) + (1-r)W_{x, \psi}(t, f), \quad (13)$$

$$W_{var}(t) =$$

$$rW_{var}(t-1) + (1-r)[W_{x, \psi}(t, f) -$$

$$W_{var}(t-1)]^T [W_{x, \psi}(t, f) - W_{var}(t-1)], \quad (14)$$

其中  $r$  为遗忘因子. 当数据为异常数据时, 为了避免其对  $W_{ave}, W_{var}$  的影响, 可暂不更新.

状态转移矩阵  $A = (a_{ij})_{2 \times 2}$  的计算公式为

$$a_{01} = \frac{N(a_{01})}{N(a_{01} + a_{00})}, \quad a_{11} = \frac{N(a_{11})}{N(a_{11} + a_{10})},$$

$$a_{00} = 1 - a_{01}, \quad a_{10} = 1 - a_{11}. \quad (15)$$

其中  $N(a_{ij})$  表示前一时刻数据状态为  $i$ , 后一时刻数据状态为  $j$  的情况出现的次数<sup>[15]</sup>.

在待检测数据中, 异常数据所占的比重往往较小, 因此在设定状态转移矩阵初始值时应考虑这一点, 即  $a_{11}$  和  $a_{01}$  应相对较大. 随着检测的在线进行, 状态转移矩阵按照式(15)不断更新, 且随着时间  $t$  的增加, 其后的状态转移矩阵会更加符合待检测数据的实际情况. 因此状态转移矩阵初始值对于整体检测结果的影响应小于检测阈值的影响.

## 3 验证与应用

### 3.1 验证

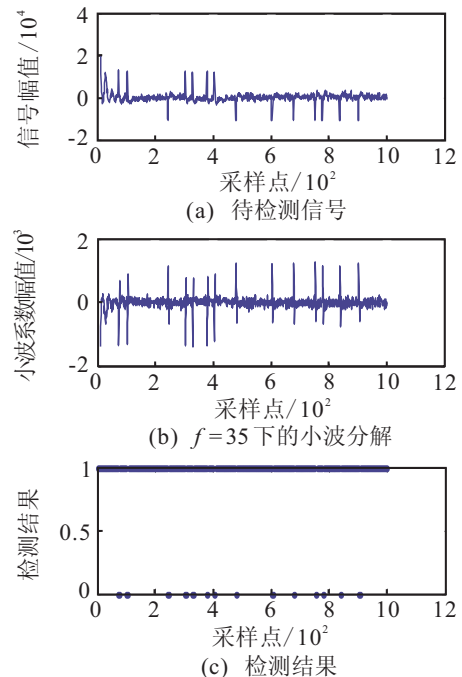


图1 电极调节系统信号及检测结果

为了验证 W-HMM 检测算法的有效性, 分别利用 3 个模型生成 3 组数据对该算法进行验证.

1) 利用三相交流电弧炉电极调节系统的机理模型产生一组电极调节系统的输出信号(电流信号), 并在其中加入 10% 的白噪声和 14 个异常点以模拟实际电极调节系统塌料和断弧等异常现象; 待检测信号以及检测结果如图 1 所示.

2) 在幅值为 5 的正弦信号中加入 10% 的白噪声和 18 个异常点组成第 2 组待检测信号, 信号及检测结果如图 2 所示.

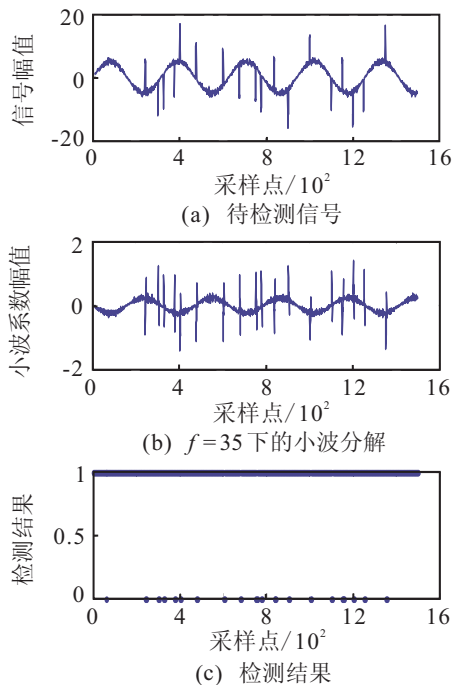


图 2 正弦信号及检测结果

3) 利用 Alex<sup>[16]</sup> 的模型生成第 3 组待检测数据, 并在其中加入 10% 的白噪声和 8 个异常点, 其数据及检测结果如图 3 所示.

图 1~图 3 中, (a) 为待检测信号, 横坐标为采样点, 纵坐标为信号幅值; (b) 为一定尺度下的小波分解, 横坐标为采样点, 纵坐标为小波系数幅值. 从 3 幅图中 (b) 可知, 异常点位置的小波系数均发生了突变, 明显不同于正常信号的小波系数. 3 幅图中 (c) 为检测结果, 横坐标依然为采样点, 纵坐标为检测结果, “1” 表示该处数据为正常, “0” 为异常. 其中: 图 1(c) 检测出所有异常点, 无漏检及误检现象, 准确率为 100%; 图 2(c) 在起始阶段有一处误检, 准确率为 99.93%; 图 3(c) 同样在起始阶段有一处误检, 准确率为 99.9%. 因此从以上 3 组检测结果可知, 基于 W-HMM 的检测算法能够较准确地检测出信号中的异常值, 具有很好的抗噪能力.

分析图 2 和图 3 中起始阶段的误检产生原因有两点: 其一为 HMM 的观测值概率  $b_{tk}$  的计算. 从式

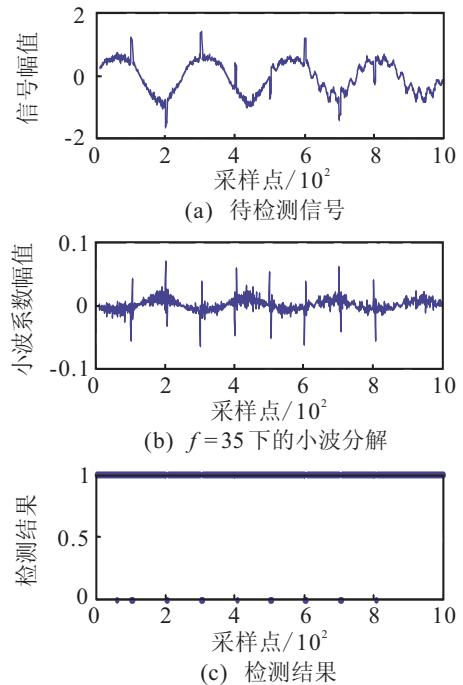


图 3 Alex 模型信号及检测结果

(10) 可知,  $b_{tk}$  的计算结果与正常小波系数均值  $W_{ave}$  和方差  $W_{var}$  有关. 由于初始阶段数据较少, 对于  $W_{ave}$  和  $W_{var}$  的估计不够准确, 最终造成  $b_{tk}$  的不准确. 其二为 HMM 状态转移矩阵  $A$  的初始值问题. 由于以上两点原因, 造成在检测开始阶段出现检测错误. 如果在检测之前能利用更多的数据对以上参数作出更准确的估计, 则可有效避免错误的发生.

## 3.2 应用与比较

### 3.2.1 应用

为了进一步验证该算法的实用性, 以上海宝钢

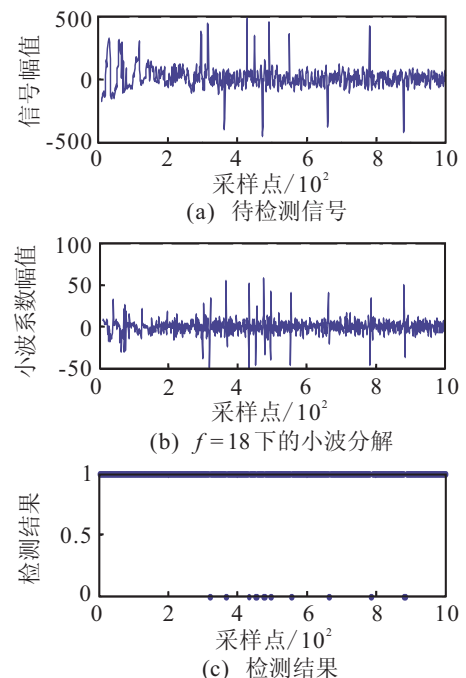


图 4 真实数据及检测结果

30t 电弧炉电极调节系统 2008 年 4 月的 1000 组数据加入 11 个异常点作为待检测数据, 并用本文算法进行检测, 数据及检测结果如图 4 所示。

从图 4(b) 可以看出, 异常数据处的小波分解系数均有明显不同; 图 4(c) 的检测结果表明, 除第 1 个异常数据没被检测出外, 其他异常数据均被准确检测出来, 检测准确率为 99.9%。

### 3.2.2 比较

为了说明本文算法比传统的小波检测算法更适合过程数据, 仍然利用真实数据进行传统小波异常检测, 并与本文算法进行比较。传统小波检测结果如图 5 所示。

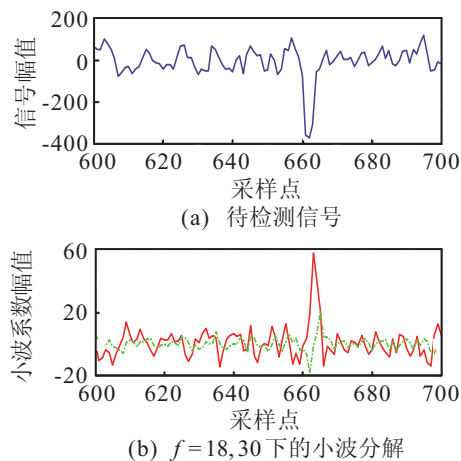


图 5 传统小波检测结果

图 5 中, 为使图像更为清楚, 这里截取采样点在 600~700 之间的 100 个采样点。图 5(b) 中的“实线”和“点划线”分别为  $f=18$  和  $f=30$  下的小波分解系数, 从中可以看出, 无论是异常点还是噪声都满足 Mallat 的理论, 即当 Lipschitz 指数小于零时 (此时视为异常), 小波系数随着尺度的增大而减小, 因此根据该理论不易区分异常值和噪声。另外, Mallat 中通过检测模极大值位置检测异常数据一般需要事先设定检测阈值, 即大于该阈值的数据视为异常数据, 这对于先验未知的数据而言, 在检测前设定准确的检测阈值是非常困难的, 因此导致了传统的小波异常检测方法在线实施的困难。通过比较可知, 对于过程数据这种数据量大, 需要在线实时检测的数据, 本文提出的基于 W-HMM 的检测算法更为适合。

## 4 结论

本文针对现有小波对于异常数据定义的局限性 (认为函数或其导数不连续的点为异常数据) 以及检测过程的不足, 提出了基于小波隐马尔可夫模型的异常数据检测算法。该算法以小波分解的最基本原理为基础, 利用可以在线分解的改进递推小波分解算法, 在一定尺度下对待检测数据进行分解, 如果某处

分解后的小波系数明显不同于其他处的小波系数, 则认为该处有异常点存在; 通过将小波与 HMM 相结合, 有效避免了需要事先设定检测阈值的问题。验证与应用表明了基于 W-HMM 的异常数据检测算法的有效性、抗噪性以及实用性。

### 参考文献(References)

- [1] Pittner S, Kamarthi S V. Feature extraction from wavelet coefficients for pattern recognition tasks[J]. IEEE Trans on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1999, 21(1): 83-88.
- [2] Stephane M, Wen Liang Hwang. Singularity detection and processing with wavelets[J]. IEEE Trans on Information Theory, 1992, 38(2): 617-642.
- [3] Radu R, Valerie L D, Christian Heinrich, et al. Iterative wavelet-based denoising methods and robust outlier detection[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2005, 12(8): 557-560.
- [4] Zbigniew R Struzik, Arno P J M. Wavelet transform based multifractal formalism in outlier detection and localization for financial time series[J]. Physica A, 2002, 309(3/4): 388-402.
- [5] Tao L, Qi L, Zhu S H, et al. A survey on wavelet applications in data mining[J]. Sigkdd Explorations, 2002, 4(2): 49-68.
- [6] Blake H, Paul Lee. Hidden Markov model analysis of force/torque information in telemanipulation[J]. Int J of Robotics Research, 1991, 10(5): 528-539.
- [7] Robi Polikar. The engineer's ultimate guide to wavelet analysis — The wavelet tutorial[EB/OL]. (1999-03-07) [2001-01-12]. <http://users.rowan.edu/polikar/waveletes/WTtutorial.html>.
- [8] Oinisi Chaari, Michel Meunier, Francoise Brouaye. Wavelets: A new tool for the resonant grounded power distribution systems relaying[J]. IEEE Trans on Power Delivery, 1996, 11(3): 1301-1308.
- [9] Zhang C L, Huang Y Z, Ma X X, et al. A new approach to detect transformer inrush current by applying wavelet transform[C]. 1998 Int Conf on Power System Technology. Beijing, 1998: 1040-1044.
- [10] Rabiner L R. A tutorial on hidden Markov models and selected applications in speech recognition[J]. Proc of the IEEE, 1989, 77(2): 257-286.
- [11] Jeff A B. What HMMs can do[J]. IEICE Trans on Information and Systems, 2006, E89-D(3): 869-891.
- [12] Juang Biing-Hwang, Lawrence R. Mixture autoregressive hidden Markov models for speech signals[J]. IEEE Trans on Acoustics and Signal Processing, 1985, 33(6): 41-44.