

文章编号: 1001-0920(2011)08-1169-06

一类仿射非线性系统的概率密度函数形状控制

陈海永^{1,2}, 孙鹤旭^{1,2}, 王宏³

(1. 河北工业大学 控制科学与工程学院, 天津 300130; 2. 河北省控制工程技术研究中心, 天津 300130; 3. 曼彻斯特大学 电气与电子工程学院, 曼彻斯特 M60 1QD)

摘要: 针对一类仿射非线性有界动态随机系统, 提出一种最优概率密度函数(PDF)跟踪控制算法, 使得系统的输出PDF跟踪给定的PDF. 首先利用线性 B 样条解耦得到仿射非线性状态方程和PDF逼近方程, 使PDF跟踪转化为状态方程输出权值的跟踪; 然后采用线性时变序列逼近方法将非线性系统转化为线性时变系统, 通过对线性系统的迭代运算得到非线性系统的最优跟踪控制器, 从而实现最优PDF跟踪. 理论分析和仿真实验均表明了所提出算法的有效性.

关键词: 概率密度函数控制; 线性 B 样条; 跟踪控制
中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

Probability density function shape control of a class of affine nonlinear stochastic systems

CHEN Hai-yong^{1,2}, SUN He-xu^{1,2}, WANG Hong³

(1. School of Control Science and Engineering, Hebei University of Technology, Tianjin 300130, China; 2. Hebei Control Engineering Technology Research Center, Tianjin 300130; 3. School of Electrical and Electronics Engineering, The University of Manchester, Manchester M60 1QD, UK. Correspondent: CHEN Hai-yong, E-mail: haiyong.chen@hebut.edu.cn)

Abstract: A probability density function(PDF) optimal control strategy for a class of bounded affine nonlinear dynamic stochastic system is presented to drive the PDF of systems output to follow a desired PDF. An affine nonlinear state space model and PDF approximation equation can be obtained by using the linear B -spline approximation, which transfer PDF tracking to output tracking about nonlinear state model. Then a linear time-varying sequence approximation is employed to transfer the nonlinear systems to linear time-varying systems, and the optimal tracking controller of nonlinear dynamic stochastic system is obtained by using linear time-varying system iteration method. Theoretical analysis and simulation results show the effectiveness of the control algorithm.

Key words: probability density functions; linear B -spline; tracking control

1 引言

在已有的随机控制策略中, 如均值、方差控制, 线性二次型控制^[1-2]; 随机自适应控制, 线性二次型跟踪控制和最优预测随机控制策略^[3-6]; 以及近年来开发的自适应非线性随机控制和鲁棒模糊随机控制^[7-9], 这些算法为随机控制理论的丰富和发展做出了很大的贡献. 这些算法具有一个共同的特点, 即假设系统中的输出变量或过程变量均服从高斯分布, 如随机过程为马尔可夫过程或维纳过程. 对于许多实际系统而言, 这个假设虽然较为严格, 但其优点是允许控制工

程师充分利用完善的随机理论进行控制器设计以及理论分析.

然而, 实际系统大多具有非线性和不确定性, 且非线性的影响将导致存在大量的非高斯变量, 进而使得系统的输出或状态变量服从非对称随机分布或多峰随机分布^[10]. 对于这样的非高斯随机系统, 均值和方差等不足以全面刻画随机变量的随机属性. 而且, 随着先进仪器和数据处理技术的发展, 测量的反馈信号可以是系统输出的随机分布, 典型的例子有: 结晶过程和食品加工过程的颗粒粒度尺寸分布(PSD), 分

收稿日期: 2010-04-29; 修回日期: 2010-07-26.

基金项目: 河北省自然科学基金项目(F2010000160); 天津市应用基础及前沿技术研究计划项目(11JCYBJC06500).

作者简介: 陈海永(1980—), 男, 博士, 从事随机分布控制、视觉控制的研究; 王宏(1960—), 男, 教授, 博士生导师, 从事随机控制、故障诊断等研究.

子量分布和火焰灰度分布等^[11]. 由于控制技术的发展与测量技术的发展密切相关, 只要随机变量的随机分布信号可以测量时, 便应充分利用先进的测量技术设计相应的控制器以实现更优的控制性能. 如文献[12]使用一套碳素颗粒粒度分布监控系统实现了粒度状态的概率密度函数(PDF)测量, 而且通过设计控制器实现了更好的颗粒粒度分布控制. 针对现在的工业过程数据具有很强的动态非高斯性, 文献[13]设计了一种动态非高斯控制策略, 并通过一个水泥制造过程的实验验证了该方法的有效性.

针对上述动态非高斯过程, 传统的以最小方差为控制目标的随机控制算法, 在理论上已不足以完美地刻画非高斯随机变量的统计特性, 而且在实际的非高斯系统中也无法全面刻画系统的性能. 对此, 王宏^[1]提出了输出概率密度函数(PDF)形状控制策略, 即PDF控制, 其目标是设计控制输入, 使得系统输出PDF跟踪给定的PDF. PDF控制的目的之一是使得随机分布系统能像确定系统一样进行控制器设计、系统动态分析以及相应的品质评价等, 通过对输入输出数据的分析与处理来获取对随机分布系统动态(静态)行为及其相互关系的模型解释, 最终使用一个较为准确的模型来描述随机分布系统的动态(静态)行为, 进而根据某些控制准则设计控制器以实现预期目标. 近10年来, PDF控制已设计了一系列的建模和控制算法, 如概率密度函数的数值估计, 概率密度函数的软测量和基函数逼近模型等, 正逐渐形成一个完善的研究框架^[14]. 但是, 已开发的控制算法大都针对线性动态权值约束, 对于非线性动态权值约束的最优PDF控制问题尚需进一步的研究.

本文针对一类仿射非线性有界动态随机系统, 提出一种最优概率密度函数(PDF)跟踪控制算法, 使得系统的输出PDF跟踪给定的PDF.

2 模型表示

概率密度函数的表达形式是对其进行控制的重要前提. 目前的研究主要是应用神经网络等方法建立任意形状的概率密度函数和一组“状态向量”之间的对应关系, 从而将对PDF形状的控制转化为对“状态向量”的控制. 下面以SISO线性系统B样条近似模型为例, 说明PDF控制的主要思想. 使用线性B样条逼近得到PDF控制模型的表示, B样条基函数解耦了控制输入与系统输出PDF之间的关系, 使控制系统的输出PDF通过控制非线性动态模型的权值输出来实现.

假设 $[a, b]$ 为有限区间, 给定分划 $\Delta: a = x_0 < x_1 < \dots < x_{N+1} = b$, 加入新节点, 把分划扩展为 $x_{-n} < \dots < x_{-1} < a = x_0 < x_1 < \dots < x_{N+1} = b < x_{N+2} < \dots < x_{N+n+1}$. 对于函数 $\varphi_n(x, t) = (t - x)^n$,

令 t 分别取新节点处的值, 即 $x_{-n}, x_{-1}, x_0, \dots, x_{N+1}, x_{N+2}, x_{N+n+1}$, 这些函数都是 n 次样条函数.

定义1 B样条函数的递推关系式为

$$B_{i,0}(x) = \begin{cases} 1, & x_i < x \leq x_{i+1}; \\ 0, & \text{other.} \end{cases} \quad (1)$$

$$B_{i,k}(x) = \frac{x - x_i}{x_{i+k} - x_i} B_{i,k-1}(x) + \frac{x_{i+k+1} - x}{x_{i+k+1} - x_{i+1}} B_{i+1,k-1}(x). \quad (2)$$

其中: $k = 1, 2, \dots, n$; $B_{i,n}(x)$ 是以 $x_i, x_{i+1}, \dots, x_{i+n+1}$ 为节点的 n 次B样条函数, 由B样条神经网络的性质可知, 它可用来逼近定义在紧集上的任意连续函数. 因此, 对系统输出概率密度函数形状的控制, 可以通过控制逼近输出概率密度函数的B样条函数的权值来实现.

2.1 B样条模型的建模机理

记 $v(t) \in R^1$ 为一个定义在区间 $T = [0, +\infty]$ 上的一致有界的随机过程, 并假定 $v(t)$ 表示随机分布系统的输出, 再记 $u(t) \in R^1$ 为控制输出 $v(t)$ 的概率密度函数的控制输入向量, 则随机系统可表示为

$$u(t) \rightarrow v(t), \quad t \in [0, +\infty]. \quad (3)$$

在任意时刻 t , $v(t)$ 的分布可用其累计概率分布函数 $F(y, u(t))$ 来表述, 即

$$F(y, u(t)) = P(v(t) < y | u(t)), \quad (4)$$

其中 $P(v(t) < y | u(t))$ 表示当控制输入 $u(t)$ 作用到随机系统时, 随机变量 $v(t)$ 小于 y 的概率. 假定累计概率分布函数 $P(v(t) < y | u(t))$ 是关于 y 的连续函数, 由概率论的相关知识可知, 由此可得到随机变量 y 的PDF, 记为 $\gamma(y, u(t))$, 表示为

$$\gamma(y, u(t)) = dF(y, u(t))/dy. \quad (5)$$

由式(5)可以看出, 输出概率密度函数 $\gamma(y, u(t))$ 的形状可由控制输入变量 $u(t)$ 控制. 假定 $\gamma(y, u(t))$ 是关于 $u(t)$ 和 y 的连续函数. 因 $v(t)$ 一致有界, 故存在一个已知的区间 $[a, b]$, 使得

$$y \in [a, b], \quad T = [0, +\infty] \quad (6)$$

成立. 对于任意给定的控制输入 $u(t)$ 及所有的 $y \in [a, b]$, 输出概率密度函数 $\gamma(y, u(t))$ 是 y 的连续函数. 由B样条逼近理论可知, 存在一个B样条逼近^[15], 使得如下不等式成立:

$$\left| \gamma(y, u(t)) - \sum_{i=1}^n \omega_i(u(t)) B_i(y) \right| \leq \delta. \quad (7)$$

其中: δ 为一个事先确定的任意小正常数; $B_i(y)$ ($i = 1, 2, \dots, n$)为在区间 $[a, b]$ 上预先确定的基函数; ω_i ($i = 1, 2, \dots, n$)为B样条基函数对应的权值. 当所有的基函数固定时, 不同的控制输入 $u(t)$ 会产生不

同的权值向量, 这表明权值 w_i 是控制输入 $u(t)$ 的函数. 故式 (7) 可以进一步表示为

$$\gamma(y, u(t)) = \sum_{i=1}^n \omega_i(u(t)) B_i(y) + e_0, \quad (8)$$

其中 e 为逼近误差, 且满足 $|e| \leq \delta$. 由此可见, 输出概率密度函数 $\gamma(y, u(t))$ 的变化是由其对应的逼近权值 w_i 的变化而引起的. 为便于分析, 逼近误差 e 常常被忽略, 若无特殊说明, 下文的各种模型的逼近误差都不考虑.

2.2 基于 B 样条的仿射非线性系统模型表示

通过 B 样条基函数建立了输入控制 $u(t)$ 与输出概率密度函数 $\gamma(y, u(t))$ 之间的静态模型, 但是其动态部分并没有建立. 通常, 动态模型的动态部分的参数是通过最小二乘法得到的^[14]. 记 $y(t) \in [a, b]$ 为一致有界随机过程, 并假定其为随机系统在 t 时刻的输出; 记 $u(t) \in R^{m \times 1}$ 为控制输入向量. 在任意时刻, $y(t)$ 可用其概率密度函数 $\gamma(y, u(t))$ 来表述, 其定义为

$$P(a \leq y(t) < \xi, u(t)) = \int_a^\xi \gamma(y, u(t)) dy. \quad (9)$$

其中 $P(a \leq y(t) < \xi, u(t))$ 表示系统在 $u(t)$ 作用下输出 $y(t)$ 落在区间 $[a, \xi]$ 内的概率, 即 $y(t)$ 的概率密度函数的形状由 $u(t)$ 控制. 假设区间 $[a, b]$ 为已知, 输出概率密度函数 $\gamma(y, u(t))$ 连续且有界. 由 B 样条逼近原理知, 可以用 B 样条来逼近概率密度函数 $\gamma(y, u(t))$. 取 n 个 B 样条, 对应的权值为 $\omega_i, (i = 1, 2, \dots, n)$. 在无逼近误差的条件下可得

$$\gamma(y, u(t)) = \sum_{i=1}^n \omega_i B_i(y),$$

概率密度函数需要满足隐含条件

$$\int_a^b \gamma(y, u(t)) dy = 1,$$

这表明只有 $n-1$ 个权值是独立的.

下面给出仿射非线性状态空间模型, 即表示 PDF 控制系统的动态模型 (其概率密度函数静态模型是由 $n-1$ 个相互独立的权值的线性组合构成)

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A(x(t))x(t) + B(x(t))u(t), \\ v(t) &= E(t)x(t), \\ \gamma(y, u(t)) &= C(y)v(t) + L(y). \end{aligned} \quad (10)$$

其中: $A(x(t)), B(x(t))$ 连续可微, 系统的初始状态为 x_0 , x 为状态向量, y 为系统输出, $u(t) \in R^{m \times 1}$ 为系统的控制输入, v 为权值向量, $C_0(y)$ 为基函数向量,

$$E(x(t)) \in R^{(n-1) \times l}, v = [\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_{n-1}]^T,$$

$$L(y) = B_n(y) / \int_a^b B_n(y) dy,$$

$$C_0(y) = [B_1(y), B_2(y), \dots, B_{n-1}(y)],$$

$$C(y) = C_0(y) - \left(B_n(y) / \int_a^b B_n(y) dy \right) \int_a^b C_0(y) dy.$$

目标概率密度函数可表示为

$$g(y) = C(y)v_g + L(y), \quad (11)$$

其中 v_g 为与目标 PDF 对应的目标权值向量.

注1 如果矩阵 E 是合适维数单位矩阵, 则状态空间模型可转化为动态权值模型, 故状态空间模型代表了一类比权值动态模型更为广泛的系统. 因此只要实现目标权值向量 v 的跟踪, 便可实现给定输出概率密度函数的跟踪.

3 输出概率密度函数最优跟踪算法设计

模型 (10) 将输出 PDF 跟踪控制问题转化为非线性动态系统的跟踪问题. 下面给出非线性状态方程约束下输出 PDF 最优控制表达式, 并采用线性时不变和线性时变序列逼近非线性问题的方法求解输出 PDF 最优控制. 动态权值 $v(t)$ 和目标权值 v_g 的误差表示为 $e = v_g - v(t)$, 采用有限时间的二次型性能指标设计输出 PDF 最优控制器

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A(x(t))x(t) + B(x(t))u(t), \\ v(t) &= E(t)x(t), \\ e &= v_g - v(t), \\ \gamma(y, u(t)) &= C(y)v(t) + L(y). \end{aligned} \quad (12)$$

PDF 最优控制的累计指标能够全面提升跟踪精度, 得到全局最优解. 累积二次型性能指标为

$$J(u) = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} \int_a^b (\gamma(y, u) - g(y))^2 dy + u^T(t) R u(t) dt, \quad (13)$$

其中 $R = R^T > 0$. 针对式 (12) 描述的非线性动态系统, 使用非线性性能指标 (13), 在非线性动态 (12) 的约束下, 引入 n 维拉格朗日乘子向量, 构成哈密尔顿函数

$$H = \frac{1}{2} \left(\int_a^b (\gamma(y, u) - g(y))^2 dy + u^T(t) R u(t) \right) + \lambda^T(t) (A(x(t))x(t) + B(x(t))u(t)). \quad (14)$$

最优的必要条件为:

1) 正则方程组

$$\dot{x}(t) = \frac{\partial H}{\partial \lambda} = A(x(t))x(t) + B(x(t))u(t), \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \dot{\lambda} &= -\frac{\partial H}{\partial x} = \int_a^b g(y) \frac{\partial \gamma(y, u)}{\partial x} dy - \\ &\frac{\partial}{\partial x} (A(x(t))x(t))^T \lambda - u^T \frac{\partial}{\partial x} (B(x(t)))^T \lambda; \end{aligned} \quad (16)$$

2) 极值条件

$$\frac{\partial H}{\partial u(t)} = 0 = Ru + B^T(x(t))\lambda(t); \quad (17)$$

3) 初始条件为 $x(t_0) = x_0$, 横截条件为 $\lambda_f = 0$.

由式 (17) 得到 u 并代入 (15) 和 (16), 可得到如下微分方程组:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A(x(t))x(t) - B(x(t))R^{-1}B^T(x(t))\lambda(t), \\ \dot{\lambda} &= \int_a^b g(y) \frac{\partial \gamma(y, u)}{\partial x} dy - \frac{\partial}{\partial x} (A(x(t))x(t))^T \lambda + \\ &\quad \lambda^T B(x(t))R^{-1} \frac{\partial}{\partial x} (B(x(t)))^T \lambda. \end{aligned} \quad (18)$$

此时, PDF 最优跟踪问题转化为非线性微分方程组 (18) 的两点边值问题, 其求解是一个极具挑战性的问题. 为了实现全局最优跟踪, 将式 (12) 中的权值误差和概率密度函数代入性能指标 (13), 得到

$$J(u) = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} (e^T(t)\Sigma e(t) + u^T(t)Ru(t))dt, \quad (19)$$

其中 $\Sigma = \int_a^b C(y)^T C(y)dy$ 是对称矩阵. 至此, 输出 PDF 最优跟踪控制问题便转化为性能指标 (13) 在非线状态空间模型 (12) 的约束下的极值问题. Banks^[16] 针对这种极值问题, 得到了一系列的解决方案; McCaffrey 和 Banks^[17] 将这种非线性系统最优解视为线性时变逼近序列的极限, 并证明了在一般条件下线性时变逼近序列在连续函数空间的收敛性^[18]. 该方法成功地用于控制许多非线性系统, 如超级油船的自动驾驶系统^[18], 飞行器系统^[19], 导弹自动巡航系统^[20] 以及倒立摆系统^[21] 等. 在此基础上, Cimen^[21] 引入 Riccati 方程逼近序列, 得到了非线性系统的最优时变反馈控制器.

将线性时变 (LTV) 逼近思想应用于系统 (10) 的跟踪控制上, LTV 逼近序列为

$$\begin{aligned} \dot{x}^{[i]}(t) &= A(x^{[i-1]}(t))x^{[i]}(t) + B(x^{[i-1]}(t))u^{[i]}, \\ v^{[i]}(t) &= E(x^{[i-1]}(t))x^{[i]}(t). \end{aligned} \quad (20)$$

初始状态为 $x^{[i]}(t_0) = x_0$. 式 (13) 的二次型性能指标

$$J^{[i]}(u) = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} e^{[i]T}(t)\Sigma e^{[i]}(t) + u^{[i]T}(t)Ru^{[i]}(t)dt, \quad (21)$$

$$e^{[i]}(t) = v_g - E(t)x^{[i]}(t). \quad (22)$$

第 1 个逼近序列为

$$\begin{aligned} \dot{x}^{[0]}(t) &= A(x_0)x^{[0]}(t) + B(x_0)u^{[0]}(t), \\ v^{[0]}(t) &= E(x_0)x^{[0]}(t); \end{aligned} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} J^{[0]}(u) &= \\ \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} e^{[0]T}(t)\Sigma e^{[0]}(t) + u^{[0]T}(t)Ru^{[0]}(t)dt, \\ e^{[0]}(t) &= v_g - E(x_0)x^{[0]}(t). \end{aligned} \quad (24)$$

其中 $x^{[-1]}(t) = x_0$. 当 $i \geq 1$ 时, 系统 (20) 为线性时变系统, 式 (21) 为对应 (20) 的线性二次型指标函数. 此时, 得到系统 (12) 的最优控制序列为

$$u(t) = -R^{-1}B^T(x^{[i-1]}(t))\{P^{[i]}(t)x^{[i]}(t) - s^{[i]}(t)\}. \quad (25)$$

其中: $P^{[i]}(t)$ 为实对称正定矩阵函数, 且是如下方程的解:

$$\begin{aligned} \dot{P}^{[i]}(t) &= \\ &- E^T(x^{[i-1]}(t))QE(x^{[i-1]}(t)) - \\ &P^{[i]}(t)A(x^{[i-1]}(t)) - A^T(x^{[i-1]}(t))P^{[i]}(t) + \\ &P^{[i]}(t)B(x^{[i-1]}(t))R^{-1}B^T(x^{[i-1]}(t))P^{[i]}(t); \end{aligned} \quad (26)$$

$s^{[i]}(t)$ 为如下线性微分方程的解:

$$\begin{aligned} \dot{s}^{[i]}(t) &= \\ &- E^T(x^{[i-1]}(t))Qv_g - [A(x^{[i-1]}(t)) - \\ &B(x^{[i-1]}(t))R^{-1}B^T(x^{[i-1]}(t))P^{[i]}(t)]^T s^{[i]}(t). \end{aligned} \quad (27)$$

因此, 系统 (10) 在性能指标 (12) 的作用下的最优状态轨线即为如下微分方程解的极限:

$$\begin{aligned} \dot{x}^{[i]}(t) &= B(x^{[i-1]}(t))R^{-1}B^T(x^{[i-1]}(t))s^{[i]}(t) + \\ &[A(x^{[i-1]}(t)) - B(x^{[i-1]}(t))R^{-1} \times \\ &B^T(x^{[i-1]}(t))P^{[i]}(t)]^T x^{[i]}(t). \end{aligned} \quad (28)$$

其中: $A(x(t))$, $B(x(t))$, $E(x(t))$ 有界; 当满足局部 Lipschitz 条件时, 序列 $x^{[i]}(t)$, $y^{[i]}(t)$, $u^{[i]}(t)$ 在各自的定义域内均全局收敛^[21].

注 2 式 (24) 采用的性能指标形式上与传统的性能指标不一样, 它存在一个约束条件, 一旦选定了基函数, 矩阵 $\Sigma = \int_a^b C(y)^T C(y)dy$ 便成为定值, 因此只能通过改变矩阵 R 来调节系统的性能.

4 仿真实验

为了说明跟踪算法的有效性, 系统模型 (10) 中的概率密度函数模型由下式给出:

$$\gamma(y, u) = \omega_1 B_1(y) + \omega_2 B_2(y) + \omega_3 B_3(y).$$

其中: $\omega_i (i = 1, 2, 3)$ 为权值, $B_i(y) (i = 1, 2, 3)$ 为基函数, $y \in [2, 7]$. B 样条基函数为

$$B_1 =$$

$$\frac{1}{2}(y-2)^2 I_1 + \left(-y^2 + 7y - \frac{23}{2}\right) I_2 + \frac{1}{2}(y-5)^2 I_3,$$

$$B_2 =$$

$$\frac{1}{2}(y-3)^2 I_2 + \left(-y^2 + 9y - \frac{39}{2}\right) I_3 + \frac{1}{2}(y-6)^2 I_4,$$

$$B_3 =$$

$$\frac{1}{2}(y-4)^2 I_3 + \left(-y^2 + 11y - \frac{59}{2}\right) I_4 + \frac{1}{2}(y-7)^2 I_5.$$

$y \in [i+1, i+2]$ 时, $I_i = 1$; 否则, $I_i = 0$.

采用线性 B 样条模型逼近概率密度函数. 因隐含条件的存在, 故 3 个权值中只有 2 个是相互独立的, 不失一般性, 假设 ω_1, ω_2 相互独立. 系统的模型参数为

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -x_1 & -11 + x_2 & -6 + x_2 \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 \\ 0 & 0.1 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 6 + x_2 & 0 & 1 \\ & 2 & 2 & 0 \end{bmatrix}.$$

图 1 为给定的目标概率密度函数,可以看出这是一个非对称的非高斯概率密度函数,对于这样的系统,采用传统的最小方差控制无法满足其前提条件.

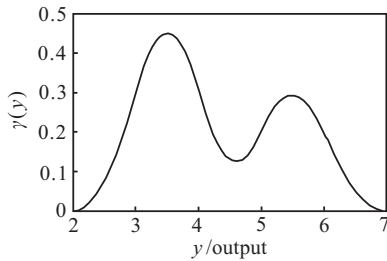


图 1 目标概率密度函数

采用本文给出的控制器,得到了系统的动态输出概率密度函数,如图 2 所示.可以看出,系统的动态输出概率密度函数逐渐逼近给定的目标概率密度函数,这表明所设计的控制算法能够使得系统输出概率密度函数跟踪给定的概率密度函数.

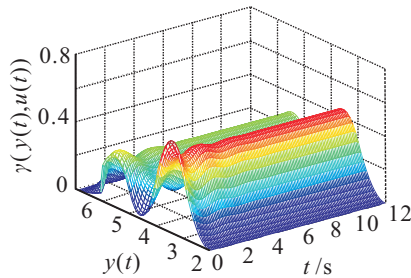


图 2 动态概率密度函数

系统的动态输出概率密度函数所对应的控制输入(即式(25))和动态权值(即式(10))中的权值动态模

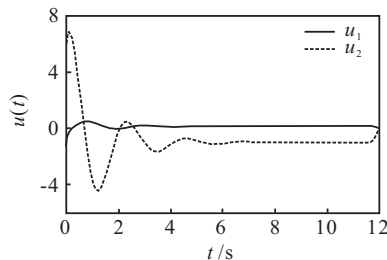


图 3 控制输入

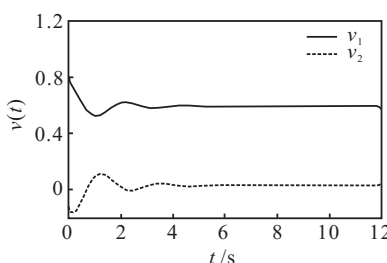


图 4 动态权值

型)分别如图 3 和图 4 所示.可以看出,控制输入和动态权值逐渐收敛于某一个值,这表明本文算法是收敛的,系统是稳定的.

5 结 论

本文采用线性 B 样条函数逼近,得到了非线性有界动态随机系统输出 PDF 和控制输入之间的数学模型;使用线性时不变系统和线性时变系统序列逼近非线性模型,得到了线性模型的控制器;随着迭代次数的增加,得到了非线性模型的控制输入,从而实现了一类非线性随机系统输出概率密度函数的跟踪控制.仿真实验结果表明了该算法的有效性.

参考文献(References)

- [1] Astrom K J. Introduction to stochastic control theory[M]. San Diegon: Academic Press, 1970: 6-9.
- [2] Guo L, Chen H F. The self-tuning regulator revisited and ELS based adaptive trackers[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1991, 36(7): 802-812.
- [3] Solo V. Stochastic adaptive control and martingale limit theory[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1991, 35(1): 66-71.
- [4] Guo L. Self-convergence of weighted least-squares with applications to stochastic adaptive control[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1996, 41(1): 79-89.
- [5] Yaz E. Optimal stochastic control for performance and stability robustness[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1993, 38(5): 757-760.
- [6] Shi S, ElFarra N H, Li M, et al. Predictive control of particle size distribution in particulate processes[J]. Chemical Engineering Science, 2006, 61(1): 268-281.
- [7] Ji H B, Xi H S. Adaptive output-feedback tracking of stochastic nonlinear systems[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2006, 51(2): 355-360.
- [8] Wing W H, Cai K Y. Model-independent robust stabilization for uncertain markovian jump nonlinear systems via fuzzy control[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2006, 36(6): 509-519.
- [9] Yi Y, Guo L, Wang H. Adaptive statistic tracking control based on two-step neural networks with time delays[J]. IEEE Trans on Neural Networks, 2009, 20(3): 420-429.
- [10] Guo L, Wang H. Minimum entropy filtering for multivariate stochastic systems with non-Gaussian noises[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2006, 51(4): 695-700.
- [11] Wang H. Bounded dynamic stochastic systems: Modeling and control[M]. London: Springer-Verlag, 2000.
- [12] 吴安静. 在线粒度监控在炭素生产中的应用[J]. 世界有色金属, 2007(2): 56-59.

- (Wu A J. On-line particle control system used for carbon industry[J]. *World Nonferrous Metals*, 2007(2): 56-59.)
- [13] 王培良, 颜文俊. 一种新的动态非高斯过程监控方法[J]. *仪器仪表学报*, 2009, 30(3): 471-476.
(Wang P L, Yan W J. New monitoring method for dynamic non-Gaussian process[J]. *Chinese J of Scientific Instrument*, 2009, 30(3): 471-476.)
- [14] Guo L, Wang H. PID controller design for output PDFs of stochastic systems using linear matrix inequalities[J]. *IEEE Trans on Systems, Man and Cybernetics, Part B*, 2005, 35(1): 65-71.
- [15] 程正兴, 李水根. 数值逼近与常微分方程数值解[M]. 西安: 西安交通大学出版社, 1998.
(Cheng Z X, Li S G. Numerical approximation and numerical solution of ordinary differential equations[M]. Xi'an: Xi'an Jiaotong University Press, 1998.)
- [16] Banks S P. Optimal control and stabilization for nonlinear systems[J]. *IMA J of Mathematical Control and Information*, 1997, 9(2): 179-196.
- [17] McCaffrey D, Banks S P. Lagrangian manifolds and asymptotically optimal stabilizing feedback control[J]. *Systems and Control Letters*, 2001, 43(3): 219-224.
- [18] Tayfun C, Banks S P. Nonlinear optimal tracking control with application to super-tanker for autopilot design[J]. *Automatica*, 2004, 40(11): 1845-1863.
- [19] Banks S P, Salamaci M U, McCaffrey D. Nonlocal stabilization of nonlinear systems using switching manifolds[J]. *Int J of Systems Science*, 2000, 31(2): 243-254.
- [20] Salamci M U, Ozgoren M K, Banks S P. Sliding mode control with optimal sliding surfaces for missile autopilot design[J]. *AIAA J of Guidance, Control and Dynamics*, 2000, 23(4): 719-727.
- [21] Cimen T. Global optimal feedback control of nonlinear systems and viscosity solutions of Hamilton-Jacobi-Bellman equations[D]. Sheffield: Department of Automatic Control and Systems Engineering, The University of Sheffield, 2003.

(上接第1168页)

- [10] Sun G M, Wang J, Qin S F. Radar target recognition based on the multi-resolution analysis theory and neural network[J]. *Pattern Recognition Letters*, 2008, 29: 2109-2105.
- [11] Zhu F, Zhang X D, Hu Y F. Gabor filter approach to joint feature extraction and target recognition[J]. *Transactions on Aerospace and Electronic System*, 2009, 45(1): 17-30.
- [12] Wang C X, Wang X B. A target recognition method of multi-radar[C]. *Proc of IEEE Int on Fuzzy Systems and Knowledge Discovery*. Ji'nan, 2008: 162-166.
- [13] Bullier B, Tayfun A, Cagri Y. Target differentiation with simple infrared sensors using statistical pattern recognition techniques[J]. *Pattern Recognition*, 2007, 40(10): 2607-2620.
- [14] Zhu Z W, Zhou J J. Automatic target recognition based on HRRP using SKO-KPCA[C]. *Proc of IEEE Int on Computational Sciences and Optimization*. Sanya, 2009: 874-877.
- [15] Prithviraj D. A multi-agent swarming system for distributed automatic target recognition using unmanned aerial vehicles[J]. *IEEE Trans on System, Man and Cybernetics — Part A: Systems and Humans*, 2008, 38(3): 549-563.
- [16] Xie J, Hu J C, Da L L. Underwater target recognition system based on case-based reasoning[C]. *Proc of 3rd Int Conf on Intelligent System and Knowledge Engineering*. Xiamen, 2008: 723-725.
- [17] Wang H G, Gao X G, Thompson C P. Aircraft target recognition based on recursive inference of fuzzy discrete DBNs[C]. *Proc of IEEE Int on Advanced Computer Control*. Xi'an, 2008: 183-187.
- [18] Dung P T. Combined neural networks for radar target recognition from radar range profiles[C]. *Proc of IEEE Int on Advanced Technologies for Communications*. Hanoi, 2008: 353-355.
- [19] Rizvi S A, Nasrabadi N M. Fusion of FLIR automatic target recognition algorithms[J]. *Information Fusion*, 2003, 4(4): 247-258.
- [20] Xie D G, Zhang X D, Hu Y F. Radar target recognition using LVQ network and majority voting[C]. *IEEE Congress on Image and Signal Processing*. Sanya, 2008: 184-187.
- [21] Xie W C, Chen J W. Ballistic missile target recognition based on improved Bispectra feature[C]. *IEEE Congress on Image and Signal Processing*. Sanya, 2008: 253-257.
- [22] Guy K, Christoph N, Felix O. Exploitation of track accuracy information in fusion technologies for radar target classification using Dempster-Shafer rules[C]. *Proc of IEEE Int on Information Fusion*. Seattle, 2009: 217-223.
- [23] Yang S Y, Wang M, Jiao L C. Radar target recognition using contourlet packet transform and neural network approach[J]. *Signal Processing*, 2009, 89(4): 394-409.