

间隙非线性圆柱齿轮分流传动系统动力学与均载特性分析

桂永方, 朱如鹏, 靳广虎, 李枝军

(南京航空航天大学 江苏省精密与微细制造技术重点实验室, 南京 210016)

摘要: 基于集中参数,建立了双输入圆柱齿轮分流传动系统的弯扭耦合动力学模型,模型中考虑了各齿轮副间的齿侧间隙、时变啮合刚度、啮合阻尼等因素。采用四阶龙格-库塔法,求解系统动力学方程,获得了系统的动力学均载系数。分析了齿侧间隙对均载系数的影响,获得了齿侧间隙对分流级、并车级均载系数的变化规律。研究表明:分流级均载系数随分流级单分支齿侧间隙增加而增大,随分流级双分支齿侧间隙增加而减小;分流级单分支、双分支齿侧间隙对并车级均载系数影响较小;并车级均载随并车级单分支齿侧间隙增加而增大,随并车级双分支齿侧间隙增加而减小;并车级单分支、双分支齿侧间隙对分流级均载系数影响较小;均载系数随双分支齿侧间隙的增加而增大。

关键词: 齿轮;动力学分析;均载;齿侧间隙;分流

中图分类号: TH132.4

文献标志码: A

DOI:10.13465/j.cnki.jvs.2014.18.029

Dynamic and load sharing characteristic analysis of a nonlinear cylindrical gear split-torque transmission system with backlash

GUI Yong-fang, ZHU Ru-peng, JIN Guang-hu, LI Zhi-jun

(Jiangsu Provincial Key Laboratory of Precision and Micro-Manufacturing Technology,
Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

Abstract: Based on the method of lumped parameters, a dynamic model was established for a 2-input cylindrical gear split-torque transmission system considering time-varying mesh stiffness, backlashes and mesh damping. Through solving its dynamic equations with the fourth order Runge-Kutta method, the dynamic load sharing coefficients of the system were acquired. The results showed that the load sharing coefficient of the split-torque stages increases with increase in backlash of single branch in split-torque stages, and it decreases with increase in backlash of dual-branch in split-torque stages; the backlashes of single-branch and dual-branch in split-torque stages have a smaller impact on the load sharing coefficient of synthesized torque stages; the load sharing coefficient of the synthesized torque stages increases with increase in backlash of single branch in synthesized torque stages, and it decreases with increase in backlash of dual-branch in synthesized torque stages; the backlashes of single-branch and dual-branch in synthesized torque stages have a smaller impact on the load sharing coefficient of split-torque stages; the dynamic load coefficient increases with increase in backlash of dual-branch.

Key words: gear; dynamic analysis; load sharing; backlash; split-torque

圆柱齿轮分流传动系统通过简单定轴轮系应用于大功率齿轮传动系统中,在直升机、舰船等领域具有广泛的应用前景。针对分流传动系统,国内外学者开展了一系列的研究工作。White等^[1-6]通过设计对比发现:分流传动系统相对于传动行星齿轮传动系统具有

终端减速比大、传动级少、能量损失低、可靠性高、齿轮和轴承数少、质量轻和噪声低等优点。Rashidi等^[7-10]研究了基于弹性元件和平衡梁均载机构的单输入圆柱齿轮分流传动系统的动力学特性,发现摩擦系数对平衡梁均载机构影响很大,认为安装角、啮合刚度相位是影响系统动力学响应的重要设计参数;计算了连接直齿轮与人字齿轮之间轴的扭转刚度对系统振动能的影响。Gmirya等^[11-13]提出了应用于CH-53K直升机的高效分流传动系统,对弹性轴均载性能进行了实验研究。杨振等^[14-16]研究了二分支分流传动系统的动力学响应与输入转速之间的关系,采用静力平衡法分析了制造误差和安装误差对传动系统均载系数的影响。

基金项目: 国家自然科学基金(50775108);高等学校博士学科点专项科研基金资助课题(20113218110017);江苏省普通高校研究生科研创新计划资助项目(CXZZ11_0199);江苏省高校优势学科建设工程资助(2012年)

收稿日期: 2013-07-11 修改稿收到日期:2013-09-10

第一作者 桂永方 男,硕士生,1988年5月生

通信作者 朱如鹏 男,博士,教授,1959年9月生

董皓等^[17]采用变形协调法,研究了双重功率分流传动系统的制造误差和安装误差对系统功率分流的影响。由于齿侧间隙的存在,轮齿间的接触状态会发生变化,导致轮齿间的接触、脱离、再接触的重复冲击,带来的强烈振动和较大的动载荷,影响了分流传动系统的载荷分配。目前,关于齿侧间隙对双输入分流传动系统动态均载特性的研究,鲜有文献报道。

本文以双输入圆柱齿轮分流传动系统为研究对象,考虑左右输入轴之间安装角、轴的横向位移、时变啮合刚和齿侧间隙等因素,基于集中质量法,建立了弯扭耦合的圆柱齿轮分流系统的非线性动力学模型;分析了齿侧间隙对分流传动系统动态均载系数的影响,为圆柱齿轮分流传动系统的设计提供了理论依据。

1 分流传动系统动力学模型

图1为双输入圆柱齿轮分流传动系统示意图。图中,LD和RD分别表示左右输入构件。双输入分流传动系统分为左右两个输入端,每个输入路线由分流级传动系统(左端:输入齿轮 Z_{Lp} 和两分支齿轮 Z_{L1s} 、 Z_{L2s} ;右端:输入齿轮 Z_{Rp} 和两分支齿轮 Z_{R1s} 、 Z_{R2s})与并车级传动系统(左端:两分支齿轮 Z_{L1h} 、 Z_{L2h} ;右端:两分支齿轮 Z_{R1h} 、 Z_{R2h} ;输出齿轮 Z_B)组成。扭矩经左右两输入齿轮 Z_{Lp} 和 Z_{Rp} 将扭矩传递给与其同时啮合的两分支齿轮 Z_{L1s} 与 Z_{L2s} 和 Z_{R1s} 与 Z_{R2s} ,实现扭矩分流;又经过齿轮 Z_{R1h} 与 Z_{R2h} 和 Z_{L1h} 与 Z_{L2h} 汇流至输出齿轮 Z_B ,实现扭矩并车。齿轮 Z_{R1s} 与 Z_{R1h} 、 Z_{R2s} 与 Z_{R2h} 、 Z_{L1s} 与 Z_{L1h} 和 Z_{L2s} 与 Z_{L2h} 通过扭力轴相联。图2所示为双输入圆柱齿轮分流传动系统各轴安装角度关系图。

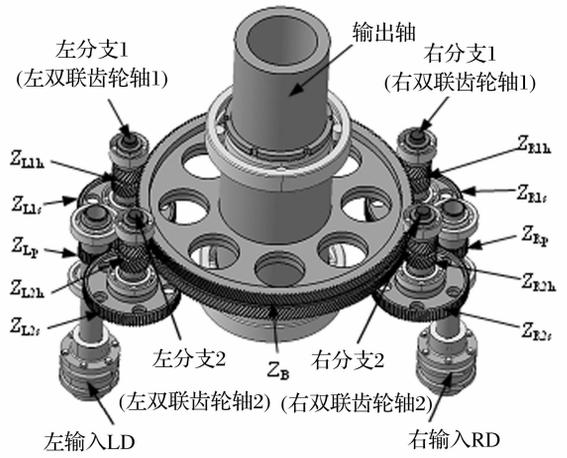


图1 双输入圆柱齿轮分流传动系统示意图
Fig. 1 Sketch of 2 - input cylindrical gear split-torque transmission system

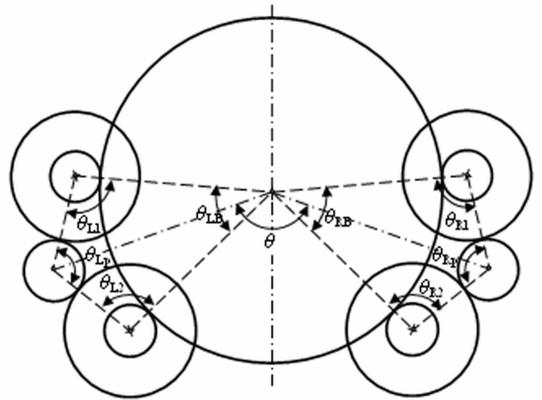


图2 双输入圆柱齿轮分流系统安装角度关系图
Fig. 2 Installation angle of 2 - input cylindrical gear split-torque transmission system

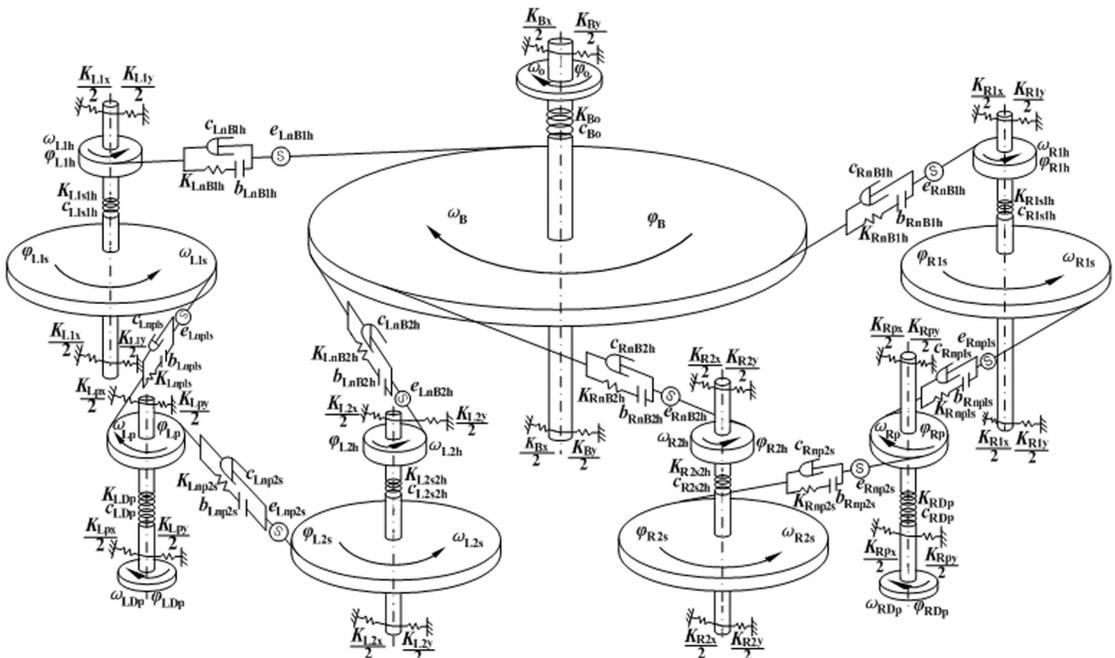


图3 双输入圆柱齿轮分流传动系统物理模型

Fig. 3 Dynamic model of cylindrical gear split - torque transmission system

图 3 为弹性支承下的双输入圆柱齿轮分流传动系统的物理模型。各级传动轴的支撑刚度分为 X, Y 两个方向, 啮合副、回转副及支撑处的弹性变形用等效弹簧刚度表示。各构件的刚度、阻尼、传递误差和齿侧间隙分别用字母 K, c, e, b 配合相应的下标表示。

双输入圆柱齿轮分流传动系统共有 28 个自由度, 其广义位移矢量 \mathbf{Y} 可表示为

$$\mathbf{Y} = (\varphi_{Rp}, \varphi_{R1s}, \varphi_{R2s}, \varphi_{R1h}, \varphi_{R2h}, \varphi_{Lp}, \varphi_{L1s}, \varphi_{L2s}, \varphi_{L1h}, \varphi_{L2h}, \varphi_{RD}, \varphi_{LD}, \varphi_B, \varphi_o, X_{Rp}, Y_{Rp}, X_{R1}, Y_{R1}, X_{R2}, Y_{R2}, X_{Lp}, Y_{Lp}, X_{L1}, Y_{L1}, X_{L2}, Y_{L2}, X_B, Y_B) \quad (1)$$

式中, $\varphi_{jp}, \varphi_{jis}$ 和 φ_{jih} 分别为 Z_{jp}, Z_{jis} 和 Z_{jih} 的扭转微位移; φ_{jD}, φ_B 和 φ_o 分别为左右输入端、 Z_B 和输出端的扭转微位移; X_{jp} 和 X_{ji} 分别为左右输入轴和分支 i 的坐标系横向位移; Y_{jp} 和 Y_{ji} 分别为左右输入轴和分支 i 的坐标系纵向位移; X_B 和 Y_B 分别为输出轴坐标系横向和纵向位移; $j=L, R, i=1, 2$ 。

2 啮合线综合位移

图 4 为双输入圆柱齿轮分流传动系统的局部与广义坐标关系图。图中, 上标有星号的表示局部坐标, 坐标系中的 Y, Y^* 沿齿轮啮合线方向。根据齿轮啮合关系可知, 当一个齿轮同时与两个齿轮啮合时, 两啮合线的交角与齿轮中心连线的交角相等。设左右输入轴的坐标为 X_{jp}^*, Y_{jp}^* 和 X_{jp}, Y_{jp} 。左右输入端在输出齿轮上形

成的坐标是 X_{jB}^*, Y_{jB}^* 和 X_{jB}, Y_{jB} 。

设 γ 为相应齿轮副的压力角的余角, 则可得左右输入齿轮副压力角的余角分别为 γ_{jnpis} 和 γ_{jnBih} 。取 X_B 和 Y_B 分别表示 X_{LB} 和 Y_{LB} , 则可得

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{V}_1^* &= \mathbf{V}_1 \cos \Theta + \mathbf{V}_2 \sin \Theta \\ \mathbf{V}_2^* &= -\mathbf{V}_1 \sin \Theta + \mathbf{V}_2 \cos \Theta \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

式中, $\mathbf{V}_1^*, \mathbf{V}_2^*$ 分别为 $[X_{jp}^*, X_{ji}^*, X_{jB}^*, X_{RB}^*], [Y_{jp}^*, Y_{ji}^*, Y_{jB}^*, Y_{RB}^*]$, 与其对应的 $\mathbf{V}_1, \mathbf{V}_2$ 和 Θ 分别为 $[X_{jp}, X_{ji}, X_{jB}, X_{LB}], [Y_{jp}, Y_{ji}, Y_{jB}, Y_{LB}]$ 和 $[\theta_{jp}, \theta'_{ji}, \theta_{jB}, \theta]$, $\theta'_{R1}, \theta'_{R2}, \theta'_{L1}$ 和 θ'_{L2} 分别为 $(\theta_{R1} - \gamma_{RnB1h} - \gamma_{Rnp1s}), (\theta_{R2} + \gamma_{RnB2h} + \gamma_{Rnp2s}), (\theta_{L1} + \gamma_{LnB1h} + \gamma_{Lnp1s})$ 和 $(\theta_{L2} - \gamma_{LnB2h} - \gamma_{Lnp2s})$ 。

由图 4 可得啮合线相对位移与扭转位移之间的关系为:

$$\left. \begin{aligned} Y_{Rnp1s} &= (-Y_{Rp} + r_{Rbp} \varphi_{Rp}) - (Y_{R1} + r_{Rb1s} \varphi_{R1s}) - e_{Rnp1s} \\ Y_{Rnp2s} &= (-Y_{Rp}^* + r_{Rbp} \varphi_{Rp}) - (Y_{R2} + r_{Rb2s} \varphi_{R2s}) - e_{Rnp2s} \\ Y_{RnB1h} &= (-Y_{R1} + r_{Rb1h} \varphi_{R1h}) - (Y_{RB}^* + r_{bB} \varphi_B) - e_{RnB1h} \\ Y_{RnB2h} &= (-Y_{R2}^* + r_{Rb2h} \varphi_{R2h}) - (Y_{RB} + r_{bB} \varphi_B) - e_{RnB2h} \\ Y_{Lnp1s} &= (-Y_{Lp}^* + r_{Lbp} \varphi_{Lp}) - (Y_{L1} + r_{Lb1s} \varphi_{L1s}) - e_{Lnp1s} \\ Y_{Lnp2s} &= (-Y_{Lp} + r_{Lbp} \varphi_{Lp}) - (Y_{L2} + r_{Lb2s} \varphi_{L2s}) - e_{Lnp2s} \\ Y_{LnB1h} &= (-Y_{L1}^* + r_{Lb1h} \varphi_{L1h}) - (Y_{LB} + r_{bB} \varphi_B) - e_{LnB1h} \\ Y_{LnB2h} &= (-Y_{L2} + r_{Lb2h} \varphi_{L2h}) - (Y_{LB}^* + r_{bB} \varphi_B) - e_{LnB2h} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

式中, $r_{jbp}, r_{jis}, r_{jih}$ 和 r_B 分别为 Z_{jp}, Z_{jis}, Z_{jih} 和 Z_B 的基圆半径。

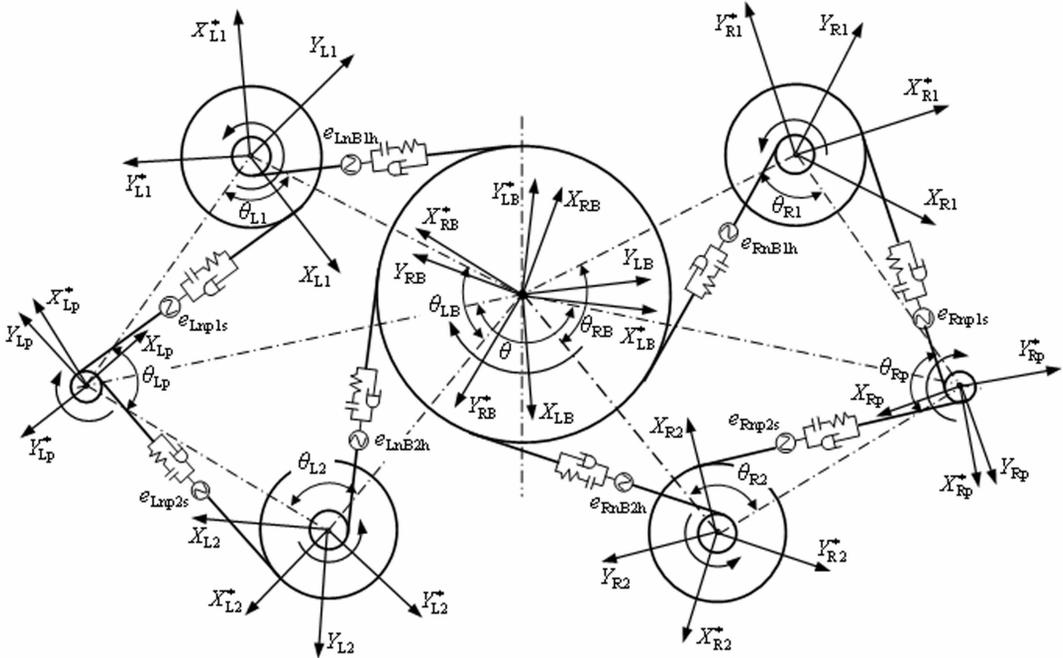


图 4 系统的局部与广义坐标关系图

Fig. 4 Relationship of partial and generalized coordinates of system

为消除刚体位移,在保持系统拓扑结构不变的前提下,将各轴的扭转位移转换为线位移,则得

$$\left. \begin{aligned} Y_{jDp} &= r_{jDp}(\varphi_{jD} - \varphi_{jP}) \\ Y_{jisih} &= r_{jisih}(\varphi_{jis} - \varphi_{jih}) \\ Y_{Bo} &= r_{Bo}(\varphi_B - \varphi_o) \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

式中, r_{jDp} 、 r_{jisih} 和 r_{Bo} 分别是左右输入轴、双联齿轮轴 i 和输出轴的半径。

根据系统的分流并车闭环结构特点和变形协调的要求,由式(3)与式(4),可求得 Y_{RnB2h} 为

$$\begin{aligned} Y_{RnB2h} &= Y_{RnB1h} + (-Y_{R2}^* - Y_{RB}) + (-e_{RnB2h} + e_{RnB1h}) + \\ & (Y_{R1} + Y_{RB}^*) - \frac{r_{Rb2h}}{r_{R2s2h}} Y_{R2s2h} + \frac{r_{Rb1h}}{r_{R1s1h}} Y_{R1s1h} + \\ & \frac{r_{Rb1h}}{r_{Rb1s}} (Y_{Rnp1s} + Y_{Rp} + Y_{R1}^* + e_{Rnp1s}) - \\ & \frac{r_{Rb2h}}{r_{Rb2s}} (Y_{Rnp2s} + Y_{Rp}^* + Y_{R2} + e_{Rnp2s}) \end{aligned} \quad (5)$$

同理,可以求得相对位移 Y_{LnB2h} 的表达式。

3 分流传动系统的动力学方程

令 F_{jnps} 和 F_{jnBih} 分别为齿轮副 Z_{jp} 与 Z_{jis} 和 Z_B 与 Z_{jih} 之间的啮合力,则各齿轮副之间的啮合力为

$$F_l = K_l f_l(Y_l) + c_l \dot{Y}_l \quad (6)$$

式中, K_l 、 $f_l(Y_l)$ 和 c_l 分别为齿轮副的时变啮合刚度、间隙函数和啮合阻尼, l 为 $jnps$ 和 $jnBih$ 。

啮合刚度的时变性采用齿频的间谐周期函数来反映,其表达式为^[14]:

$$K_l(t) = \bar{K}_l [1 + \varepsilon_l \cos(\omega_l t)] \quad (7)$$

式中, \bar{K}_l 、 ε_l 和 ω_l 分别为齿轮副的平均啮合刚度、刚度幅值系数和啮合频率,其中直齿轮啮合刚度均值 K_{jnps} 采用有限元法获得,而人字齿轮啮合刚度均值 K_{jnBih} 按斜齿轮啮合刚度并联方式计算获得。

设齿轮副间的法向平均啮合间隙为 $2b_l$, 间隙函数 $f_l(Y_l)$ 可表示为

$$f_l(Y_l) = \begin{cases} Y_l - b_l & Y_l > b_l \\ 0 & -b_l \leq Y_l \leq b_l \\ Y_l + b_l & Y_l < -b_l \end{cases} \quad (8)$$

传动系统中,传动轴上受到多对啮合力的作用。为推导系统的微分运动方程,需要将各个啮合力沿轴的广义坐标的两个方向进行分解。由坐标变换矩阵的逆矩阵可得分流传动系统右输入各轴和输出轴沿 X 、 Y 方向的合力为

$$\begin{pmatrix} F_{Rpx} \\ F_{Rpy} \\ F_{R1x} \\ F_{R1y} \\ F_{R2x} \\ F_{R2y} \\ F_{Bx} \\ F_{By} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -F_{Rnp2s} \sin\theta_{Rp} \\ F_{Rnp2s} \cos\theta_{Rp} + F_{Rnp1s} \\ -F_{Rnp1s} \sin\theta'_{R1} \\ F_{Rnp1s} \cos\theta'_{R1} + F_{RnB1h} \\ -F_{RnB2h} \sin\theta'_{R2} \\ F_{RnB2h} \cos\theta'_{R2} + F_{Rnp2s} \\ -F_{RnB1h} \sin(\theta_{RB} + \theta) - F_{RnB2h} \sin\theta - \\ F_{LnB2h} \sin\theta_{LB} \\ F_{RnB1h} \cos(\theta_{RB} + \theta) + F_{RnB2h} \cos\theta + \\ F_{LnB1h} + F_{LnB2h} \cos\theta_{LB} \end{pmatrix} \quad (9)$$

式中, F_{Rpx} 与 F_{Rpy} 和 F_{R1x} 与 F_{R1y} 分别为右输入轴,右分支 i 横向与纵向受力; F_{Bx} 和 F_{By} 分别为输出轴横向受力和纵向受力。

便于计算与分析,引入下述变量,即

$$\left. \begin{aligned} P_{jDp} &= K_{jDp} Y_{jDp} + c_{jDp} \dot{Y}_{jDp} \\ P_{jisih} &= K_{jisih} Y_{jisih} + c_{jisih} \dot{Y}_{jisih} \\ P_{Bo} &= K_{Bo} Y_{Bo} + c_{Bo} \dot{Y}_{Bo} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

根据以上状况分析,建立双输入圆柱齿轮分流传动系统动力学方程组,右输入端方程如式(11)~式(13),分别为

$$\left. \begin{aligned} \ddot{Y}_{Rnp1s} + \frac{F_{Rpy} - K_{Rpy} Y_{Rp}}{m_{Rp}} - \frac{F_{R1x} - K_{R1x} X_{R1}}{M_{R1}} \sin\theta'_{R1} + \frac{F_{R1y} - K_{R1y} Y_{R1}}{M_{R1}} \cos\theta'_{R1} - P_{RDp} \frac{r_{Rbp}}{r_{RDp} I_{Rp}} + \\ (F_{Rnp1s} + F_{Rnp2s}) \frac{r_{Rbp}^2}{I_{Rp}} + F_{Rnp1s} \frac{r_{Rb1s}^2}{I_{R1s}} - P_{R1s1h} \frac{r_{Rb1s}}{r_{R1s1h} I_{R1s}} + \ddot{e}_{Rnp1s} = 0 \\ \ddot{Y}_{Rnp2s} + \frac{F_{R2y} - K_{R2y} Y_{R2}}{M_{R2}} - \frac{F_{Rpx} - K_{Rpx} X_{Rp}}{m_{Rp}} \sin\theta_{Rp} + \frac{F_{Rpy} - K_{Rpy} Y_{Rp}}{m_{Rp}} \cos\theta_{Rp} - P_{RDp} \frac{r_{Rbp}}{r_{RDp} I_{Rp}} + \\ (F_{Rnp1s} + F_{Rnp2s}) \frac{r_{Rbp}^2}{I_{Rp}} + F_{Rnp2s} \frac{r_{Rb2s}^2}{I_{R2s}} - P_{R2s2h} \frac{r_{Rb2s}}{r_{2s2h} I_{R2s}} + \ddot{e}_{Rnp2s} = 0 \\ \ddot{Y}_{RnB1h} + (-\sin\theta_{RB} \cos\theta - \cos\theta_{RB} \sin\theta) \frac{F_{Bx} - K_{Bx} X_B}{m_B} + (-\sin\theta_{RB} \sin\theta + \cos\theta_{RB} \cos\theta) \frac{F_{By} - K_{By} Y_B}{m_B} + \\ \frac{F_{R1y} - K_{R1y} Y_{R1}}{M_{R1}} - P_{R1s1h} \frac{r_{Rb1h}}{r_{R1s1h} I_{R1h}} + F_{RnB1h} \frac{r_{Rb1h}^2}{I_{R1h}} + (F_{RnB1h} + F_{RnB2h} + F_{LnB1h} + F_{LnB2h}) \frac{r_{lB}^2}{I_B} - P_{Bo} \frac{r_{lB}}{r_{Bo} I_B} + \ddot{e}_{RnB1h} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

式中, m_{Rp} 、 m_{Ris} 、 m_{Rih} 和 m_B 分别为 Z_{Rp} 、 Z_{Ris} 、 Z_{Rih} 和 Z_B 的质量; I_{Rp} 、 I_{Ris} 、 I_{Rih} 和 I_B 分别为 Z_{Rp} 、 Z_{Ris} 、 Z_{Rih} 和 Z_B 的转动惯量; M_{Ri} 为 $(m_{Ris} + m_{Rih})$ 。

$$\left. \begin{aligned} & \ddot{Y}_{RDp} - T_{RD} \frac{r_{RDp}}{I_{RD}} + P_{RDp} \left(\frac{1}{I_{RD}} + \frac{1}{I_{Rp}} \right) - \\ & (F_{Rnp1s} + F_{Rnp2s}) \frac{r_{Rbp} r_{RDp}}{I_{Rp}} = 0 \\ & \ddot{Y}_{R1s1h} - F_{Rnp1s} \frac{r_{Rb1s} r_{R1s1h}}{I_{R1s}} + P_{R1s1h} \left(\frac{1}{I_{R1s}} + \frac{1}{I_{R1h}} \right) - \\ & F_{RnB1h} \frac{r_{Rb1h} r_{R1s1h}}{I_{R1h}} = 0 \\ & \ddot{Y}_{R2s2h} - F_{Rnp2s} \frac{r_{Rb2s} r_{R2s2h}}{I_{R2s}} + P_{R2s2h} \left(\frac{1}{I_{R2s}} + \frac{1}{I_{R2h}} \right) - \\ & F_{RnB2h} \frac{r_{Rb2h} r_{R2s2h}}{I_{R2h}} = 0 \\ & \ddot{Y}_{Bo} - (F_{RnB1h} + F_{RnB2h} + F_{LnB1h} + F_{LnB2h}) \frac{r_{bB} r_{Bo}}{I_B} + \\ & P_{Bo} \left(\frac{1}{I_B} + \frac{1}{I_o} \right) - \frac{T_o r_{Bo}}{I_o} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

式中, T_{jD} 和 T_o 分别为左右输入和输出扭矩; I_{jD} 和 I_o 分别为左右输入和输出的转动惯量。

$$\left. \begin{aligned} & m_{jp} \ddot{X}_{jp} + K_{jpx} X_{jp} - F_{jpx} = 0 \\ & m_{jp} \ddot{Y}_{jp} + K_{jpy} Y_{jp} - F_{jpy} = 0 \\ & M_{ji} \ddot{X}_{ji} + K_{jix} X_{ji} - F_{jix} = 0 \\ & M_{ji} \ddot{Y}_{ji} + K_{jiy} Y_{ji} - F_{jiy} = 0 \\ & m_B \ddot{X}_B + K_{Bx} X_B - F_{Bx} = 0 \\ & m_B \ddot{Y}_B + K_{By} Y_B - F_{By} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

4 动载荷与均载系数计算

采用四阶龙格库塔法求解系统动力学方程, 获得系统的位移响应, 将位移代入式(6), 获得动态啮合力 P_{jnpis} 和 P_{jnbih} 。令 G_{jnpis} 和 G_{jnbih} 分别为分流级和并车级传动系统中各啮合线上的动载系数, 则动载系数为:

$$\left. \begin{aligned} & G_{jnpis} = N(P_{jnpis})_{\max} / P_{jp} \\ & G_{jnbih} = N(P_{jnbih})_{\max} / P_{jih} \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

式中, P_{jp} 和 P_{jih} 分别为 (T_{jD}/r_{jbp}) 和 $(Z_{jis}/Z_{jp}) P_{jp}$ 。

令 b_{jisk_1} 和 b_{jihk_2} 分别为左右输入端每一齿频周期分流级和并车级各分支的均载系数。每一齿频周期中的均载系数^[18]为:

$$\left. \begin{aligned} & b_{jisk_1} = N(P_{jnpisk_1})_{\max} / \sum_{i=1}^N (P_{jnpisk_1})_{\max} \\ & b_{jihk_2} = N(P_{jnbihk_2})_{\max} / \sum_{i=1}^N (P_{jnbihk_2})_{\max} \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

式中, k_1 为 $1, 2, \dots, n_1$; k_2 为 $1, 2, \dots, n_2$; n_1 、 n_2 分别为

系统周期分流级和并车级的啮合齿频周期数; N 为 2。

令 Ω_{jis} 和 Ω_{jih} 分别为左右输入端系统周期分流级和并车级各齿轮副的均载系数, 则系统周期内各齿轮副均载系数为

$$\left. \begin{aligned} & \Omega_{jis} = (b_{jisk_1})_{\max} \\ & \Omega_{jih} = (b_{jihk_2})_{\max} \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

则左右输入端分流级和并车级系统周期均载系数 Ω_{js} 和 Ω_{jh} 为

$$\left. \begin{aligned} & \Omega_{js} = (\Omega_{jis})_{\max} \\ & \Omega_{jh} = (\Omega_{jih})_{\max} \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

5 均载特性分析

本文进行算例分析的双输入分流传动系统的基本参数如下:

表 1 双输入分流传动系统基本参数

Tab. 1 Basic parameters of 2-input split-torque transmission system

参数	数值
输入功率 P/kW	1 000
输入转速 $n/(\text{r} \cdot \text{min}^{-1})$	10 000
分流级齿轮模数 m_{12}	3.5
并车级齿轮模数 m_{34}	3.94
直齿轮齿数 Z_{Rp}/Z_{Lp}	31
直齿轮齿数 $Z_{R1s}/Z_{L1s}/Z_{R2s}/Z_{L2s}$	98
人字齿轮齿数 $Z_{R1h}/Z_{L1h}/Z_{R2h}/Z_{L2h}$	23
齿数 Z_B	215
分流级齿轮压力角 $\alpha_{12}/(^{\circ})$	22.5
并车级齿轮压力角 $\alpha_{34}/(^{\circ})$	20
并车级齿轮螺旋角 $\beta_{34}/(^{\circ})$	30
分流级齿轮齿宽 b_{12}/mm	48
并车级齿轮齿宽 b_{34}/mm	120
安装角度 $\theta_{R1}/\theta_{R2}/\theta_{L1}/\theta_{L2}/(^{\circ})$	108.5
安装角度 $\theta_{Rp}/\theta_{Lp}/(^{\circ})$	104.5
左右输入安装角度 $\theta/(^{\circ})$	180

5.1 传动系统各分支齿频周期均载系数分析

图 5 所示为分流传动系统的齿频周期均载系数。从图 5 中可知, 系统获得稳定以后, 虽然系统几何结构是对称的, 但左右输入端的各分支承受的扭矩并不相等, 右分支 2 和左分支 1 承受的扭矩较大。

5.2 分流级单分支齿侧间隙对传动系统均载特性的影响分析

研究分流级单分支齿侧间隙对系统均载特性的影响时, 在其它齿侧间隙不变的情况下, 分别改变两输入齿侧间隙 b_{Rnp1s} 与 b_{Lnp1s} 、 b_{Rnp2s} 与 b_{Lnp2s} , 获得系统周期均载系数分别随齿侧间隙 b_{Lnp1s} 与 b_{Rnp1s} 、 b_{Lnp2s} 与 b_{Rnp2s} 的变化曲线。

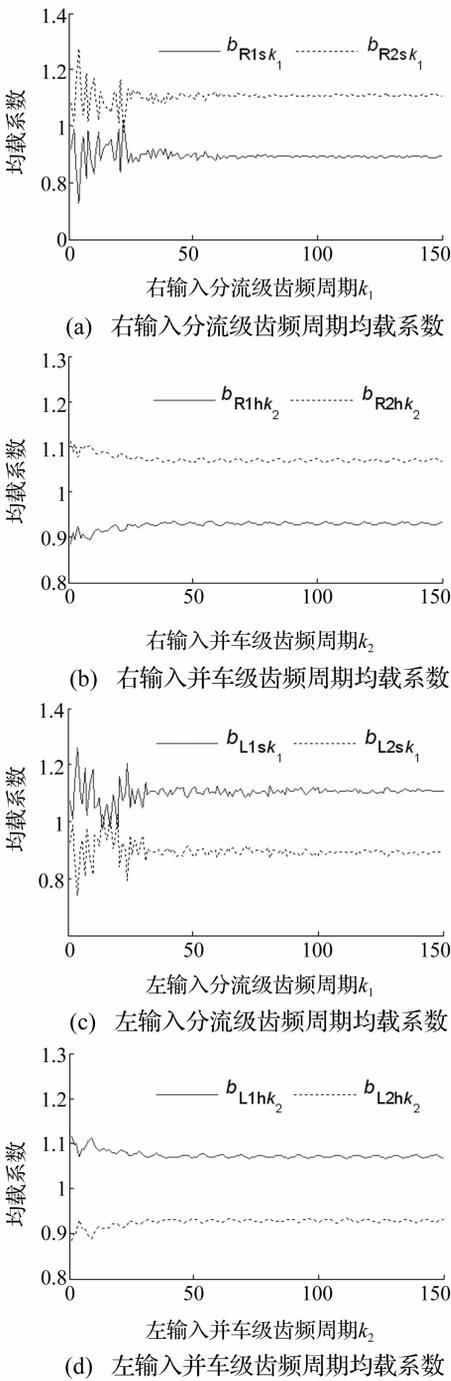


图5 分流传动系统的齿频周期均载系数
Fig. 5 the load sharing coefficient of gear mesh frequency for split-torque transmission system

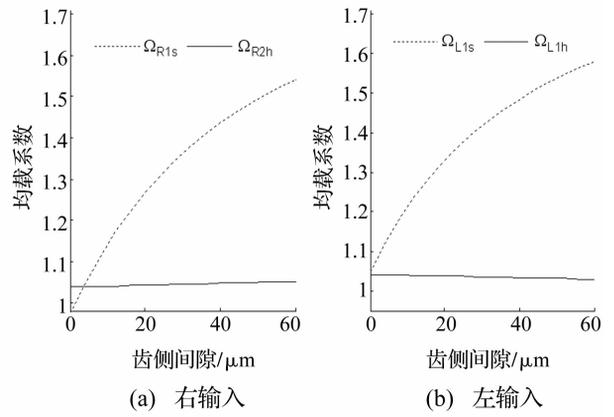


图6 均载系数与齿侧间隙 b_{Rnp1s} 、 b_{Lnp1s} 变化关系
Fig. 6 Relationship between the load sharing coefficient of and backlash b_{Rnp1s} 、 b_{Lnp1s}

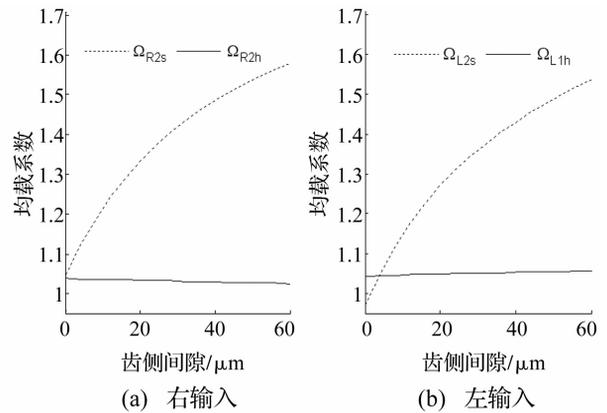


图7 均载系数与齿侧间隙 b_{Rnp2s} 、 b_{Lnp2s} 变化关系
Fig. 7 Relationship between the load sharing coefficient of and backlash b_{Rnp2s} 、 b_{Lnp2s}

响时,在其它齿侧间隙不变的情况下,分别改变两输入齿侧间隙 b_{RnB1h} 与 b_{LnB1h} 、 b_{RnB2h} 与 b_{LnB2h} ,获得系统周期均载系数分别随齿侧间隙 b_{LnB1h} 与 b_{RnB1h} 、 b_{LnB2h} 与 b_{RnB2h} 的变化曲线。

图8~9所示为并车级单分支齿侧间隙与分流级和并车级均载系数变化关系。并车级均载系数 Ω_{R1h} 与 Ω_{L1h} 、 Ω_{R2h} 与 Ω_{L2h} 对并车级单边齿侧间隙敏感,随齿侧间隙 b_{RnB1h} 与 b_{LnB1h} 、 b_{RnB2h} 与 b_{LnB2h} 增加而增加。并车级单边齿侧间隙对分流级均载系数影响小,均载系数 Ω_{R2s} 、 Ω_{L1s} 分别随齿侧间隙 b_{RnB1h} 、 b_{LnB2h} 增大略有增加,如图8(a)和9(b)所示;均载系数 Ω_{L1s} 、 Ω_{R2s} 分别随着齿侧间隙 b_{LnB1h} 、 b_{RnB2h} 增大略有减小,如图8(b)和9(a)所示。

5.4 分流级双分支齿侧间隙对传动系统的均载特性影响分析

研究分流级双分支齿侧间隙对系统均载特性的影响,分别改变分流级齿侧间隙 b_{Lnp1s} 、 b_{Lnp2s} 、 b_{Rnp1s} 、 b_{Rnp2s} ,获得系统周期均载系数随分流级以及并车级双分支齿侧间隙变化曲线。

图6~7所示为分流级单分支齿侧间隙与分流级和并车级均载系数变化关系。分流级均载系数 Ω_{R1s} 与 Ω_{L1s} 、 Ω_{R2s} 与 Ω_{L2s} 对分流级单边齿侧间隙敏感,随着齿侧间隙 b_{Rnp1s} 与 b_{Lnp1s} 、 b_{Rnp2s} 与 b_{Lnp2s} 增加而增加。分流级单边齿侧间隙对并车级均载影响小,均载系数 Ω_{R2h} 、 Ω_{L1h} 分别随齿侧间隙 b_{Rnp1s} 、 b_{Lnp2s} 增大略有增加,分别如图6(a)和7(b)所示;均载系数 Ω_{L1h} 、 Ω_{R2h} 分别随齿侧间隙 b_{Lnp1s} 、 b_{Rnp2s} 增大略有减小,如图6(b)和图7(a)所示。

5.3 并车级单分支齿侧间隙对传动系统均载特性的影响分析

研究并车级单分支齿侧间隙对系统均载特性的影

图10~11所示为分流级双分支齿侧间隙与分流

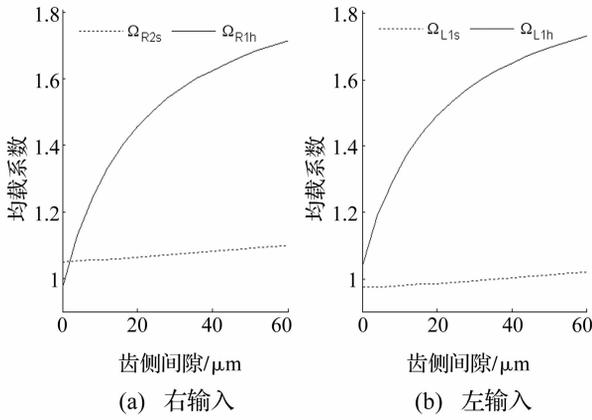


图 8 均载系数与齿侧间隙 b_{RnB1h} 、 b_{LnB1h} 变化关系
 Fig. 8 Relationship between the load sharing coefficient and backlash b_{RnB1h} 、 b_{LnB1h}

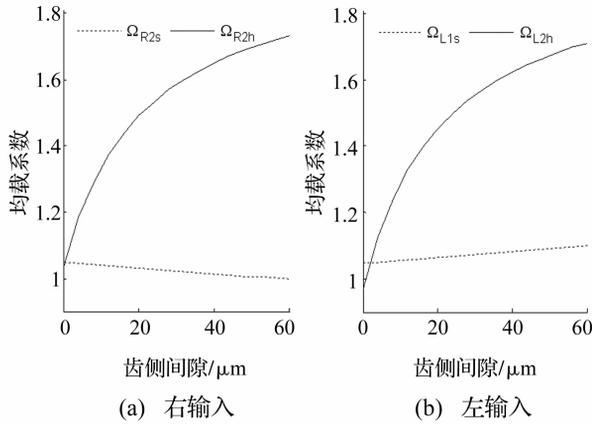


图 9 均载系数与齿侧间隙 b_{RnB2h} 、 b_{LnB2h} 变化关系
 Fig. 9 Relationship between the load sharing coefficient and backlash b_{RnB2h} 、 b_{LnB2h}

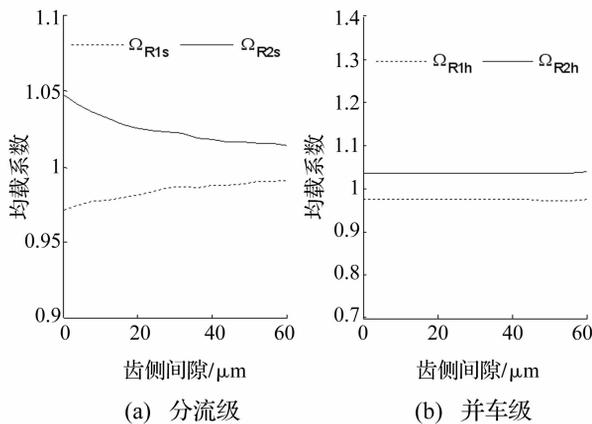


图 10 右输入均载系数与间隙 b_{Rnp1s} 、 b_{Lnp2s} 变化关系
 Fig. 10 Relationship between the load sharing coefficient of right input and backlash b_{Rnp1s} 、 b_{Lnp2s}

级和并车级均载系数变化曲线。随着齿轮 Z_{Lp} 与 Z_{L1s} 、 Z_{L2s} 以及齿轮 Z_{Rp} 与 Z_{R1s} 、 Z_{R2s} 啮合副间齿侧间隙 b_{Lnp1s} 、 b_{Lnp2s} 、 b_{Rnp1s} 、 b_{Rnp2s} 等值变化,分流级均载系数 Ω_{L2s} 与 Ω_{R2s} 对分流级双边齿侧间隙敏感,随着齿侧间隙 b_{Lnp1s} 与 b_{Lnp2s} 、 b_{Rnp1s} 与 b_{Rnp2s} 增加而减小,如图 10(a) 和图 11(a)

所示;分流级双分支齿侧间隙对并车级均载系数影响小,如图 10(b) 和图 11(b) 所示。

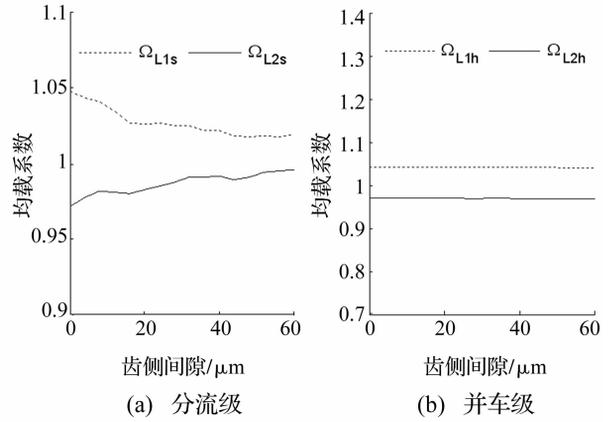


图 11 左输入均载系数与间隙 b_{Lnp1s} 、 b_{Lnp2s} 变化关系
 Fig. 11 Relationship between the load sharing coefficient of left input and backlash b_{Lnp1s} 、 b_{Lnp2s}

5.5 并车级双分支齿侧间隙对传动系统的均载特性影响分析

研究并车级双分支齿侧间隙对系统均载特性的影响,分别改变并车级齿侧间隙 b_{LnB1h} 、 b_{LnB2h} 、 b_{RnB1h} 、 b_{RnB2h} , 获得系统周期均载系数随分流级以及并车级双分支齿侧间隙变化曲线。

图 12 ~ 13 所示为并车级双分支齿侧间隙与分流级和并车级均载系数变化曲线。随着齿轮 Z_B 与 Z_{L1h} 、 Z_{L2h} , 齿轮 Z_B 与 Z_{R1h} 、 Z_{R2h} 啮合副间齿侧间隙 b_{LnB1h} 、 b_{LnB2h} 、 b_{RnB1h} 、 b_{RnB2h} 等值变化,并车级均载系数 Ω_{L2h} 与 Ω_{R2h} 对分流级双边齿侧间隙敏感,随着齿侧间隙 b_{LnB1h} 与 b_{LnB2h} 、 b_{RnB1h} 与 b_{RnB2h} 增加而减小,如图 12(b) 和图 13(b) 所示;并车级双分支齿侧间隙对分流级均载系数影响小,如图 12(a) 和图 13(a) 所示。

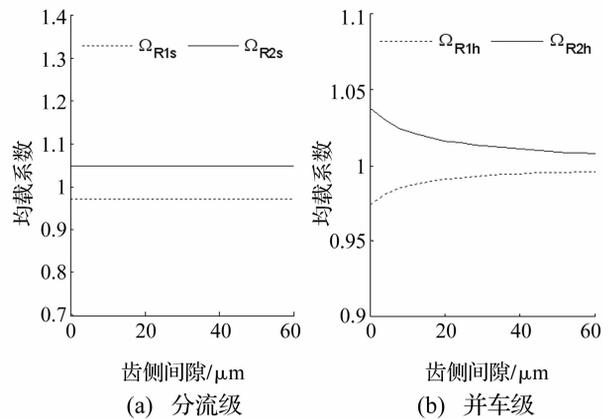


图 12 右输入均载系数与间隙 b_{RnB1h} 、 b_{RnB2h} 变化关系
 Fig. 12 Relationship between the load sharing coefficient of right input and backlash b_{RnB1h} 、 b_{RnB2h}

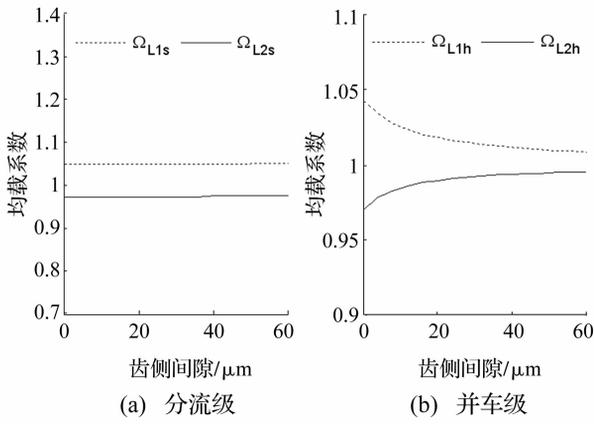


图 13 左输入均载系数与间隙 b_{LnB1h} 、 b_{LnB2h} 变化关系
Fig. 13 Relationship between the load sharing coefficient of left input and backlash b_{LnB1h} 、 b_{LnB2h}

5.6 齿侧间隙对传动系统的动载特性的影响分析

从前面的研究可知,双分支齿侧间隙的同步变化有利于改善均载系数,但是较大的齿侧间隙会导致系统产生较大冲击载荷,影响传动系统的动载系数。为研究齿侧间隙对传动系统动载系数的影响,假设同步改变各齿轮啮合副间齿侧间隙,使其从 0 ~ 60 μm 变化,获得动载系数随各齿轮啮合副间齿侧间隙变化曲线,如图 14 所示。传动系统左右输入的分流级和并车级动载系数随齿侧间隙的增加而增大。并车级动载系数 G_{LnB1h} 、 G_{LnB2h} 、 G_{RnB1h} 和 G_{RnB2h} 对齿侧间隙敏感度相对分流级动载系数 G_{Lnp1s} 、 G_{Lnp2s} 、 G_{Rnp1s} 和 G_{Rnp2s} 高。

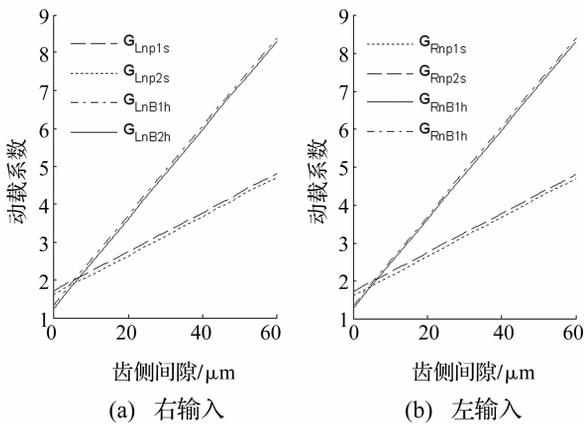


图 14 动载系数与齿侧间隙变化关系
Fig. 14 Relationship between dynamic load coefficient and backlash

6 结论

- (1) 分流级均载系数随分流级单分支齿侧间隙增加而增大,随分流级双分支齿侧间隙增加而减小;
- (2) 分流级单分支、双分支齿侧间隙对并车级均载系数影响较小;

- (3) 并车级均载系数随并车级单分支齿侧间隙增加而增大,随并车级双分支齿侧间隙增加而减小;
- (4) 并车级单分支、双分支齿侧间隙对分流级均载系数影响较小;
- (5) 传动系统的动载系数随双分支齿侧间隙的增加而增大。

参考文献

- [1] White G. New family of high-ratio reduction gear with multiple drive paths [J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, 1974, 188(1) :281 - 288.
- [2] White G. Design study of a 375 kW helicopter transmission with split-torque epicyclic and bevel drive stages [J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science, 1983, 197(4) :213 - 224.
- [3] White G. A 2400kW lightweight helicopter transmission with split-torque gear trains [R]. ASME Design Engineering Technical Conference, Cambridge, Mass. , 1984.
- [4] White G. The 3600 hp split-torque helicopter transmission [R]. Cleveland, Ohio: Transmission Research, Inc, 1985.
- [5] White G. Split torque helicopter transmissions with widely separated engines [J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering, 1989, 203(1) :53 - 65.
- [6] White G. Design study of a split-torque helicopter transmission [J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering, 1998, 212(2) : 117 - 123.
- [7] Rashidi M, Krantz T L. Dynamics of a split torque helicopter transmission [R]. Scottsdale, Arizona: NASA Lewis Research Center, the American Society of Mechanical Engineers, 1992.
- [8] Krantz T L, Rashidi M, Kish J G. Split torque transmission load sharing [R]. Solihull, West Midlands, United Kingdom: NASA Lewis Research Center, the Institute of Mechanical Engineers, 1992.
- [9] Rashidi M, Krantz T L. Dynamics of a split torque helicopter transmission [R]. Cleveland, Ohio: NASA Lewis Research Center, 1994.
- [10] Krantz T L, Rashidi M. Vibration analysis of a split path gearbox [R]. San Diego, California: AIAA/ SAE/ ASME, 1995.
- [11] Yuriy Gmirya, Woodbridge. Multi-path rotary wing aircraft gearbox; United States, US7918146B2 [P]. 2011 - 04 - 05.
- [12] Yuriy Gmirya, Shulin He, Gregory Buzel, et al. Load sharing test of the CH - 53K split torque main gearbox [C] // The American Helicopter Society 65th Annual Forum. The American Helicopter Society International, Grapevine Texas, May27 - 29, 2009:977 - 986.
- [13] Gmirya Y, Alulis M, Palcic P, et al. Design and development of a modern transmission baseline configuration of the CH - 53K drive system [C] // The American Helicopter Society 67th Annual Forum. The American Helicopter Society International, Virginia Beach, VA, May3 - 5, 2011:2323 - 2334.

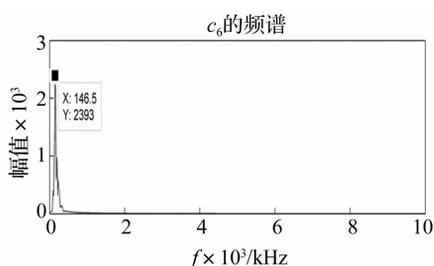


图 10 调频 EMD 分解的第六个 IMF 分量的包络谱图

Fig. 10 Envelope spectrum of the sixth IMF

in FM-EMD decomposition results

率 146.5 Hz 处有明显的冲击,与滚动体的故障特征相符合,由此可以判断滚动轴承的故障为滚动体故障。

4 结 论

本文对 EMD 和 FM-EMD 两种算法进行了数值仿真,并将此两种方法对轴承故障信号进行处理,可得结论:

(1) FM-EMD 方法较原 EMD 方法能够有效地分解具有相对密集频率成分的弱非线性衰减信号,得到物理意义明确的 IMF,且模态混叠程度有了一定的改善。

(2) FM-EMD 方法可以应用于轴承故障诊断领域,可以在一定程度上提高故障诊断精度。

参 考 文 献

[1] 张超,陈建军,徐亚兰. 基于 EMD 分解和奇异值差分谱理论的轴承故障诊断方法[J]. 振动工程学报, 2011, 24(5): 539-545.
ZHANG Chao, CHEN Jian-jun, XU Ya-lan. A bearing fault diagnosis method based on EMD and difference spectrum theory of singular value [J]. Journal of Vibration Engineering, 2011, 24(5): 539-545.

[2] Huang N E, Shen Z, Long S R, et al. The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis [J]. Proceedings of Royal Society of London, Series A, 1998, 454: 903-995.
[3] 张欣,杜修力. 基于调频 EMD 的结构非线性辨识方法研究[J]. 工程力学, 2011, 28(8): 83-88.
ZHANG Xin, DU Xiu-li. Identification of nonlinear system by frequency modulated EMD method [J]. Engineer Mechanics, 2011, 28(8): 83-88.
[4] Rilling G, Flandrin P. One or two frequencies? The empirical mode decomposition answers [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2008, 56(1): 85-95.
[5] Wu Z H, Huang N E. Ensemble empirical mode decomposition: A noise-assisted data analysis method [J]. Advances In Adaptive Data Analysis, 2008, 1(1): 1-41.
[6] 沈长青,朱忠奎,刘方,等. 基于 EEMD 和改进的形态滤波方法的轴承故障诊断研究[J]. 振动与冲击, 2013, 32(2): 76-80.
SHEN Chang-qing, ZHU Zhong-kui, LIU Fang, et al. Rolling element bearing fault diagnosis based on EEMD and improved morphological filtering method [J]. Journal of Vibration and Shock, 2013, 32(2): 76-80.
[7] 周智,张优云,朱永生,等. 基于 EEMD 和共振解调的滚动轴承自适应故障诊断[J]. 振动与冲击, 2013, 32(2): 39-43.
ZHOU Zhi, ZHANG You-yun, ZHU Yong-sheng, et al. Adaptive fault diagnosis of rolling bearings based on EEMD and demodulated resonance [J]. Journal of Vibration and Shock, 2013, 32(2): 39-43.
[8] 张学清,梁军. 基于 EEMD-近似熵和储备池的风电功率混沌时间序列预测模型[J]. 物理学报, 2013, 62(5): 1-10.
ZHANG Xue-qing, LIANG Jun. Chaotic time series prediction model of wind power based on ensemble empirical mode decomposition-approximate entropy and reservoir [J]. Acta Physica Sinica, 2013, 62(5): 1-10.

(上接第 184 页)

[14] 杨振. 转矩分流式齿轮传动系统动力学特性研究[D]. 西安:西北工业大学, 2007.
[15] 杜佳佳,王三民,王颖. 功率双分支传动系统的动力学特性研究[J]. 机械制造, 2012, 50(4): 10-12.
DU Jia-jia, WANG San-min, WANG Ying. Research on dynamic characteristics of the dual power path gear transmission [J]. Machinery, 2012, 50(4): 10-12.
[16] 杨振,王三民,范叶森. 矩阵分流式齿轮传动系统的非线性动力学特性[J]. 机械工程学报, 2008, 44(7): 52-57.
YANG Zhen, WANG San-min, FAN Ye-sen. Nonlinear dynamic characteristics of split-torque gear transmission system [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2008, 44(7): 52-57.
[17] 董皓,方宗德,王宝宾,等. 基于变形协调的双重功率分流

轮系均载特性[J]. 华南理工大学学报(自然科学版), 2012, 40(5): 18-22.
DONG Hao, FANG Zong-de, WANG Bao-bin, et al. Load-sharing characteristics of gear train with dual power split based on deflection compatibility [J]. Journal of South China University of Technology (Natural Science Edition), 2012, 40(5): 18-22.
[18] 朱增宝,朱如鹏,鲍和云,等. 偏心与齿频误差对封闭差动人字齿轮传动系统动态均载特性的影响分析[J]. 航空动力学报, 2011, 26(11): 2601-2609.
ZHU Zeng-bao, ZHU Ru-peng, BAO He-yun, et al. Impact of run out and meshing frequency errors on dynamic load sharing for encased differential herringbone train [J]. Journal of Aerospace Power, 2011, 26(11): 2601-2609.