

基于动态侧隙的齿轮系统齿面磨损故障动力学分析

高洪波^{1,2}, 李允公¹, 刘杰¹

(1. 东北大学 机械工程与自动化学院, 沈阳 110819; 2. 辽宁省交通高等专科学校 机电工程系, 沈阳 110122)

摘要: 根据齿面磨损、偏心和轴承的振动等会引起齿轮系统齿侧间隙时变这一特性, 提出了基于动态侧隙的齿轮系统齿面磨损故障分析方法。综合考虑动态啮合刚度、动态齿侧间隙、摩擦、偏心等因素建立了单级齿轮传动系统六自由度啮合耦合型动力学模型, 给出了全齿均匀磨损和偏心磨损故障的仿真方法, 并对含故障齿轮系统动力学行为进行了分析。最后, 利用齿轮实验台对齿侧间隙增大的磨损故障进行了模拟, 验证了理论分析结果。研究表明, 齿轮系统传递误差、振动冲击状态和振动剧烈程度等会随齿面磨损形式和程度不同而变化, 为齿面磨损故障的监测与诊断提供了理论依据。

关键词: 动态侧隙; 磨损故障; 动力学; 传递误差

中图分类号: TH113; TH132

文献标志码: A

DOI: 10.13465/j.cnki.jvs.2014.18.036

Dynamic analysis of a spur gear system with tooth-wear faults based on dynamic backlash

GAO Hong-bo^{1,2}, LI Yun-gong¹, LIU Jie¹

(1. School of Mechanical Engineering & Automation, Northeastern University, Shenyang 110819, China;

2. Department of Electromechanical Engineering, Liaoning Provincial College of Communications, Shenyang 110122, China)

Abstract: An analysis method based on dynamic backlash for a spur gear system with tooth-wear fault was proposed according to the characteristic of a time-varying backlash caused by tooth-wear, eccentricity and bearing vibration in a gear system. Moreover, a meshing coupled dynamic model with 6-DOF for a single-stage spur gear system was built considering time-dependent meshing stiffness, dynamic backlash, friction and eccentricity. The simulation methods were presented to analyze the dynamic behaviors of the gear system with uniform tooth-wear fault and eccentric tooth-wear fault. At last, the wear fault tests with increase in backlash were performed on a gear system experimental bench, the tests verified the theoretical analysis results. Study results showed that the gear system transmission error, shock status and vibration intensity vary with different forms and levels of wear fault, they provide a theoretical basis for monitoring and diagnosing tooth-wear faults of a gear system.

Key words: dynamic backlash; wear fault; dynamics; transmission error

齿面磨损是齿轮传动装置中常见的失效形式^[1], 其机理通常是所谓的磨料磨损。当齿轮发生磨损时, 将破坏齿轮轮齿接触表面, 使轮齿齿廓偏离理想的啮合齿廓, 造成啮合过程中的冲击与局部齿面接触载荷增大, 削弱齿轮接触强度, 从而引起齿面的进一步破坏^[2]。对这种早期故障进行监测与诊断, 可避免断齿等恶性故障的发生。

陈予恕等^[3-4]指出对齿轮箱等旋转机械系统的故障建立合理的动力学模型, 并对故障的演化过程及动力学机理进行分析, 可为某些疑难振动故障的机理研究、控制和预测提供指导。在齿轮磨损故障动力学研究方面, Yesilyurt 等^[5]基于振动模态分析方法对磨损

轮齿啮合刚度进行测量, 并得出轮齿啮合刚度随着齿面磨损呈现近似线性的下降。Choy 等^[6]建立含点蚀和磨损损伤的齿轮系统动力学仿真模型, 并以啮合刚度幅值和相位的改变来对齿面磨损进行模拟。王彦刚等^[7-8]建立了含磨损故障的齿轮系统单自由度非线性振动模型, 以不同的间隙非线性函数来模拟全齿磨损和单齿磨损, 并利用混沌振子方法对系统的分叉与混沌运动进行了研究。但齿轮系统是一个复杂的非线性机械系统, 齿面磨损会引起齿轮系统齿形误差、刚度、摩擦力等诸多动力学参数的变化, 必须综合进行考虑; 且由于各齿磨损量的差异、齿轮系统偏心和轴承的振动等原因, 两齿轮啮合时齿侧间隙是时变的, 上述基于固定的齿侧间隙并简化为单自由度系统的齿轮磨损故障动力学模型, 不能全面地反映故障系统的动力学特性, 并且没有考虑齿轮系统存在的偏心及对随之产生的偏心磨损进行分析。因此, 本文综合考虑齿轮系统动

态啮合刚度、摩擦与节线冲击、偏心等建立了基于动态齿侧间隙的单级圆柱齿轮传动系统啮合耦合型动力学模型,并对齿轮系统普遍存在的齿面均匀磨损故障和偏心磨损故障的动力学行为进行了模拟,分析了不同形式和程度的齿面磨损故障下齿轮系统传递误差、振动冲击状态和振动剧烈程度等的变化情况。最后,依据齿轮实验台的实测数据对理论分析结果进行了验证。

1 动力学模型的建立

建立单级直齿圆柱齿轮传动系统啮合耦合型动力学模型如图1所示,两齿轮的齿数分别为 z_1 、 z_2 ,基圆半径为 R_p 、 R_g 。假设:传动轴为短刚性轴,不存在摆动;轴两端的轴承具有相同的刚度和阻尼;箱体为刚体;在静态条件下,系统各零件处于准确安装位置;不计重力的影响。因此,模型为二维平面振动系统,具有6个自由度,分别为主、被动齿轮绕旋转中心的扭转振动自由度 θ_p 、 θ_g 和在 x 、 y 方向的平移自由度 x_p 、 y_p 、 x_g 、 y_g 。 k_{ij} 、 c_{ij} ($i=p, g, j=x, y$)分别为传动轴、轴承和箱体等的支承刚度和阻尼的组合等效值。

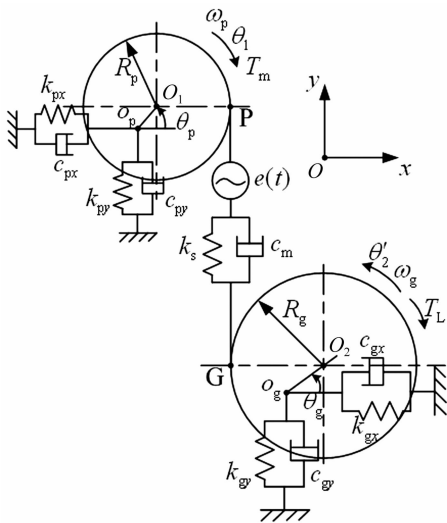


图1 齿轮系统动力学模型

Fig. 1 Dynamic model of gear system

设系统的广义位移列阵 $\{\delta\} = \{x_p, y_p, \theta_p, x_g, y_g, \theta_g\}^T$,当齿轮存在与内孔不同心误差或安装偏心时,主、被动齿轮P、G绕实际旋转中心 $O_p(x_p, y_p)$ 、 $O_g(x_g, y_g)$ 转动, $O_1(x_1, y_1)$ 、 $O_2(x_2, y_2)$ 为两齿轮形心, $\theta_1 = \omega_p t - \theta_p$ 、 $\theta_2' = \omega_g t + \theta_g$ 为主、被动齿轮的角位移,其中 ω_p 、 ω_g 为两齿轮角速度。 e_p 、 e_g 为主、被动齿轮的偏心量,设主动轮的偏心量初始相位为0, θ_{02} 为两轮偏心量相位差,被动齿轮偏心相位 $\theta_2 = \theta_2' + \theta_{02}$ 。则有, $x_1 = x_p + e_p \cos \theta_1$, $y_1 = y_p - e_p \sin \theta_1$, $x_2 = x_g + e_g \cos \theta_2$, $y_2 = y_g + e_g \sin \theta_2$, 啮合线上主、被动齿轮的切点P和G的 y 方向位移 $\tilde{y}_p = y_p - e_p \sin \theta_1 - R_p(\omega_p t - \theta_p)$, $\tilde{y}_g = y_g - e_g \sin \theta_2 - R_g(\omega_g t + \theta_g)$ 。齿轮系统沿着啮合线方向的误差: $\delta_s(t) = \tilde{y}_g - \tilde{y}_p -$

$e(t)$,其中 $e(t)$ 为静态传递误差。转角传递误差^[9]:

$$TE(t) = \theta_g(t) - \theta_p(t) \frac{z_1}{z_2} = \frac{-\delta_s(t)}{R_g} \quad (1)$$

1.1 动态侧隙

为了贮存润滑油并为轮齿热膨胀留有空间,齿轮安装时要留有一定的齿侧间隙,随着齿轮中心距或齿厚的变化,齿侧间隙是时变的。当齿轮系统由于偏心或轴承振动引起中心距变化时,齿侧间隙变为:

$$b_n' = 2a_0 \cos \alpha_0 (\text{inv} \alpha' - \text{inv} \alpha_0) \quad (2)$$

其中 $\text{inv} \alpha = \tan \alpha - \alpha$, $\alpha' = \arccos\left(\frac{a_0}{a'} \cos \alpha_0\right)$, a_0 、 α_0 为初始安装中心距和压力角(本文根据GB/Z 1860.2-2002推荐的工业装置最小法向侧隙 $j_{bn \min}$ 确定初始安装齿侧间隙 b_n ,进而得到 a_0 、 α_0); a' 、 α' 为齿轮实际啮合过程中的中心距和压力角。根据图1:

$$a' = \sqrt{(a_0 \cos \alpha_0 + x_2 - x_1)^2 + (a_0 \sin \alpha_0 + y_1 - y_2)^2} \quad (3)$$

当齿轮磨损时,实际齿厚要小于理论齿厚,从而引起的侧隙变化量^[10] $b_t = t_i - t_a$,其中 t_i 为理想齿厚, t_a 为实际齿厚。

综上,齿轮啮合系统的单边动态侧隙:

$$b' = \frac{1}{2}(b_t + b_n') \quad (4)$$

齿轮系统的间隙非线性函数表示为:

$$f_s(\delta_s(t), b') = \begin{cases} \delta_s(t) - b' & \delta_s(t) > b' \\ 0 & -b' \leq \delta_s(t) \leq b' \\ \delta_s(t) + b' & \delta_s(t) < -b' \end{cases} \quad (5)$$

1.2 动态啮合刚度

直齿轮的啮合刚度是随轮齿啮合位置和参与啮合的轮齿数的改变而改变的周期函数,基频为啮合频率,可将其展开为傅里叶级数^[11]:

$$k_s(t) = k_m + \sum_{i=1}^n k_i \cos(i\omega_n t - \varphi_i)$$

$$k_i = \frac{\sqrt{2 - 2\cos(2\pi i(\varepsilon - m))}}{\pi i} k_s$$

$$\varphi_i = \arctan \frac{1 - \cos(2\pi i(\varepsilon - m))}{\sin(2\pi i(\varepsilon - m))} \quad (6)$$

式中, $k_m = \varepsilon k_s$, ε 为重合度, k_s 为单齿啮合刚度, $m < \varepsilon < m + 1$, m 为整数。本文取谐波的前3项。

在齿轮传动系统中,一般当 $k_s(t)$ 最小时,在平均载荷的作用下,轮齿变形或静传递误差为最大。取综合静传递误差 $e(t)$ 的相位 $\varphi_e = \varphi_i + \pi$,均值为 e_m ,则其傅里叶展开为:

$$e(t) = e_m + \sum_{i=1}^3 e_i \cos(i\omega_n t - \varphi_e) \quad (7)$$

1.3 摩擦力

齿轮啮合的动态啮合力可表示为 $W_{cy} = k_s(t) f_s(\delta_s(t), b') + c_m \dot{\delta}_s(t)$,其中 c_m 为啮合阻尼。由其产

生的摩擦力：

$$F_f = \lambda \mu W_{cy} \quad (8)$$

摩擦力对齿轮中心的力臂分别为^[12]：

$$\begin{aligned} s_p &= \sqrt{a^2 - (R_p^2 + R_g^2)} - \sqrt{R_{ag}^2 - R_g^2} + R_p \omega_p t + R_p \theta_p \\ s_g &= \sqrt{a^2 - (R_p^2 + R_g^2)} - s_p = \sqrt{R_{ag}^2 - R_g^2} - R_p \omega_p t - R_p \theta_p \end{aligned} \quad (9)$$

$$\left. \begin{aligned} m_p \ddot{x}_p + c_{px} \dot{x}_p + k_{px} x_p &= -m_p e_p \ddot{\theta}_p \sin(\omega_p t - \theta_p) + m_p e_p (\omega_p - \dot{\theta}_p)^2 \cos(\omega_p t - \theta_p) + \lambda \mu W_{cy} \\ m_p \ddot{y}_p + c_{py} \dot{y}_p + k_{py} y_p &= W_{cy} - m_p e_p \ddot{\theta}_p \cos(\omega_p t - \theta_p) - m_p e_p (\omega_p - \dot{\theta}_p)^2 \sin(\omega_p t - \theta_p) \\ I_p \ddot{\theta}_p &= -m_p e_p^2 \ddot{\theta}_p - m_p e_p \ddot{x}_p \sin(\omega_p t - \theta_p) - m_p e_p \ddot{y}_p \cos(\omega_p t - \theta_p) + W_{cy} R_p - T_M + \lambda \mu W_{cy} s_p \\ m_g \ddot{x}_g + c_{gx} \dot{x}_g + k_{gx} x_g &= m_g e_g \ddot{\theta}_g \sin(\omega_g t + \theta_g + \theta_{02}) + m_g e_g (\omega_g + \dot{\theta}_g)^2 \cos(\omega_g t + \theta_g + \theta_{02}) - \lambda \mu W_{cy} \\ m_g \ddot{y}_g + c_{gy} \dot{y}_g + k_{gy} y_g &= -W_{cy} - m_g e_g \ddot{\theta}_g \cos(\omega_g t + \theta_g + \theta_{02}) + m_g e_g (\omega_g + \dot{\theta}_g)^2 \sin(\omega_g t + \theta_g + \theta_{02}) \\ I_g \ddot{\theta}_g &= -m_g e_g^2 \ddot{\theta}_g + m_g e_g \ddot{x}_g \sin(\omega_g t + \theta_g + \theta_{02}) - m_g e_g \ddot{y}_g \cos(\omega_g t + \theta_g + \theta_{02}) + W_{cy} R_g - T_L + \lambda \mu W_{cy} s_g \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

1.5 无量纲化

设 $\tau = f_r t$, f_r 为主动齿轮转频, 则 $\bar{\omega}_p = \omega_p / f_r = 2\pi \circ$ 取无量纲长度 $d = 0.001 \text{ m}$, 且 $x_p = \bar{x}_p d$, $y_p = \bar{y}_p d$, $x_g = \bar{x}_g d$, $y_g = \bar{y}_g d$, $e_p = \bar{e}_p d$, $e_g = \bar{e}_g d$, $a = \bar{a} d$, $b' = \bar{b}' d$, $R_p = \bar{R}_p d$, $R_g = \bar{R}_g d$, $I_p = \bar{I}_p m_p d^2$, $I_g = \bar{I}_g m_g d^2$, $T_M = \bar{T}_M / m_p d^2 f_r^2$,

式中, $\lambda = \text{sgn}[(\omega_p - \dot{\theta}_p) s_p - (\omega_g + \dot{\theta}_g) s_g]$ 为摩擦力方向系数, μ 为摩擦因数, R_{ag} 为被动齿轮齿顶圆半径。

1.4 运动微分方程

通过分别在主动轮和被动轮应用拉格朗日方程得到齿轮系统的运动微分方程为：

$\bar{T}_L = T_L / m_p d^2 f_r^2$, $F_{ah} = e/d$, $\omega_{n1}^2 = k_p / m_p$, $\omega_{n2}^2 = k_g / m_g$, $\xi_1 = c_p / (2 \sqrt{k_p m_p})$, $\xi_2 = c_g / (2 \sqrt{k_g m_g})$, $i = \omega_g / \omega_p$ 。令轴承在 x, y 方向具有相同的刚度和阻尼, 且 $s_{n1} = \omega_{n1} / f_r$, $s_{n2} = \omega_{n2} / f_r$, $s_1 = k_m / k_p$, $c_1 = c_m / c_p$, $s_2 = k_m / k_g$, $c_2 = c_m / c_g$ 。则无量纲化的齿轮系统运动微分方程为：

$$\left. \begin{aligned} \ddot{\bar{x}}_p + 2\xi_1 s_{n1} \dot{\bar{x}}_p + s_{n1}^2 \bar{x}_p &= \lambda \mu \bar{W}_{cy1} - \bar{e}_p \ddot{\theta}_p \sin(\bar{\omega}_p \tau - \theta_p) + \bar{e}_p (\bar{\omega}_p - \dot{\theta}_p)^2 \cos(\bar{\omega}_p \tau - \theta_p) \\ \ddot{\bar{y}}_p + 2\xi_1 s_{n1} \dot{\bar{y}}_p + s_{n1}^2 \bar{y}_p &= \bar{W}_{cy1} - \bar{e}_p \ddot{\theta}_p \cos(\bar{\omega}_p \tau - \theta_p) - \bar{e}_p (\bar{\omega}_p - \dot{\theta}_p)^2 \sin(\bar{\omega}_p \tau - \theta_p) \\ \bar{I}_p \ddot{\theta}_p &= (\bar{e}_p (2\xi_1 s_{n1} \dot{\bar{x}}_p + s_{n1}^2 \bar{x}_p) \sin(\bar{\omega}_p \tau - \theta_p) + \bar{e}_p (2\xi_1 s_{n1} \dot{\bar{y}}_p + s_{n1}^2 \bar{y}_p) \cos(\bar{\omega}_p \tau - \theta_p) + \\ &[\bar{R}_p + \lambda \mu \bar{s}_p - \bar{e}_p \cos(\bar{\omega}_p \tau - \theta_p) - \bar{e}_p \lambda \mu \sin(\bar{\omega}_p \tau - \theta_p)] \bar{W}_{cy1} + 2\xi_1 s_{n1} c_1 \dot{\bar{\delta}}_s(\tau) - \bar{T} \\ \ddot{\bar{x}}_g + 2\xi_2 s_{n2} \dot{\bar{x}}_g + s_{n2}^2 \bar{x}_g &= \bar{e}_g \ddot{\theta}_g \sin(i\bar{\omega}_p \tau + \theta_g + \theta_{02}) + \bar{e}_g (i\bar{\omega}_p + \dot{\theta}_g)^2 \cos(i\bar{\omega}_p \tau + \theta_g + \theta_{02}) - \lambda \mu \bar{W}_{cy2} \\ \ddot{\bar{y}}_g + 2\xi_2 s_{n2} \dot{\bar{y}}_g + s_{n2}^2 \bar{y}_g &= -\bar{W}_{cy2} - \bar{e}_g \ddot{\theta}_g \cos(i\bar{\omega}_p \tau + \theta_g + \theta_{02}) + \bar{e}_g (i\bar{\omega}_p + \dot{\theta}_g)^2 \sin(i\bar{\omega}_p \tau + \theta_g + \theta_{02}) \\ \bar{I}_g \ddot{\theta}_g &= \bar{e}_g (2\xi_2 s_{n2} \dot{\bar{y}}_g + s_{n2}^2 \bar{y}_g) \cos(i\bar{\omega}_p \tau + \theta_g + \theta_{02}) - \bar{e}_g (2\xi_2 s_{n2} \dot{\bar{x}}_g + s_{n2}^2 \bar{x}_g) \sin(i\bar{\omega}_p \tau + \theta_g + \theta_{02}) + \\ &(\bar{R}_g + \lambda \mu \bar{s}_g + \bar{e}_g \cos(i\bar{\omega}_p \tau + \theta_g + \theta_{02}) - \bar{e}_g \lambda \mu \sin(i\bar{\omega}_p \tau + \theta_g + \theta_{02})) \bar{W}_{cy2} - \bar{T}_L \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

式中, $\bar{W}_{cy1} = s_1 s_{n1}^2 \bar{k}(\tau) f_s(\bar{\delta}_s(\tau), \bar{b}') + 2\xi_1 s_{n1} c_1 \dot{\bar{\delta}}_s(\tau)$, $\bar{W}_{cy2} = s_2 s_{n2}^2 \bar{k}(\tau) f_s(\bar{\delta}_s(\tau), \bar{b}') + 2\xi_2 s_{n2} c_2 \dot{\bar{\delta}}_s(\tau)$

2 数值仿真与分析

按文献[13]取齿轮系统各参数如表 1 所示, 并令输入、输出扭矩按 0.1% 正弦波动。另外, 具有齿侧间隙的齿轮副, 在重载情况下由于传递载荷的需要, 轮齿时刻处于接触状态, 齿侧间隙的变化对齿轮系统振动影响不显著^[14], 因此, 本文齿面磨损的动力学分析以轻

载工况为主, 取 $F_m = \frac{T_m}{k_m b_n R_p} = \frac{T_L}{k_m b_n R_g} = 0.01$ 。均匀磨损齿轮由于在轻载工况下振动和冲击现象不明显, 取均载系数 $F_m = 0.0002$, 即接近空载的工况进行动力学分析。

2.1 全齿均匀磨损故障动力学

假设齿轮系统无偏心, 且各齿廓磨损程度相同。根据文献[15-16]试验研究与仿真计算, 齿面磨损时齿根和齿顶部分磨损较大, 节圆处磨损较小。齿面磨损使得静传递误差的均值增大, 其幅值谱的主频随着磨损的增加发生了移动(第 1~3 倍啮合频率)^[15], 啮合频率处幅值逐渐减小, 高次谐波处幅值逐渐增大。综上, 本文以静态传递误差的变化量 $e_s(t) = \sum_{i=1}^3 e_i \cos(i\omega_n t)$ 模拟齿廓各处的不均匀磨损。并设当齿轮发生轻微磨损时, 节圆齿厚不发生变化, 即齿侧间隙不变, 仅齿形改变引起静传递误差变化, 而当齿轮发生严重磨损时, 设齿侧间隙为 $b_i = 5b_n$, 且由于齿厚变薄啮合刚度降低 5%。

表1 齿轮系统参数

Tab.1 Parameters of the gear system

主动轮齿数 z_1	23	齿轮模数 m/mm	2
从动轮齿数 z_2	121	偏心相位差 θ_{02}/rad	0
基圆半径 R_p/m	0.021 6	偏心 e_p/m	0.000 05
基圆半径 R_g/m	0.113 7	偏心 e_g/m	0
齿轮质量 m_p/kg	0.260 9	安装齿侧间隙 b_n/m	0.000 12
齿轮质量 m_g/kg	7.221 4	阻尼 $c_m/(\text{N} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-1})$	1 797.9
转动惯量 $I_g/(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	$5.286 4 \times 10^{-2}$	平均啮合刚度 $k_m/(\text{N} \cdot \text{m}^{-1})$	$1.283 7 \times 10^9$
转动惯量 $I_p/(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	$6.901 3 \times 10^{-5}$	动摩擦因数 μ	0.04

分别对齿面无磨损、轻微磨损和严重磨损3种情况的无量纲运动微分方程进行了数值计算,结果如图2~5所示。随着齿侧间隙的增加,动态传递误差均值及波动幅度均增大(图2);均匀磨损齿轮系统传递误差幅值谱主要频率为啮合频率及其高次阶谐波(图3),磨损使得传递误差各阶谐波幅值增高;磨损引起的齿形变化使得齿轮啮合时齿背碰撞频率加快(图4(b)),进一步加剧了齿面磨损;随着齿侧间隙的增大,齿背冲

击消失,齿轮啮合变为高频的单边冲击状态(图4(c)),振动能量增大。图5为主动齿轮轴无量纲振动加速度幅值谱,随着齿形的改变和齿侧间隙增大,啮合频率高次谐波的幅值增大(图5(b)),严重磨损时,在啮合频率及高次谐波附近产生调制边频带(图5(c))。

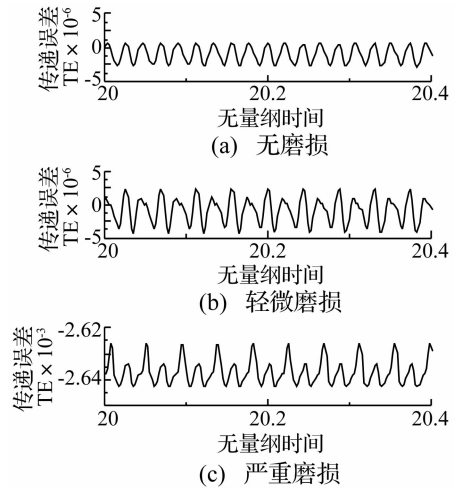


图2 全齿均匀磨损齿轮系统传递误差
Fig.2 Transmission error with uniform wear

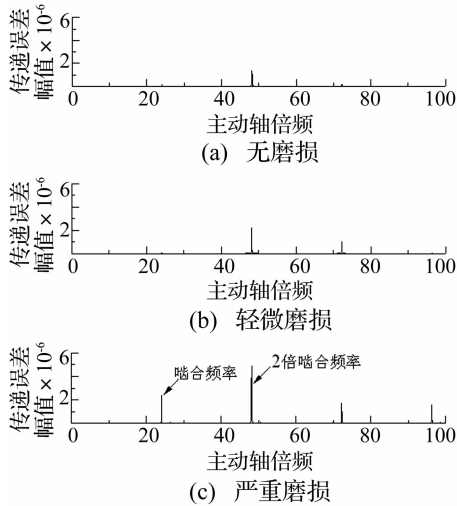


图3 全齿均匀磨损齿轮系统传递误差幅值谱
Fig.3 Transmission error spectra with uniform wear

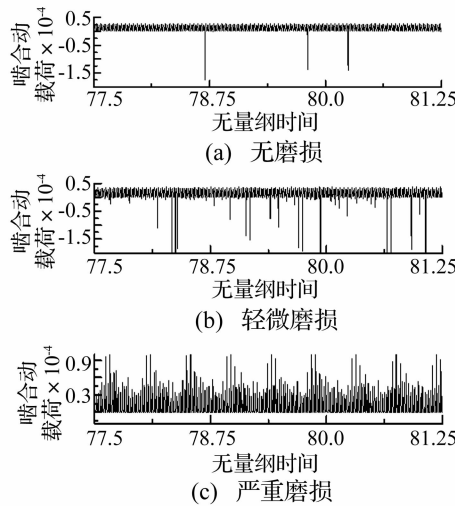


图4 齿轮全齿均匀磨损啮合动载荷
Fig.4 Meshing load with uniform wear

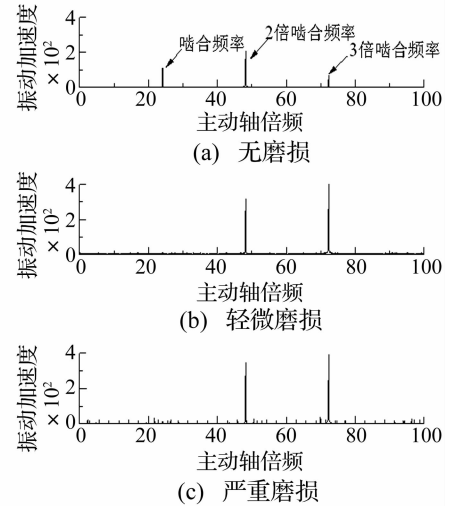


图5 主动齿轮轴振动加速度幅值谱
Fig.5 Vibration acceleration spectra of pinion shaft

2.2 齿轮偏心磨损故障动力学

当系统负载周期性变动或齿轮轴偏心旋转等使啮合间隙周期性变化时,会使齿轮啮合时松时紧,齿面磨损不均匀。设轻载齿轮系统主动轴存在 $50 \mu\text{m}$ 的偏心,仿真得到啮合动载荷幅值谱如图6所示,啮合动载荷除了随啮合频率变化外还随着主动轮转频周期性波动。由于齿对摩擦力与啮合力成线性关系,可见主动齿轮每转动一转摩擦力变化一个周期,进而在齿轮系统产生相同周期的磨损间隙。

本文用齿侧间隙的周期性变化对偏心磨损进行模

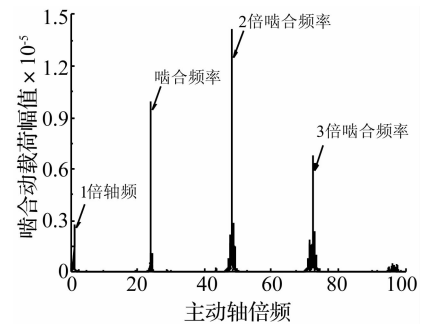


图6 齿轮系统存在偏心时的啮合动载荷
Fig.6 Meshing load with eccentricity

拟： $b_i = b_n \left| \sin\left(\frac{1}{2}\omega t\right) \right|$ ，其中 ω 为偏心磨损的齿轮轴的角速度，这里为主动轮角速度 ω_p 。根据动力学方程 (11) 进行计算，得到仿真结果如图 7 所示。齿轮系统仍为单周期简谐响应，由于齿轮间隙按主轴旋转频率周期变动，传递误差也以磨损齿轮轴频及倍频为主要频率变化 (如图 7(a))；由于齿轮间隙变化是连续的，

齿轮轻载啮合无明显的冲击现象，动载荷幅值谱以啮合频率及其倍频、轴频为主要频率，比较图 7 (b) 与图 6，偏心磨损后低频段出现轴频的倍频，除啮合频率外各频率处动载荷幅值升高；与图 5 的全齿磨损情况有所不同，振动加速度幅值谱出现 1 倍轴频调制频率 (如图 7(c))，且随着偏心磨损的加剧，各主频及调制频率幅值升高，振动愈加剧烈。

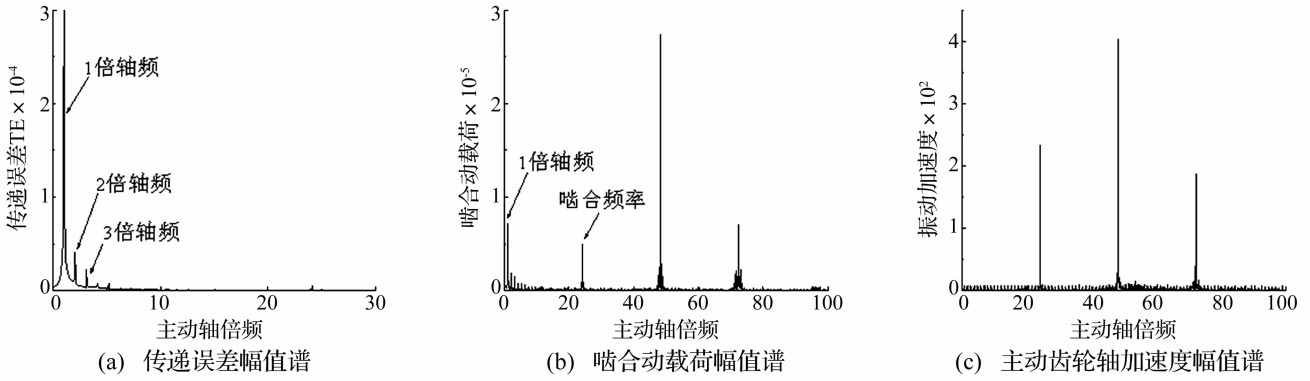


图 7 偏心磨损仿真曲线

Fig. 7 Simulation curves with eccentric wear

3 齿轮系统传递误差的检测方法

根据文献[9]，如果在齿轮系统的输入轴端和输出轴端分别安装高精度的增量编码器对角位移进行检测，则有：

$$\Delta\theta(t) = \theta_p(t) - \theta_g(t) \frac{R_g}{R_p} = \theta_p(t) - \theta_g(t) \frac{z_2}{z_1} \quad (12)$$

由式(1)、(12)可得：

$$TE(t) = -\Delta\theta(t) \frac{z_1}{z_2} \quad (13)$$

即可通过检测 $\Delta\theta(t)$ 间接估计 $TE(t)$ 。

4 实验研究

利用图 8 所示实验台的一级齿轮传动部分模拟齿轮系统由于磨损间隙增大的故障，由于实验设备的局限性，本文仅对部分动力学分析的结果进行了验证。

实验台齿轮模数为 3 mm，主、从动齿轮的齿数分别为 20、45，使用磁粉制动器对齿轮系统施加负载，负载扭矩 0.45 N·m，润滑方式为油膜润滑。实验中，设置主动轮转速 400 r/min，经计算，齿轮的啮合频率为 133.3 Hz。

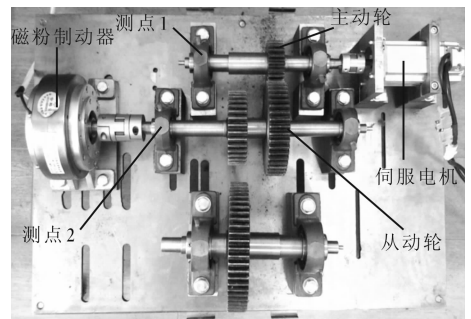


图 8 齿轮实验台结构图

Fig. 8 Structure of the experimental equipment

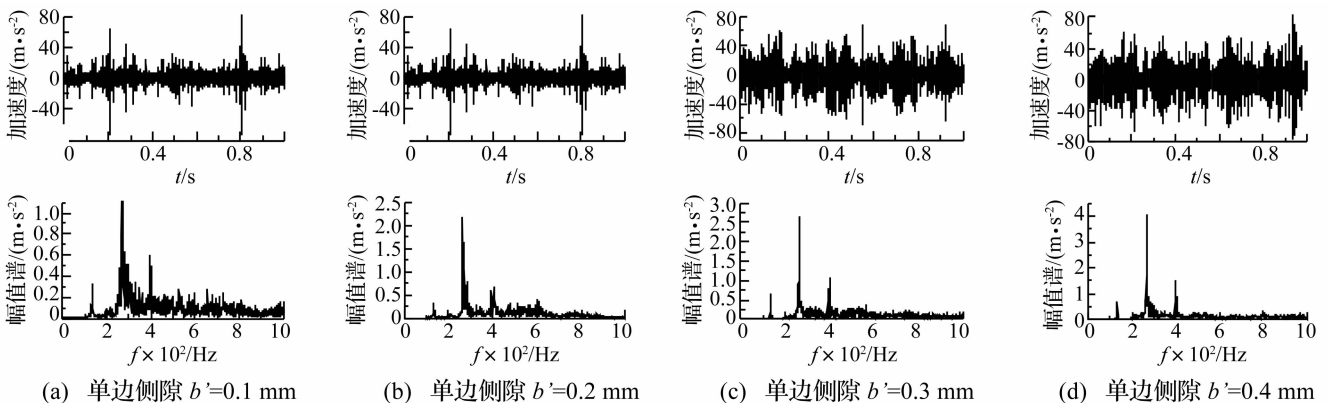


图 9 测点 1 振动加速度及幅值谱

Fig. 9 Vibration acceleration and amplitude spectrum of the No. 1 measuring point

通过调整两啮合齿轮的相对位置,使啮合齿轮单边齿侧间隙 b' 分别为0.1 mm、0.2 mm、0.3 mm和0.4 mm,使用加速度传感器在小齿轮轴承座测点1、2上采集振动加速度信号,采样频率10 240 Hz。经处理,上述4种齿侧间隙下测点1的振动加速度信号及其幅值谱如图9所示。可见,齿轮系统的振动信号频率以啮合频率及其高次谐波为主,随着齿侧间隙的增大,幅值谱啮合频率及各阶谐波的幅值增大,高次谐波的幅值增大幅度尤为明显,齿轮系统振动冲击的频率加快,振动能量增加。实验结果与前述理论分析基本一致。

5 结论

(1) 全齿均匀磨损时,随着齿轮磨损量的增大,齿轮传递误差幅值增大,且以啮合频率及其高次谐波为主频更大幅度振荡,在空载工况下齿轮系统啮合振动由间歇的齿背冲击变为高频、剧烈的单边冲击。

(2) 齿轮系统存在偏心时,齿轮啮合将产生随轴频变化的动载荷;偏心磨损的齿轮系统传递误差幅值谱以磨损齿轮轴频及倍频为主要频率,振动加速度幅值谱调制频率为偏心磨损齿轮轴频。

(3) 利用齿轮实验台对齿侧间隙增大的磨损故障进行了模拟,故障机理的研究结果与实测信号的振动特性基本相符。

(4) 可通过高精度的增量编码器对齿轮轴的角位移进行检测,以间接估计齿轮系统的传递误差,结合对齿轮系统啮合冲击状态、振动加速度幅值谱和振动强度的监测,可对齿面磨损故障的诊断提供指导。

参考文献

- [1] 王淑仁,闫玉涛,殷伟俐,等. 齿轮啮合摩擦疲劳磨损的计算模型[J]. 东北大学学报(自然科学版),2008,29(8):1164-1167.
WANG Shu-ren, YAN Yu-tao, YIN Wei-li, et al. Calculation model of fatigue wear-off in gear engagement[J]. Journal of Northeastern University (Natural Science), 2008, 29(8): 1164-1167.
- [2] 王彦刚,崔彦平,李慧勇,等. 基于传动误差检测法的早期齿轮磨损故障诊断[J]. 振动与冲击,2012,31(13):81-84.
WANG Yan-gang, CUI Yan-ping, LI Hui-yong, et al. Fault diagnosis on incipient localized tooth wear of gear based on transmission error detection method[J]. Journal of Vibration and Shock, 2012, 31(13): 81-84.
- [3] 陈予恕. 机械故障诊断的非线性动力学原理[J]. 机械工程学报,2007,43(1):25-34.
CHEN Yu-shu. Nonlinear dynamical principle of mechanical fault diagnosis [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2007, 43(1): 25-34.
- [4] SHAO Yi-min, CHRIS K Mechefske, OU Jia-fu. Gearbox deterioration detection under steady state, variable load, and variable speed conditions[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2009, 22(2): 256-264.
- [5] Yesilyurt I, Gu Feng-shou, Ball A D. Gear tooth stiffness

reduction measurement using modal analysis and its use in wear fault severity assessment of spur gears[J]. NDT & E International, 2003, 36(5): 357-372.

- [6] Choy F K, Polyshchuk V, Zakrajsek J J, et al. Analysis of the effects of surface pitting and wear on the vibration of a gear transmission system[J]. Tribology International, 1996, 29(1): 77-83.
- [7] 王彦刚,郑海起,杨通强,等. 非线性齿轮系统单齿故障动力学特性[J]. 振动、测试与诊断,2010,30(6):654-656.
WANG Yan-gang, ZHENG Hai-qi, YANG Tong-qiang, et al. Non-linear dynamic characteristics of gear system with single-tooth fault [J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2010, 30(6): 654-656.
- [8] 王彦刚,郑海起,杨通强,等. 故障参数下齿轮系统非线性动力学行为[J]. 振动、测试与诊断,2011,31(5):570-573.
WANG Yan-gang, ZHENG Hai-qi, YANG Tong-qiang, et al. Nonlinear dynamics behavior of gear system with fault parameters [J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2011, 31(5): 570-573.
- [9] Ernesto Rocca, Riccardo Russo. Theoretical and experimental investigation into the influence of the periodic backlash fluctuations on the gear rattle[J]. Journal of Sound and Vibration, 2011, 330(20): 4738-4752.
- [10] CHEN Si-yu, TANG Jin-yuan, LUO Cai-wang, et al. Nonlinear dynamic characteristics of geared rotor bearing systems with dynamic backlash and friction[J]. Mechanism and Machine Theory, 2011, 46(4): 466-478.
- [11] 陈安华,罗善明,王文明,等. 齿轮系统动态传递误差和振动稳定性的数值研究[J]. 机械工程学报,2004,40(4):21-25.
CHEN An-hua, LUO Shan-ming, WANG Wen-ming, et al. Numerical investigations on dynamic transmission error and stability of a geared rotor-bearing system[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2004, 40(4): 21-25.
- [12] 王三民,沈允文,董海军. 含摩擦和间隙直齿轮副的混沌与分叉研究[J]. 机械工程学报,2002,38(9):8-11.
WANG San-min, SHEN Yun-wen, DONG Hai-jun. Chaos and bifurcation analysis of a spur gear pair with combined friction and clearance [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2002, 38(9): 8-11.
- [13] 董海军,沈允文,邵志英,等. 转速激励下齿轮系统拍击振动的分岔特性[J]. 机械工程学报,2006,42(2):168-172.
DONG Hai-jun, SHEN Yun-wen, GAO Zhi-ying, et al. Bifurcation character of rattling in the gear system under the excitation of the rotational speed fluctuation [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2006, 42(2): 168-172.
- [14] 李润方,王建军. 齿轮系统动力学——振动、冲击、噪声[M]. 北京:科学出版社,1997.
- [15] 王淑仁,闫玉涛,丁津原. 渐开线直齿圆柱齿轮啮合磨损试验研究[J]. 东北大学学报(自然科学版),2004,25(2):146-149.
WANG Shu-ren, YAN Yu-tao, DING Jin-yuan. Experimental study on mesh-wear of involute spur gears[J]. Journal of Northeastern University (Natural Science), 2004, 25(2): 146-149.
- [16] Osman T, Vexel Ph. Static and dynamic simulations of mild abrasive wear in wide-faced solid spur and helical gears[J]. Mechanism and Machine Theory, 2010, 45(6): 911-924.