第 26 卷 第 9 期
Vol. 26 No. 9

控 制 与 决 策
Control and Decision

2011 年 9 月
Sep. 2011

文章编号: 1001-0920 (2011) 09-1391-07

基于改进混沌优化的多目标遗传算法

王瑞琪, 张承慧, 李 珂

(山东大学 控制科学与工程学院，济南 250061)

摘 要: 针对多目标遗传算法存在的缺陷, 提出了基于改进混沌优化的多目标遗传算法. 引入基于改进 Tent 映射的自适应变尺度混沌优化方法细化搜索空间和高效寻优, 结合非支配排序的群体分级机制和精英保留等多目标优化策略, 保持种群多样性的同时保证了进化向 Pareto 最优解集的方向进行. 多目标测试函数的数值仿真和电力系统无功优化的算例分析表明了该算法的有效性和可行性.

关键词: 多目标优化；遗传算法；混沌映射

中图分类号: TP18 **文献标识码:** A

Multi-objective genetic algorithm based on improved chaotic optimization

WANG Rui-qi, *ZHANG Cheng-hui*, *LI Ke*

(School of Control Science and Engineering，Shandong University，Ji’nan 250061，China. Correspondent：WANG Rui-qi，E-mail：david19860109@yahoo.com.cn)

Abstract: For the problems of multi-objective genetic algorithms(MGA), chaotic optimization multi-objective optimization genetic algorithm(CMGA) is proposed. Adaptive mutative scale chaotic optimization algorithm based on improved chaotic map is used for search space refinement and efficient optimization. Multi-objective optimization strategies such as non-dominated sorting mechanisms and elitist preserve are used to maintain population diversity while ensuring the evolution direction of Pareto global optimal solution set. Multi-objective test functions simulation and numerical example of reactive power optimization show the effectiveness and feasibility of the proposed algorithm.

Key words: multi-objective optimization；genetic algorithm；chaos map

1 引 言

科学研究和工程实践中存在着大量多目标优化问题, 该问题通常不存在各目标均为全局最优的解, 但存在一个非劣解集, 称为 Pareto 最优解集. 求解多目标优化问题的关键是求出尽可能逼近 Pareto 最优解集, 并均匀分布的一组解. 进化算法具有并行求解、对目标域的形状和连续性不敏感等特点, 适合求解多目标优化问题. 进化算法在多目标优化中已有很多应用, 典型的有 PAES[1], SPEA[2], SPEA2[3], NSGA[4]等. 但是上述多目标进化算法往往只能求得全局 Pareto 最优前沿的子集, 或陷入局部最优前沿. 这主要是因为进化算法在接近全局最优解时收敛效率低、容易陷入局部最优, 以及缺乏优化机制推动算法进一步搜寻到更宽广或更优的区域, 而且搜索机制未与种群当前的进化状态相关联, 具有一定的盲目性.

混沌具有初值敏感性、遍历性及规律性, 可用于优化问题, 它作为一种高效搜索机制的同时避免了陷入局部最优. 许多学者在混沌优化和多目标优化两方面进行了有益的探索, 提出了各种基于混沌优化的多目标进化算法. 文献 [5] 将混沌搜索和强度 Pareto 进化算法 (SPEA 和 SPEA 2) 相结合, 设计了多目标混沌进化算法. 文献 [6] 将混沌替换操作引入多目标差分进化算法, 在一定程度上改进了算法性能. 但上述混沌优化算法都是基于 Logistic 映射且没有实现自适应调节, 因此, 搜索效率和收敛性能都受到了影响.

本文对改进的 tent 混沌映射相比 Logistic 混沌映射在混沌特性方面的优越性进行了理论分析, 提出了基于改进混沌优化的多目标遗传算法 (CMGA). 该算法采用改进的 tent 映射来产生混沌序列初始化种群, 利用混沌遍历性细化遗传算法中优化变量的搜索空间, 并根据种群进化状态自适应调整搜索精度, 以克

收稿日期: 2010-06-17；**修回日期:** 2010-11-20.

基金项目: 国家 863 计划项目(2009AA05Z212)；国家自然科学基金项目(60874016).

作者简介: 王瑞琪(1986−), 男, 博士生, 从事智能控制、电力系统优化的研究；张承慧(1963−), 男, 教授, 博士生导师, 从事工程优化控制、新能源与电力电子技术等研究.

服多目标遗传算法存在的收敛速度慢、易过早收敛等难题, 以及非支配排序和精英策略的固有缺陷. 测试函数的数值仿真和电力系统无功优化的算例分析表明了CMGA 算法的优越性和有效性.

2 多目标优化问题的数学描述

以在一组约束条件下, 最小化多目标问题为例, 多目标优化问题可以描述如下:

$$\begin{aligned}\min\quad & f(X)=[f_1(X),\cdots,f_i(X),\cdots,f_n(X)],\\ & X=(x_1,\cdots,x_j,\cdots,x_m),\\ & i=1,2,\cdots,n,\ j=1,2,\cdots,m. \qquad (1)\\ \text{s.t.}\quad & g_q(X)\leqslant 0.\end{aligned}$$

式中: $X\in R^m$ 为带有 m 个决策变量的向量, 它组成了决策空间; $f(X)\in R^n$ 为带有 n 个目标函数的向量, 它组成了目标空间; $g_q(X)$ 为 q 个不等式约束函数, 由它们形成了可行解区域.

下面给出多目标优化中常用的几个基本定义:

1) Pareto 支配: 解 X_1Pareto 支配 $X_2(X_1\prec X_2)$ 当且仅当同时满足

$$f_i(X_1)\leqslant f_i(X_2),\ \forall i=1,2,\cdots,n;$$
$$f_i(X_1)<f_i(X_2),\ \exists\{i=1,2,\cdots,n\}.$$

2) Pareto 最优: 若 X 是 Pareto 最优的当且仅当

$$\neg\exists X_i: X_i\prec X.$$

3) Pareto 最优集: 所有 Pareto 最优解的集合

$$P_s=\{X|\neg\exists X_i\prec X\}.$$

4) Pareto 最优前沿面或均衡面: 所有 Pareto 最优解对应的目标函数值所形成的区域

$$P_F=\{f(X)=(f_1(X),f_2(x),\cdots,f_n(X))|X\in P_s\}.$$

3 改进Tent映射的混沌特性分析与Logistic映射的比较

3.1 改进的 tent 混沌映射

Tent 映射又称帐篷映射, 是分段线性的一维映射, 具有均匀的概率密度、功率谱密度和理想的相关特性, 其数学表达式为

$$x_{k+1}=T(x_k)=\begin{cases}2X_k,\ 0\leqslant x_k\leqslant 0.5;\\ 2(1-x_k),\ 0.5<x_k\leqslant 1.\end{cases} \qquad (2)$$

Tent 映射结构简单, 具有较好的遍历均匀性, 更适合大数量级数据序列的运算处理. 但 Tent 映射迭代序列中存在小周期, 还存在不稳定周期点, 例如 0.25, 0.5, 0.75 都将迭代到不动点. 因此, 将 Tent 映射加以改进[7]:

$$\begin{aligned}&\text{if}\ \ x_k=0,0.25,0.5,0.75\ \text{ or }\ x_k=x_{k-m},\\ &\qquad x_{k+1}=T'(x_k)=T(x_k)+0.1\cdot\text{rand}(0,1);\\ &\text{else then}\\ &\qquad x_{k+1}=T'(x_k)=T(x_k). \qquad (3)\end{aligned}$$

其中 $m=\{1,2,3,4,5\}$. 由于随机函数的作用, 对序列进行扰动跳出小周期点或不动点, 使得 Tent 映射重新进入混沌状态, 而非进入周期循环状态.

3.2 改进的 tent 混沌映射特性分析

在对改进 Tent 映射进行统计学分析的基础上, 论证 Tent 映射在混沌特性方面相比传统 Logistic 映射的优越性, 为混沌优化模型的选择提供理论指导.

3.2.1 统计学分析

改进的 Tent 映射陷入周期点或不动点的概率极小且能迅速跳出周期点或不动点, 故在统计学计算时将改进的 Tent 映射近似为 $x_{k+1}=T'(x_k)=T(x_k)$. 混沌映射轨道点集的概率密度分布函数定义为

$$\rho(x)=\lim_{n\to\infty}\frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N}\delta(x-x_n). \qquad (4)$$

其中

$$\delta(x-x_n)=\begin{cases}1,\ |x-x_n|\leqslant\dfrac{\Delta x}{2};\\ 0,\ |x-x_n|>\dfrac{\Delta x}{2}.\end{cases}$$

根据统计学的知识, 改进 Tent 映射的概率分布密度函数 $\rho(x)=1$. 因此, 改进 Tent 映射产生的混沌序列 $\{x_i\}$ 的均值和自协方差函数分别为

$$Ex_i=Ex_n=Ex_{n+m}=$$
$$\lim_{N\to\infty}\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}x_i=\int_0^1 x\rho(x)\mathrm{d}x=0.5,$$
$$C_X(n,n+m)=\lim_{N\to\infty}\sum_{n=0}^{N-1}x_n\cdot x_{n+m}-(Ex_i)^2=$$
$$\int_0^1 xT^{(m)}(x)\rho(x)\mathrm{d}x-(Ex_i)^2=0.$$

其中: m, n 分别为迭代次数; $T^{(m)}(x)$ 表示 $T(x)$ 的 m 重复合. 不同初值的改进 Tent 混沌序列 $\{x_{1i}\}$, $\{x_{2i}\}$ 的互协方差函数为

$$C_X(n,n+m)=\lim_{N\to\infty}\sum_{n=0}^{N-1}x_{1n}\cdot x_{2n+m}-(Ex_i)^2=$$
$$\int_0^1\int_0^1 T^{(m)}(x_1)\rho(x_1)\rho(x_2)\mathrm{d}x_1\mathrm{d}x_2-(Ex_i)^2=0.$$

改进 Tent 映射的自协方差函数和互协方差函数均为 0, 表明混沌序列中的不同混沌数线性无关且不同混沌序列间也线性无关, 使得混沌序列尽可能遍历空间的各个区间, 有利于混沌的全局性寻优.

混沌优化算法的混沌变量大多由 Logistic 映射产生, 其数学表达式为

$$x_{k+1}=f(x_k)=\mu\cdot x_k\cdot(1-x_k). \qquad (5)$$

当 $\mu=4$ 时, Logistic 混沌序列为切比雪夫型分

布[8], 其概率分布密度函数为

$$\rho_L(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{\pi\sqrt{x(1-x)}},\ x\in(0,1);\\ 0,\ \text{else}.\end{cases}\tag{6}$$

图 1 为 Logistic 映射和改进的 Tent 映射分别迭代 30 000 次得到的 [0,1] 范围内的分布图. 曲线显示, Logistic 混沌序列在区间两头取值概率较高, 而在 [0.1, 0.9] 范围较大的中间位置只取到 200 多次, 这大大降低了混沌搜索的效率. 针对 Logistic 映射概率分布的特点, 文献 [9] 提出了基于区间套混沌搜索的混合优化方法来避免搜索的盲目性. 本文采用的改进 Tent 映射具有均匀的分布函数, 平均取值次数为 300 次, 从而降低了混沌序列的分布性质和初始值的选取对全局最优解位置的不利影响, 相比 Logistic 映射能更好地实现混沌寻优.

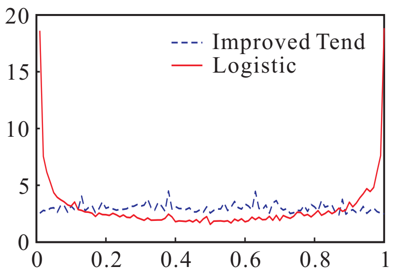

图 1　Logistic 映射和改进 Tent 映射的概率分布图

3.2.2　遍历性分析

将 $(0,1)\times(0,1)$ 平面均分为 $\dfrac{1}{N}\times\dfrac{1}{N}$ 的小平面, 因改进 Tent 映射具有均匀的分布函数, 所以为使由式 (3) 生成的混沌序列组成的二维序列 $\{x_{1i}\}\times\{x_{2j}\}$ 可对所有区间进行遍历, 迭代次数需满足 $L_{\rm Tent}\geqslant N^2$[10]. 同样, 由 Logistic 映射生成混沌序列组成的二维序列 $\{y_{1i}\}\times\{y_{2j}\}$ 对所有区间进行遍历, 迭代次数 $L_{\rm Logistic}$ 需满足

$$L_{\rm Logistic}\int_{\frac{i}{N}}^{\frac{i+1}{N}}\int_{\frac{j}{N}}^{\frac{j+1}{N}}\rho_L(x_1)\rho_L(x_2){\rm d}x_1{\rm d}x_2\geqslant 1\Rightarrow$$

$$L_{\rm Logistic}\geqslant 1\Big/\int_{\frac{i}{N}}^{\frac{i+1}{N}}\int_{\frac{j}{N}}^{\frac{j+1}{N}}\rho_L^2(x){\rm d}x{\rm d}x.$$

由积分中值定理可知, 存在一点 ζ, 使得

$$L_{\rm Logistic}\geqslant 1\Big/\frac{\rho_L^2(\zeta)}{N^2}=N^2\pi^2\zeta(1-\zeta).\tag{7}$$

当 $\zeta=0.5$ 时, 迭代次数 $L_{\rm Logistic}$ 满足 $L_{\rm Logistic}\geqslant 0.25\pi^2N^2$. 因此, 改进 Tent 混沌序列与 Logistic 混沌序列遍历各区间时最小迭代次数的关系为

$$L_{\rm Logistic}/L_{\rm Tent}=0.25\pi^2.\tag{8}$$

分别令二维混沌序列 $\{x_{1i}\}\times\{x_{2j}\}$ 和 $\{y_{1i}\}\times\{y_{2j}\}$ 取 50 组不同的初始值, 对二维矩阵的 $m\times n$ 个区间进行遍历, 并对 $k=\bar{L}_{\rm Logistic}/\bar{L}_{\rm Tent}$ 进行统计分析.

表 1　两种混沌映射遍历性的统计分析比较

m	n	Logistic映射			Tent映射			k
		$L_{\max}$	$L_{\min}$	$\bar{L}$	$T_{\max}$	$T_{\min}$	$\bar{T}$	
30	10	5 590	2 772	3 748	2 379	1 288	1 751	2.14
30	20	11 599	5 569	7 981	5 244	2 401	3 381	2.36
30	30	20 198	11 067	14 298	7 565	4 461	5 478	2.61
40	20	17 380	8 185	12 502	7 549	3 002	4 596	2.72
40	30	21 198	14 335	17 699	10 381	5 792	7 695	2.30
40	40	26 882	20 178	23 041	14 117	9 132	11 024	2.09

由表 1 可以看出, 为了使混沌序列对所有区间进行遍历, Logistic 映射的平均迭代次数 $\bar{L}_{\rm Logistic}$ 和改进 Tent 映射的平均迭代次数 $\bar{L}_{\rm Tent}$ 的关系基本满足式 (8).

3.2.3　初值敏感性分析

对混沌系统的初值进行微小变化, 通过统计产生的二值序列的相应位变化率进行初值敏感性分析. 位变化率定义如下[11]:

$$T=n'/n.\tag{9}$$

其中: n 为序列长度; n' 为初值进行微小改变后生成二值序列时, 对应位置取值发生改变的位的个数.

表 2　两种混沌映射初值敏感性比较

混沌系统初值	0.210 000	0.310 000	0.410 000
变化后的初值	0.210 001	0.310 001	0.410 001
Logistic 位变化率	0.497 2	0.504 5	0.499 3
改进 Tent 位变化率	0.498 6	0.501 9	0.500 2
混沌系统初值	0.510 000	0.610 000	0.810 000
变化后的初值	0.510 001	0.610 001	0.810 001
Logistic 位变化率	0.501 2	0.499 6	0.498 7
改进 Tent 位变化率	0.499 3	0.500 7	0.500 6

由表 2 可知, 对于初值的微小改变, 改进的 tent 映射生成序列的位变化率更接近 50%, 说明改进的 Tent 映射具有更好的初值敏感性.

3.2.4　Lyapunov 指数

Lyapunov 指数定量描述混沌系统相邻两点经过循环迭代过程产生分离的快慢[12]. Lyapunov 指数越大, 对应的混沌动力系统的几何结构越复杂. 混沌系统 $x_{k+1}=f(x_k)$ 的 Lyapunov 指数定义如下:

$$\lambda=\lim_{k\to\infty}\frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k+1}{\rm In}\Big|\frac{{\rm d}f}{{\rm d}x}\Big|_{x=x_i}.\tag{10}$$

基于式 (10) 得到 Logistic 映射的 Lyapunov 指数 $\lambda_L\leqslant 0.69$. 改进 Tent 映射的 Lyapunov 指数为 $\lambda_T={\rm In}2>\lambda_L$, 是恒 Lyapunov 指数谱混沌系统, 该混沌系统呈现鲁棒混沌特性, 在参数演变时系统保持稳定的混沌状态.

综合上述分析, 相比传统的 Logistic 映射, 改进的 Tent 映射具有更优越的混沌特性, 能更好地实现混

沌寻优. 因此, 本文采取改进的 Tent 映射代替 Logistic 映射设计混沌优化的多目标遗传算法.

4 混沌优化多目标遗传算法的关键技术

4.1 基于非支配排序的群体分级机制

基于非支配排序的群体分级机制, 根据个体的非劣解水平对种群分级, 引导搜索向 Pareto 最优解集方向进行[4]. 首先, 根据受支配程度对目标函数值进行非支配排序, 划分等级; 然后, 按照排序的序号, 给每一个等级的个体分配一个适应度值, 排序越靠前的目标值, 对应的个体非支配程度越强.

4.2 精英保留策略

为克服遗传进化的随机因素, 保存每一代进化获得的优良个体, 采取精英保留策略[13]: 将父代与子代群体结合, 根据小生境的概念, 引入拥挤距离 $\varepsilon(i)$ 对所有的非劣前端按拥挤比较操作进行排序, 计算种群中的每一个体与同级别相邻两个个体之间的拥挤距离, 等级越高、拥挤距离越小的个体在种群中的排序越靠后, 从排完序的种群中选择前 N_P 个个体组成子代种群. 该策略保护优良个体的同时, 保持了种群的多样性. 其中, 拥挤距离 $\varepsilon(i)$ 的计算方法为

$$\varepsilon(i)=\sum_{j=1}^{n}\varepsilon(i,j),$$
$$\varepsilon(i,j)=\frac{f_{i\,\mathrm{next},j}-f_{i\,\mathrm{form},j}}{f_{j\max}-f_{j\min}};\tag{11}$$

$\varepsilon(i)$ 为种群中第 i 个个体的拥挤距离, $\varepsilon(i,j)$ 为第 i 个个体在第 j 个目标分量上的拥挤距离; 将与第 i 个个体优劣等级相同的所有个体对应的第 j 个目标分量值从小到大排序, $f_{i\,\mathrm{next},j}$ 为 $f_{i,j}$ (第 i 个个体在第 j 个目标分量上的值) 的后一相邻值, $f_{i\,\mathrm{form},j}$ 为 $f_{i,j}$ 的前一相邻值, $f_{j\max}$ 和 $f_{j\min}$ 分别为最大值和最小值.

4.3 改进的混沌优化技术

多目标遗传算法的非支配排序分级机制只能在当前搜索到的非支配解集中维持较好的分布性能, 而不能推动算法在更宽广的区域寻优. 而且, 在精英保留策略中, 精英个体将逐渐占据整个群体, 新个体难以进入, 导致种群缺乏多样性. 因此, 多目标遗传算法需要一种能够根据种群进化状态自适应调整的高效优化机制.

本文引入自适应混沌优化算法, 其基本思想是把改进的 Tent 映射产生的混沌变量映射到优化变量的取值空间, 利用混沌遍历性细化优化变量的搜索空间, 并根据种群进化状态自适应调整搜索精度, 以克服多目标遗传算法存在的收敛速度慢、易早熟等难题, 以及非支配排序和精英策略的固有缺陷.

5 混沌优化多目标遗传算法的实现步骤

结合非支配排序的群体分级机制、精英保留策略和自适应混沌优化方法, 构建了基于 Tent 混沌优化的多目标遗传算法 (CMGA). 完整的算法实现步骤可归纳如下：

Step 1: 选定种群规模 N_P, 最大进化代数 $G_{\max}$ 和混沌控制参数 α,β.

Step 2: 令进化代数 $G=0$, 混沌初始化种群 P_G. 将改进 Tent 映射混沌模型引入多目标混沌遗传算法的种群的初始化, 即根据式 (3) 产生混沌向量 $\beta(i,j)$. 其中: $i=1,2,\cdots,N_p-1$, $j=1,2,\cdots,m$; N_P 为种群规模; m 为决策向量维数. 将产生的混沌变量映射到决策变量的取值范围 $(x_{j\min},x_{j\max})$, 得到初始种群的第 i 个个体的第 j 个分量 $x_{i,j}$, 即

$$x_{i,j}=x_{j\min}+(x_{j\max}-x_{j\min})\cdot\beta_{i,j}.\tag{12}$$

Step 3: 对种群 P_G 进行双支联赛选择、交叉和变异, 生成子代种群 Q_G, 规模为 N_P.

Step 4: 将父代种群 P_G 和子代种群 Q_G 结合成种群 R_G, $R_G=P_G\bigcup Q_G$. 对 R_G 进行非支配排序, 确定 R_G 全部的非支配解前沿面 $F=(F_1,F_2,\cdots)$.

Step 5: 计算 F_i 的拥挤距离, 对 F_i 进行拥挤距离排序, 执行 $P_{G+1}=P_{G+1}\bigcup F_i$ 和 $i=i+1$, 直至 $|P_{i+1}|+|F_i|\leqslant N_P$. 选择 F_i 中排序最好的 $(N_p-|P_{G+1}|)$ 个解, 即 $P_{G+1}=P_{G+1}\bigcup F_i(1:(N_p-|P_{G+1}|))$.

Step 6: 通过判断种群中非劣等级为 1 的个体数目 N_{First} 是否与种群数目 N_P 相等, 判断进化种群是否达到最优. 当 $N_{\mathrm{First}}\neq N_P$ 时, 选择子代种群 P_{G+1} 中的前 10% 进行自适应混沌细化搜索: 设较优个体为 $\hat{x}_{i,j}$, 变量的搜索区间缩小为

$$\begin{cases}x'_{j\min}=\hat{x}_{i,j}-\phi(x_{j\max}-x_{j\min}),\\ x'_{j\max}=\hat{x}_{i,j}+\phi(x_{j\max}-x_{j\min}),\end{cases}\tag{13}$$

其中 ϕ 为收缩因子, $\phi\in(0,\ 0.05)$. 为保证搜索空间不越界, 需作如下处理: 若 $x'_{j\min}<x_{j\min}$, 则 $x'_{j\min}=x_{j\min}$; 若 $x'_{j\max}>x_{j\max}$, 则 $x'_{j\max}=x_{j\max}$.

根据式 (3) 产生混沌向量 $\alpha(i,j)$, 并将产生的混沌变量映射到决策变量新的范围 $(x'_{j\min},x'_{j\max})$, 得到第 i 个个体的第 j 个混沌变量 $x'_{i,j}$. 将混沌变量 $x'_{i,j}$ 与 $x_{i,j}$ 的线性组合作为新的决策变量

$$x''_{i,j}=(1-\mu)x'_{i,j}+\mu x_{i,j}.\tag{14}$$

其中 μ 为自适应调节系数, 可采用如下方法进行自适应确定:

$$\mu=1-\Big(\frac{K-1}{K}\Big)^{\tau}.\tag{15}$$

式中: τ 根据目标函数而定, K 为迭代次数.

重复 Step 3∼Step 5 的操作, 若未达到混沌优化的

最大迭代次数, 则 $K = K + 1$, 并返回 Step 6; 否则继续以下操作.

Step 7: 若 G 小于最大进化代数 $G_{\max}$, 则令 $G = G + 1$, 并返回 Step 3; 否则, 将种群中优劣等级为 1 的所有个体构成多目标优化问题的非劣最优解集, 输出并结束运行.

6　性能测试

为验证 CMGA 的性能, 选择 4 种具有代表性的多目标优化函数 ZDT1~ZDT4[14]进行性能测试. 为了同有关文献中的实验相统一, CMGA 的种群规模取为 100, 最大进化代数为 250, ZDT1~ZDT3 的决策变量为 30 维, ZDT4 的决策变量为 10 维.

采用 Deb[13]提出的逼近性指标 γ 和均匀性指标 Δ 对 CMGA 的逼近性和均匀性进行评价, 同时给出了与以下多目标优化算法: NSGA-II[13], SPEA2[3], PESA-II[14], MOPSO[15]相应实验结果的对比. 由表 3 和表 4 的统计结果可看出, CMGA 的逼近性和均匀度指标明显优于 NSGA-II, SPEA2, PESA-II, 与 MOPSO 相比也具有较优的性能. 表中: M 为平均值, VAR 为方差.

表 3　算法逼近性指标 γ 的统计结果对比

算法		ZDT1	ZDT2	ZDT3	ZDT4
NSGA-II	M	0.033 48	0.072 39	0.004 50	0.513 05
	VAR	0.004 75	0.031 68	0.007 94	0.118 46
PESA-II	M	0.001 05	0.000 74	0.007 89	9.982 54
	VAR	0.000 00	0.000 00	0.000 11	20.134 0
SPEA2	M	0.082 08	0.126 27	0.023 87	0.854 81
	VAR	0.008 67	0.036 87	0.000 01	0.527 23
MOPSO	M	0.001 33	0.000 89	0.004 18	7.374 29
	VAR	0.000 00	0.000 00	0.000 00	5.482 68
CMGA	M	0.001 03	0.000 61	0.004 24	0.486 35
	VAR	0.000 00	0.000 00	0.000 00	1.107 50

表 4　算法均匀度指标 Δ 的统计结果对比

算法		ZDT1	ZDT2	ZDT3	ZDT4
NSGA-II	M	0.390 30	0.430 77	0.738 54	0.702 61
	VAR	0.001 87	0.004 72	0.019 70	0.064 64
PESA-II	M	0.848 16	0.892 92	1.227 31	1.011 36
	VAR	0.002 87	0.005 74	0.029 25	0.000 72
SPEA2	M	1.229 79	1.165 94	0.789 92	0.870 45
	VAR	0.004 83	0.007 68	0.001 65	0.101 39
MOPSO	M	0.681 32	0.639 22	0.831 95	0.961 94
	VAR	0.013 35	0.001 14	0.008 92	0.001 14
CMGA	M	0.302 98	0.323 81	0.317 89	0.489 62
	VAR	0.001 18	0.001 54	0.001 75	0.013 56

图 2 为 CMGA 和 NSGA-II 在 ZDT1~ZDT3 上求得的非劣最优目标域与相应的真实非劣最优目标域的对比 (实线代表 Pareto 前沿面, 圆圈代表算法得到的非劣支配解集), 表明 CMGA 相比传统的多目标遗传算法, 能更好地逼近真实的非劣最优目标域, 并且均匀分布在均衡面上.

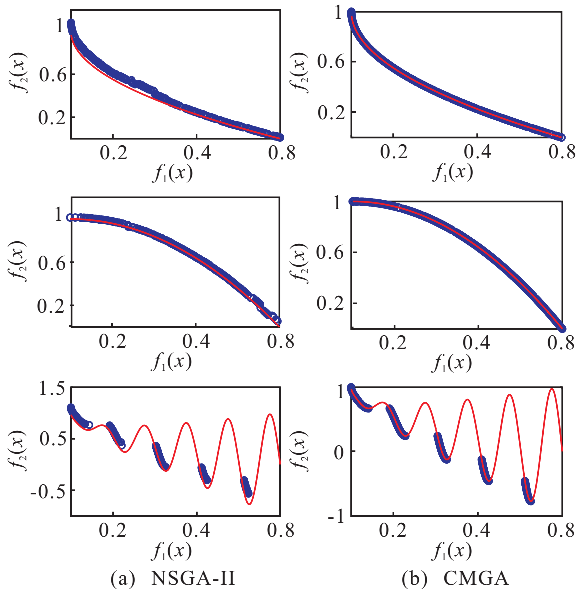

图 2　测试函数 ZDT1~ZDT3 的 Pareto 最优解

究其原因, 一是引入混沌优化算法, 提高了种群多样性, 同时也使遗传搜索在更广的区域内进行, 明显降低了 CMGA 陷入局部最优解的可能性; 二是根据第 3 节的理论分析, 基于改进 Tent 映射的混沌优化算法, 使 CMGA 具有更高的搜索效率和更快的收敛速度. 图 3(a) 为测试函数 ZDT4 的 Pareto 最优解. 由图 3(b) 中测试函数 ZDT4 的目标函数 $f(2)$ 的收敛特性可知, 基于 Logistic 映射的 CMGA 到 120 多代才收敛到最优, 而基于改进 Tent 映射的 CMGA 计算到 70 多代便已收敛到全局最优, 因而具有更好的收敛特性.

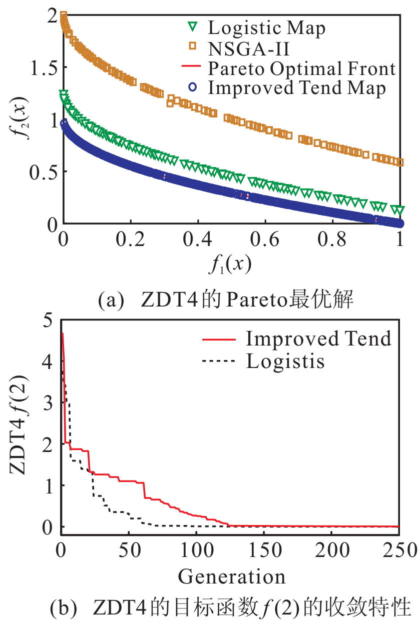

图 3　ZDT4 的 Pareto 最优解及目标函数 $f(2)$ 收敛特性

7　算例分析

电力系统无功优化是指在保证满足系统各种运行方式约束的前提下, 确定最优无功补偿地点和无功

补偿设备容量, 从而保证以尽量少的无功补偿设备投资, 最大限度地提高系统电压稳定性, 改善电能质量和降低网损. 该问题是一类多变量、多约束、多目标混合非线性规划问题.

本文把有功网损 $P_{\rm loss}$ 最小、电压水平最好 (即电压偏差 $\mathrm{d}V$ 最小)、系统的静态电压稳定裕度 (用常规收敛潮流雅可比矩阵最小奇异值 $V_{\rm SM}$ 描述) 最大作为多目标无功优化问题的目标, 建立如下数学模型:

$$\begin{cases} \min P_{\rm loss} = \displaystyle\sum_{k=1}^{N_l} G_{k(i,j)}[U_i^2 + U_j^2 - 2U_i^2U_j^2\cos(\delta_{ij})], \\ \min \mathrm{d}V = \displaystyle\sum_{l=1}^{N_d} \Big[\frac{U_d - U_d^{\rm spec}}{\triangle U_d^{\max}}\Big]^2, \\ \max V_{\rm SM} = \min(-V_{\rm SM}) = \min(-\sigma_{\min}). \end{cases}$$

约束条件

$$g(X_1, X_2) = 0,\ h(X_1, X_2) \leqslant 0.$$

式中: 控制变量为 $X_1 = [U_G^{\rm T}, Q_C^{\rm T}, T_R^{\rm T}]$, U_G 为发电机节点电压, Q_C 为无功补偿装置无功出力, T_R 为有载调压变压器变比; $X_2 = [U_L^{\rm T}, Q_G^{\rm T}]$ 为状态变量, U_L 为负荷节点电压, Q_G 为发电机无功出力. $N_{\rm DG}, N_l$, N_d 分别为电网中可安装DG的节点总数、电网支路数以及负荷节点数; $U_d, U_d^{\rm spec}, \triangle U_d^{\max}$ 分别表示负荷节点 l 的实际电压、期望电压和最大允许电压偏差, $\triangle U_{\max}^d = U_{\max}^d - U_{\min}^d$. $g(X_1, X_2) = 0, h(X_1, X_2) \leqslant 0$ 分别为潮流方程和电力系统安全运行的不等式约束.

采用CMGA在Matlab2007上对IEEE30节点配电系统进行了无功优化计算. 计算数据采用标幺值, 基准功率为100 MVA. 除平衡节点外, 电源节点都作为P-V节点处理, 负荷节点都属于P-Q节点. 系统初始状态时有功网损、电压偏差和静态电压稳定裕度分别为0.069 9, 0.612 4和0.120 1. CMGA的种群规模为100, 进化代数为100, 交叉概率为0.7, 变异概率为0.2.

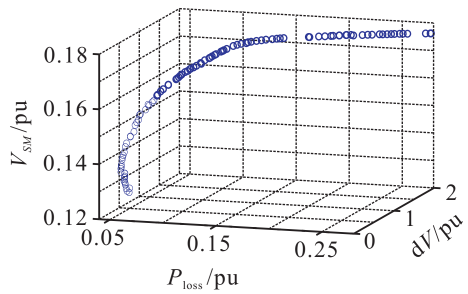

图 4 CMGA 无功优化的 Pareto 最优解集

由图4所示的CMGA种群进化100代后的Pareto最优解集可以看出, 有功网损、电压偏差和静态电压稳定裕度这3个目标函数值之间相互矛盾, 因此, 只能根据实际系统要求的不同侧目标从Pareto最优解集中进行选择. 从应用效果看, 无偏最优解 $(P_{\rm loss}, \mathrm{d}V, V_{\rm SM}) = (0.055\,4, 0.266\,2, 0.135\,4)$, 同时使系统有功网损降低了20.71%, 电压偏差减少了56.53%, 静态电压稳定裕度提高了12.82%.

8 结 论

针对带精英策略的非支配排序多目标遗传算法存在的缺陷, 将改进Tent映射的混沌优化策略引入多目标遗传算法中, 提出了基于改进混沌优化的多目标遗传算法. 典型测试函数的数值实验结果表明, 本文提出的混沌优化多目标遗传算法能更好地逼近真实的非劣最优目标域并且分布均匀. 无功优化的应用算例表明了该算法的有效性和可行性; 同时总结了混沌模型的理论分析方法, 为混沌模型的选择提供了理论指导. 根据本文方法选取的混沌优化模型, 能较大程度地改善多目标遗传算法的搜索效率和收敛性能. 尽管本文提出的混沌优化多目标算法对两目标和三目标函数都具有更好的性能, 但是计算效率还有待提高, 对高维多目标函数的优化, 值得进一步研究.

参考文献(References)

[1] Knowles J D, Corne D W. Approximating the non-dominated front using the pareto archive evolutionary strategy[J]. Evolutionary Computation, 2000, 8(2): 149-172.

[2] Zitzler E, Thiele L. Multiobjective evolutionary algorithms: A comparative case study and the strength Pareto approach[J]. IEEE Trans on Evolutionary Computation, 1999, 3(4): 257-271.

[3] Zitzler E, Laumanns M, Thiele L. SPEA2: Improving the strength Pareto evolutionary algorithm[R]. Lausanne: Swiss Federal Institute of Technology, 2001.

[4] Srinivas N, Deb K. Multi-objective optimization using non-dominated sorting in genetic algorithms[J]. Evolutionary Computation, 1994, 2(3): 221-248.

[5] 雷德明, 严新平, 吴智铭. 多目标混沌进化算法[J].电子学报, 2006, 34(6): 1142-1145.
(Lei D M, Yan X P, Wu Z M. Multi-objective chaotic evolutionary algorithm[J]. Acta Electronic Sinica, 2006, 34(6): 1142-1145.)

[6] 牛大鹏, 王福利, 何大阔, 等. 多目标混沌差分进化算法[J].控制与决策, 2009, 24(3): 362-370.
(Niu D P, Wang F L, He D K, et al. Chaotic differential evolution for multiobjective optimization[J]. Control and Decision, 2009, 24(3): 361-370.)

[7] 张浩, 张铁男, 沈继红, 等. Tent混沌粒子群算法及其在结构优化决策中的应用[J]. 控制与决策, 2008, 23(8): 857-862.
(Zhang H, Zhang T N, Shen J H, et al. Research on decision-makings of structure optimization based on

improved Tent PSO[J]. Control and Decision, 2008, 23(8): 857-862.)

[8] 江善和, 王其申, 江巨浪. 一种新型 Skew Tent 映射的混沌混合优化算法[J]. 控制理论与应用, 2007, 24(2): 269-273.
(Jiang S H, Wang Q S, Jiang J L. Chaotic hybrid optimization algorithm of a new skew tent map[J]. Control Theory & Application, 2007, 24(2): 269-273.)

[9] 梁瑞鑫, 郑德玲. 基于区间套混沌搜索的混合优化方法[J]. 北京科技大学学报, 2002, 24(3): 342-344.
(Liang R X, Zheng D L. A hybrid optimization algorithm based on nested intervals chaos search[J]. J of University of Science and Technology Beijing, 2002, 24(3): 342-344.)

[10] 秦红磊, 李晓白. 一种基于帐篷映射的混沌搜索全局优化方法[J]. 电机与控制学报, 2004, 8(1): 67-70.
(Qin H L, Li X B. A chaotic search method for global optimization on tent map[J]. Electric Machines and Control, 2004, 8(1): 67-70.)

[11] 杨海东, 鄂加强. 自适应变尺度混沌免疫优化算法及其应[J]. 控制理论与应用, 2009, 26(10): 1069-1074.
(Yang D H, E J Q. Adaptive chaotic immune optimization algorithm with mutative scale and its application[J]. Control Theory & Application, 2009, 26(10): 1069-1070.)

[12] 李春彪, 王翰康. 推广恒 Lyapunov 指数谱混沌系统及其演变研究[J]. 物理学报, 2009, 58(11): 7514-7524.
(Li C B, Wang H K. A extension system with constant Lyapunov exponent spectrum and its evolvement[J]. Acta Physica Sinica, 2009, 58(11): 7514-7524.)

[13] Deb K, Pratap A, Agarwal S, et al. A fast and elitist multi-objective genetic algorithms: NSGA-II[J]. IEEE Trans on Evolutionary Computation, 2002, 6(2): 182-197.

[14] Corne D W, Jerram N R, Knowles J D. PESA-II: Region-based selection in evolutionary multiobjective optimization[C]. Proc of the Genetic and Evolutionary Computing Conf. San Francisco: Morgan Kaufmann, 2001: 283-290.

[15] Coello C A C, Lechuga M. MOPSO: A proposal for multiple objective particle swarm optimization[C]. Proc of IEEE Congress on Evolutionary Computation. Hawaii, 2002: 1051-1056.

(上接第1385页)

[2] 刘林. 航天器轨道理论[M]. 北京: 国防工业出版社, 2000: 64-66.
(Liu L. Orbit theory of spacecraft[M]. Beijing: The National Defense Industrial Press, 2000: 64-66.)

[3] Shen H J, Tsiotras P. Optimal two-impulse rendezvous using multiple-revolution Lambert solutions[J]. J of Guidance, Control and Dynamics, 2003, 26(1): 50-61.

[4] Adamo D R. Apollo 13 trajectory reconstruction via state transition matrices[J]. J of Guidance, Control and Dynamics, 2008, 31(6): 1772-1780.

[5] Avanzini G. A simple lambert algorithm[J]. J of Guidance, Control and Dynamics, 2008, 31(6): 1587-1594.

[6] Luo Y Z, Lei Y J, Tang G J. Optimal multi-objective nonlinear impulsive rendezvous[J]. J of Guidance, Control and Dynamics, 2007, 30(4): 994-1002.

[7] 何巍, 徐世杰. 地月低能转移轨道中途修正的设计与分析[J]. 航天控制, 2007, 25(5): 22-27.
(He W, Xu S J. Study on midcourse correction of low energy consumption earth-moon transfer orbit[J]. Aerospace Control, 2007, 25(5): 22-27.)

[8] 杨维廉, 周文艳. 嫦娥一号卫星地月转移轨道中途修正分析[J]. 空间控制技术与应用, 2008, 34(6): 3-7.
(Yang W L, Zhou W Y. Analysis on midcourse correction of trans-lunar trajectory for CE-1[J]. Aerospace Control and Application, 2008, 34(6): 3-7.)

[9] 卢山, 段佳佳, 徐世杰. 基于蚁群算法的转移轨道中途修正问题研究[J]. 系统仿真学报, 2009, 21(14): 4400-4404.
(Lu S, Duan J J, Xu S J. Study on midcourse correction of orbital transfer using ant colony algorithm[J]. J of System Simulation, 2009, 21(14): 4400-4404.)

[10] 卢山, 徐世杰. 基于遗传算法的转移轨道中途修正技术研究[C]. 全国第十二届空间及运动体控制技术学术年会. 桂林, 2006: 257-262.
(Lu S, Xu S J. Study on midcourse correction of orbital transfer using genetic algorithm[C]. The 12th National Annual Conf of Space and Motion Body Control Technology. Guilin, 2006: 257-262.)

[11] 王蒙一, 江涌. 多目标进化算法在航天器转移轨道中途修正中的应用[J]. 航天控制, 2009, 27(5): 52-56.
(Wang M Y, Jiang Y. Application of the multi-objective volutionary algorithm in midcourse correction of spacecraft transfer orbit[J]. Aerospace Control, 2009, 27(5): 52-56.)

[12] Deb K, Pratap A, Agarwal S, et al. A fast and elitist multi-objective genetic algorithm: NSGA-II[J]. IEEE Trans on Evolutionary Computation, 2002, 6(2): 182-197.