

文章编号: 1001-0920(2011)09-1382-04

基于 NSGA-II 算法的上面级转移轨道中途修正时机优化

张利宾, 史晓宁, 崔乃刚

(哈尔滨工业大学 航天学院, 哈尔滨 150001)

摘要: 设计了一种基于 NSGA-II 的中途修正时机优化算法. 基于上面级运动方程和 Lambert 远程变轨, 通过算例验证了中途修正的必要性, 确定了修正策略. 引入 NSGA-II 算法, 对中途修正的目标函数进行优化, 得到了修正时刻的最优解集. 结果表明, 该算法得到的修正时机优化 Pareto 最优解集完整且分布均匀, 中途修正效果很好.

关键词: 上面级; 转移轨道; 中途修正; 多目标优化; 遗传算法

中图分类号: V448.2

文献标识码: A

Research on optimization of midcourse correction time points of upper stage transfer orbit via NSGA-II

ZHANG Li-bin, SHI Xiao-ning, CUI Nai-gang

(School of Astronautics, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China. Correspondent: ZHANG Li-bin, E-mail: zhanglibin1981@126.com)

Abstract: This paper presents a multi-objective optimization algorithm for midcourse correction via the modified non-dominated sorting genetic algorithm(NSGA-II). By using the motion equations of upper stage and the solution method of Lambert problem, the need of midcourse correction is validated and the correction scheme is determined by comparing the results of an example. The NSGA-II is introduced for the multi-objective optimization model of midcourse correction, and the optimal solution set is obtained. The good correction results show that the NSGA-II algorithm can completely produce the Pareto optimal solution set which is uniform distribution.

Key words: upper stage; transfer orbit; midcourse correction; multi-objective optimization; genetic algorithm

1 引言

上面级是多级运载火箭中独立于基础级的末级火箭, 是运载火箭的重要组成部分, 它和有效载荷(卫星)一起进入目标轨道后再将有效载荷分离. 所谓先进上面级, 是指具有独立于运载火箭与有效载荷的导航、制导与控制系统的上面级火箭^[1].

上面级携带有效载荷由低轨道通过转移轨道进入高轨道, 通过理想转移轨道的始点与终点的信息, 计算并产生转移所需速度增量^[2], 以完成轨道转移. 但在实际转移轨道上, 由于受到发动机推力误差、初始导航误差及摄动的影响, 上面级最终与目标点之间存在误差. 尤其是进行长时间、远距离轨道转移, 各种误差和摄动引起的误差累积量很大, 使得上面级无法精确达到预定的位置和速度. 因此, 进行转移轨道上的中途修正是必要的.

目前针对航天器远程变轨和在轨修正^[3-6]的研究比较充分, 但在上面级转移轨道中途修正问题上的分

析还存在不足. 例如: 文献[7]采用显式制导设计修正方案, 运用了类似间距比策略, 但没有优化性能指标; [8]只是对修正时机的选择进行了一些定性分析; [9-10]将中途修正的多目标优化问题转化为单目标问题, 分别应用蚁群算法和遗传算法进行修正时机的寻优计算, 未能得到完整最优解集; [11]应用基于小生境的 Pareto 遗传算法优化了修正时机, 但需指定种群小生境半径, 主观因素较强.

本文在研究上面级转移轨道中途修正策略和改进的非支配分类遗传算法(NSGA-II)^[12]的基础上解决修正时机的多目标优化问题, 不再将多目标优化问题转化为单目标优化问题, 得到了完整的 Pareto 最优解, 增加了优化的灵活性.

2 轨道转移模型

2.1 上面级运动方程

上面级飞行过程中主要受到地球 J_2 项摄动的

收稿日期: 2010-06-29; 修回日期: 2010-08-10.

作者简介: 张利宾(1981-), 男, 博士生, 从事飞行器动力学与控制的研究; 崔乃刚(1965-), 男, 教授, 博士生导师, 从事导弹飞行力学与控制等研究.

影响,在发射惯性坐标系下,上面级滑行段视加速度为0.考虑 J_2 项摄动,其运动方程为

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{r}} = \mathbf{V}, \\ \dot{\mathbf{V}} = \mathbf{g}. \end{cases} \quad (1)$$

其中

$$\mathbf{g} = \begin{bmatrix} g_{ex} \\ g_{ey} \\ g_{ez} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_r \frac{x+x_0}{r} + g_{\omega_e} \frac{\omega_x}{\omega_e} \\ g_r \frac{y+y_0}{r} + g_{\omega_e} \frac{\omega_y}{\omega_e} \\ g_r \frac{z+z_0}{r} + g_{\omega_e} \frac{\omega_z}{\omega_e} \end{bmatrix}; \quad (2)$$

$$\begin{cases} g_r = -\frac{\mu}{r^2} \left[1 + \frac{3}{2} J_2 \left(\frac{a_e}{r} \right)^2 (1 - 5 \sin^2 \varphi_s) \right], \\ g_{\omega_e} = -3 \frac{\mu}{r^2} J_2 \left(\frac{a_e}{r} \right)^2 \sin \varphi_s; \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} \omega_x = \omega_e \cos B_0 \cos A_0, \\ \omega_y = \omega_e \sin B_0, \\ \omega_z = -\omega_e \cos B_0 \sin A_0; \end{cases} \quad (4)$$

$$r = \sqrt{(x+x_0)^2 + (y+y_0)^2 + (z+z_0)^2}. \quad (5)$$

式中: x_0, y_0, z_0 为发射点地心矢量 \mathbf{r}_0 在发射惯性系内的投影分量; x, y, z 为上面级当前位置在发射惯性系内的坐标; r 为在发射惯性系内坐标为 (x, y, z) 的点对应的地心距; $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ 为地球自转角速度矢量在发射惯性坐标系内的投影分量; B_0 为发射点的大地纬度(天文纬度), A_0 为发射点天文瞄准方位角.

2.2 Lambert 远程变轨

给定上面级在地心惯性坐标系下的初始位置和目标位置矢量 \mathbf{r}_1 和 \mathbf{r}_2 ,以及对应的时间 t_1 和 t_2 ,可得到椭圆转移轨道半长轴 a 与转移时间的方程(Lambert方程)

$$\sqrt{\frac{\mu}{a^3}}(t_2 - t_1) = [(\alpha - \beta) - (\sin \alpha - \sin \beta)], \quad (6)$$

其中 α, β 定义如下:

$$\begin{cases} \alpha - \beta = E_2 - E_1, \\ \sin \alpha - \sin \beta = e(\sin E_2 - \sin E_1). \end{cases} \quad (7)$$

E_1, E_2 分别为初始点和目标点在转移轨道上的偏近点角.一般情况下,由初始点到目标的转移是在转移轨道半圈之内完成的,有 $0 < \alpha, \beta < \pi$,所以有

$$\begin{cases} \sin \frac{\alpha}{2} = \left(\frac{r_1 + r_2 + r_{12}}{4a} \right)^{1/2}, \\ \sin \frac{\beta}{2} = \left(\frac{r_1 + r_2 - r_{12}}{4a} \right)^{1/2}, \end{cases} \quad (8)$$

其中 r_{12} 为当前位置到目标点的距离.用Newton-Raphson法求解 a ,进而可以计算得到变轨需要的速度脉冲 $\Delta V^{[11]}$.

3 中途修正策略

选取上面级转移轨道飞行时间为12900s,步长10s.在发射惯性坐标系下的标准弹道上初始点和目标点的位置与速度如表1所示.

表1 标准弹道初始点与目标点的位置与速度

		位置 r/m	速度 $V/(m/s)$
初始点	x	4052278.09	8297.4213
	y	-1153200.39	-5571.1055
	z	-103191.17	398.5626
目标点	x	-14219839.24	-1889.2754
	y	-35409571.30	781.3548
	z	667441.50	-73.1586

3.1 不加修正

设定初始位置误差为100m(3σ),速度误差为10m/s(3σ).利用2.1节的公式进行积分,结果如表2和图1所示.由此可知,若存在初始位置与速度误差,上面级真实转移轨道终点与目标点之间存在较大的位置和速度误差,所以进行中途修正是十分必要的.

表2 始点误差对终点误差的影响

		状态	量值
始点误差 (3σ)		$\delta x/m$	-100
		$\delta y/m$	100
		$\delta z/m$	100
		$\delta V_x/(m/s)$	10
		$\delta V_y/(m/s)$	-10
终点误差 (3σ)		$\delta V_z/(m/s)$	10
		$\delta x/m$	227826.63
		$\delta y/m$	-669647.54
		$\delta z/m$	35516.52
		$\delta V_x/(m/s)$	-14.71567
	$\delta V_y/(m/s)$	-102.3814	
	$\delta V_z/(m/s)$	1.4405	

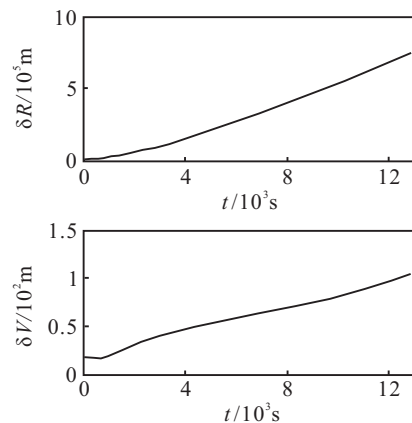


图1 不加修正时位置和速度误差曲线

3.2 一次修正

本文研究的只是中途修正问题,在转移轨道飞行时间中还要为上级释放有效载荷而进行的姿态调整等动作预留部分时间,因此选择中途修正时刻处于0~12800s之间.利用误差弹道上的当前点和目标点求解Lambert方程,在得到进行一次修正的需要速度脉冲后加入修正速度脉冲积分,得到最终的位置

与速度误差. 图 2 描述了修正时间点与需要速度脉冲 ΔV , 修正后位置误差 δR 和速度误差 δV 的关系曲线.

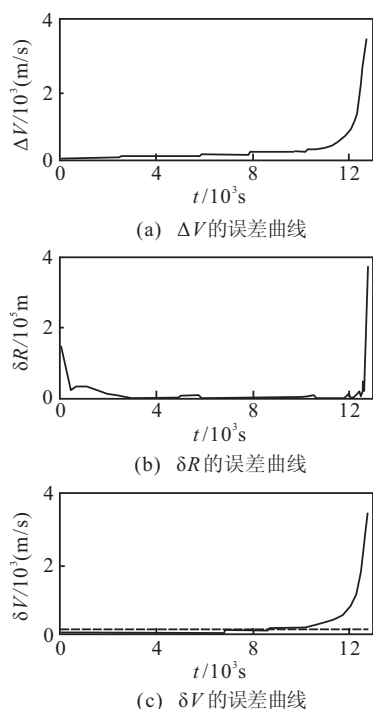


图 2 修正速度、位置误差和速度误差曲线

图 2(a) 和图 2(b) 分别描述了修正时间点与修正速度和修正后速度误差的关系, 修正时间点越早, 需要的修正速度越小, 并且在 9050 s 之前修正得到的最后速度误差一直小于不加修正时的最终速度误差. 图 2(c) 描述了修正时间点与修正后最终位置误差的关系, 修正时间点越晚, 修正后最终的位置误差越小, 但当接近目标点时, 最终位置误差突然增大. 由此可知, 修正所需的速度脉冲与修正后最终的位置误差、速度误差之间存在矛盾, 如何选择修正时间点需要进行折中.

3.3 多次修正

针对多次修正问题, 本文以 2 次修正和 3 次修正为例, 按照 1 次修正的方法完成 2 次修正和 3 次修正, 并与不加修正和 1 次修正的结果对比 (见表 3).

表 3 不同修正次数的修正结果

修正次数	时间点/ 10^3 s	修正速度/(m/s)	位置误差/m	速度误差/(m/s)
0	—	0	743 127.033 2	103.443 6
1	6	91.796 1	768.050 2	32.344 1
1	8	138.048 9	270.684 6	67.999 8
2	(3, 8)	51.292 9	260.846 7	8.954 6
2	(1, 8)	32.077 2	260.966 7	4.421 6
3	(2, 5, 8)	40.618 3	261.091 7	5.023 2
3	(1, 5, 8)	29.242 4	261.273 7	2.522 8

可以看出, 中途修正速度脉冲不大, 最终位置误差和速度误差比不加修正小很多. 对 1 次修正和 2 次

修正进行比较后发现, 如果选取的修正时间点合适, 2 次修正不仅在位置误差和速度误差上要减小很多, 且修正速度脉冲也比 1 次修正消耗的少. 对 2 次修正和 3 次修正进行比较后发现, 虽然修正速度脉冲有所减少, 3 次修正的位置误差和速度误差与 2 次修正的结果相差不多, 但增加了发动机开关次数. 因此, 针对本文研究的上面级远程变轨问题, 建议采用 2 次修正以满足转移轨道目标点的精度.

4 修正时机优化设计

中途修正问题的优化目标是最终位置误差、速度误差和修正速度脉冲最小, 优化变量是修正的时间点. 因为 3 个优化目标不可能同时收敛, 所以中途修正问题是典型的多目标优化问题. 本文基于 2 次修正策略设计多目标优化算法.

4.1 NSGA-II 算法

NSGA^[12]是由 Srinivas 等人于 20 世纪 90 年代初提出的, 它的高效性在于运用一个非支配分类程序, 使多目标简化至一个适应度函数的方式. 该方法能解决任意数目的目标问题, 并且能够求最大和最小的问题. Deb 于 2002 年对 NSGA 进行了改进, 提出了一种快速的非劣性排序方法: NSGA-II, 并定义了拥挤距离估计某个点周围的解的密度取代适应值共享. NSGA-II 有效地克服了 NSGA 的 3 大缺陷: 计算复杂性从 $O(mN^3)$ 降至 $O(mN^2)$; 具备最优保留机制并无需确定一个共享参数; 进一步提高了计算效率和算法的鲁棒性. 该算法得到的非劣解在目标空间分布均匀, 收敛性和鲁棒性好, 已成为进化多目标优化领域的基准算法之一.

NSGA-II 算法流程如下: 首先, 随机产生规模为 N 的初始种群, 非支配排序后通过遗传算法的选择、交叉、变异 3 个基本操作得到第 1 代子代种群; 其次, 从第 2 代开始, 将父代种群与子代种群合并, 进行快速非支配排序, 同时对每个非支配层中的个体进行拥挤度计算, 根据非支配关系以及个体的拥挤度选取合适的个体组成新的父代种群; 最后, 通过遗传算法的基本操作产生新的子代种群; 依次类推, 直到满足程序结束的条件.

4.2 修正时机的多目标优化问题

本文以修正速度 ΔV , 终点位置误差 δR 和速度误差 δV 最小为优化目标, 建立如下多目标优化模型:

$$\begin{aligned} \min f &= \min(\Delta V, \delta R, \delta V); \\ \text{s.t. } &0 \leq t_1 < t_2 \leq 12800, t_i \in \mathbf{T}, i = 1, 2. \end{aligned} \quad (9)$$

式中: t_i 是修正时间点, 是决策变量; \mathbf{T} 是修正时间点的可行域. $\Delta V, \delta R, \delta V$ 可分别通过求解 Lambert 远程变轨问题和运动方程的精密积分得到.

利用NSGA-II算法可对修正时机进行优化,具体计算流程见图3.

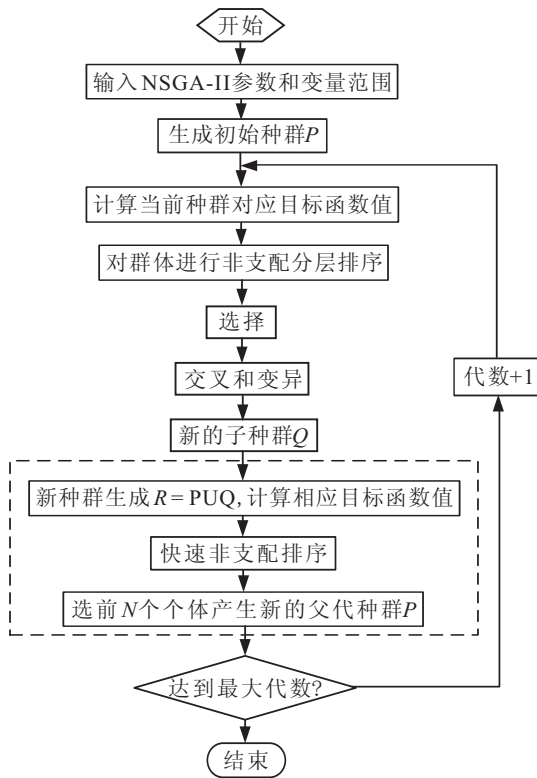


图3 基于NSGA-II的修正时机优化流程图

5 算法验证

利用表1中的标准弹道和表2中的误差项,通过求解Lambert远程变轨问题计算修正速度. NSGA-II算法的参数设置如表4所示.

表4 NSGA-II算法参数

种群	进化代数	交叉概率	变异率
100	500	0.8	0.1

采用NSGA-II算法共得到100个Pareto最优解. 图4和图5给出了Pareto最优解的分布图,表5给出了部分优化结果. 本文讨论的3个目标即是解的3个属性,从而得到决策变量 t_1, t_2 的优化解. 从图4和图5中可以看出, Pareto最优解分布比较均匀,第1次修正时机处在0~500s内,第2次修正时机处在8150~8250s之间,目标函数中修正速度位于20~80m/s的区间,位置误差为248~254m,速度误差为2~20m/s,优化结果明显优于不加修正和1次修正(见表3). 因此决策者可根据不同的技术要求,从优化得到的Pareto最优解集中选择合适的修正时刻,体现了多目标进化算法的优越性.

上述结果表明:应用NSGA-II算法进行中途修正时机优化设计时,可以解决多目标优化的问题,找到多个Pareto解,这些解在不同的优化目标上各有优

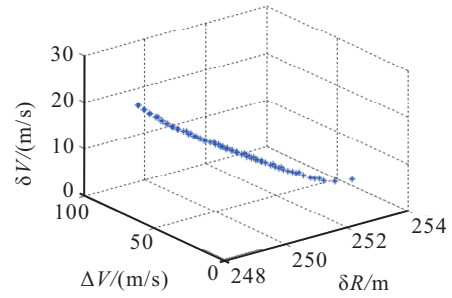


图4 目标函数的Pareto最优解集

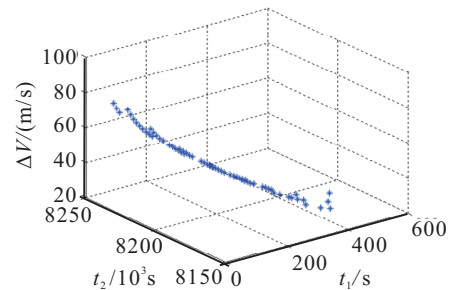


图5 决策变量的Pareto最优解集

表5 几组优化结果

结果序号	时间/10s	修正速度/(m/s)	位置误差/m	速度误差/(m/s)
1	(35, 817)	31.4541	252.2703	5.8795
2	(48, 818)	25.4814	253.3595	4.5052
3	(39, 816)	28.8066	252.5699	5.0863
4	(43, 817)	26.8482	252.8639	4.6451

势. 与文献[9-10]所提出的蚁群算法和简单遗传算法相比后发现,文献[9-10]的简单遗传算法在进行优化设计时,将多目标化为单目标,对目标的权值选择带有很强的主观性,而NSGA-II算法则不涉及目标权值的选择问题.

6 结论

本文针对运载火箭上面级转移轨道中途修正时机优化问题,通过一组仿真算例得到的误差结果验证了采用中途修正的必要性,并对1次修正、2次修正和3次修正进行了算例分析. 基于2次修正策略,将NSGA-II算法引入到中途修正时机优化问题模型中,设计了多目标进化算法. 结果表明,采用NSGA-II算法的中途修正时机优化可以很好地解决此多目标优化问题,其Pareto最优解分布均匀,且中途修正效果好.

参考文献(References)

[1] Dressler G A, Matuszak L W, Stephenson D D. Study of a high-energy upper stage for future shuttle missions[C]. The 39th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conf and Exhibit. Huntsville, 2003: 1-10.