

文章编号: 1001-0920(2011)09-1338-05

非均匀采样系统多新息随机梯度辨识性能分析

丁洁, 谢莉, 丁锋

(江南大学控制科学与工程研究中心, 江苏无锡 214122)

摘要: 针对一类非均匀采样系统, 提出了其输入输出表达的多新息随机梯度辨识方法. 该方法将随机梯度算法中的新息项扩展为向量, 有效利用了历史新息所包含的信息, 从而提高辨识精度和算法的收敛速度, 同时又保留了随机梯度算法计算量小的优点. 仿真例子通过改变新息长度, 验证了所提出辨识算法性能的优越性.

关键词: 非均匀采样; 多率系统; 随机梯度; 多新息辨识; 参数估计

中图分类号: TP273

文献标识码: A

Performance analysis of multi-innovation stochastic gradient identification for non-uniformly sampled systems

DING Jie, XIE Li, DING Feng

(Control Science and Engineering Research Center, Jiangnan University, Wuxi 214122, China. Correspondent: DING Jie, E-mail: djvsqxb@163.com)

Abstract: A state space model is derived for non-uniformly sampled systems. Based on the obtained input/output representation, a multi-innovation stochastic gradient identification algorithm is presented by expanding the scalar innovation to an innovation vector. The proposed algorithm uses both the current innovation and the historical innovations, which improves the stochastic gradient algorithm for the identification accuracy and convergence rate. Simulation example verifies the superiority of the proposed algorithm by adjusting the innovation length.

Key words: non-uniform sampling; multirate systems; stochastic gradient; multi-innovation identification; parameter estimation

1 引言

传统意义上, 将系统控制输入刷新周期和输出采样周期相等时的采样数据系统称为单率系统. 其辨识技术已经很成熟, 但在实际工业过程中, 过程控制变量受频率特性、设备传感器特性等物理、机械因素的限制以及控制品质的要求限制, 实际系统多为多率采样系统^[1], 即存在两个或两个以上操作频率的系统. 双率采样系统作为一类特殊的多率采样系统(即系统输入和输出采用不同采样周期的系统), 也得到了很多研究^[2-3].

上述双率采样系统的研究都是基于均匀采样方案, 但实际工业过程中, 由于操作需求或设备环境等, 使得采样呈现不规则状态, 需采用非均匀采样方案. 非均匀采样整体上优于均匀采样: 1) 总是可以保证离散系统的能控性和能观测性, 并且从非均匀离散模型可唯一地重构连续时间系统; 2) 可以获得不同采

样周期的单率系统. 文献[4]从均匀采样数据来分析非均匀采样系统的功率谱; [5]研究了非均匀采样数据系统状态空间模型及其辨识方法; [6]采用最大期望算法来辨识非均匀采样系统状态空间模型, 并具体应用于化学过程的辨识; [7-8]基于非均匀采样数据, 研究了故障检测与隔离残差模型的子空间辨识方法, 以及非均匀系统的卡尔曼滤波问题; [9]针对非均匀采样数据离散系统唯一地重构了连续时间系统模型; [10]研究了一类非均匀采样系统的辨识问题, 该非均匀采样规律满足输入以均匀快速采样率刷新, 而输出则以非均匀慢速采样. 这样的非均匀采样方案也是本文研究的重点.

本文在文献[11]的基础上研究了单率系统多新息随机梯度辨识方法的估计误差上界, 把多新息随机梯度辨识算法用于非均匀采样系统的研究, 提出了一类非均匀采样系统的多新息随机梯度辨识方法,

收稿日期: 2010-04-26; 修回日期: 2010-08-04.

基金项目: 国家自然科学基金项目(60974043).

作者简介: 丁洁(1984—), 女, 博士生, 从事控制理论与控制工程的研究; 丁锋(1963—), 男, 教授, 博士生导师, 从事系统建模与辨识、过程控制等研究.

并证明了算法的一致收敛性, 即参数估计误差收敛于零. 这是一个比 [11] 有界收敛性更好的结果. 此外, [12] 提出的针对非均匀采样系统的辅助模型递推最小二乘算法, 由于递推过程中要不断进行协方差矩阵的各类运算, 计算量相对于本文算法大. 这也是本文研究的目的.

2 问题构成

一类非均匀系统示意图如图 1 所示^[5], 其中 S_c 为一个连续过程, 其状态空间模型为

$$S_c : \begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}_c \mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_c u(t), \\ y(t) = \mathbf{C} \mathbf{x}(t) + D u(t). \end{cases} \quad (1)$$

其中: $\mathbf{x}(t) \in \mathbf{R}^n$ 为状态向量, $u(t) \in \mathbf{R}^1$ 为控制输入, $y(t) \in \mathbf{R}^1$ 为系统输出; $\mathbf{A}_c, \mathbf{B}_c, \mathbf{C}$ 为适当维数的矩阵; D 为常数; H_r 为非均匀零阶保持器; S_T 为周期 T 的采样器.

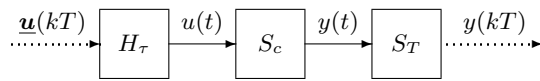


图 1 非均匀采样数据系统

设非均匀零阶保持器的输入刷新间隔依次为 $\{\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_r\}$, 即输入刷新的时间点为 $t = kT + t_i$, $i = 1, 2, \dots, r, k = 0, 1, \dots$. 其中: $t_i := \tau_1 + \tau_2 + \dots + \tau_i, T := \tau_1 + \tau_2 + \dots + \tau_r$ 为框架周期. 非均匀保持器在第 k 个周期 $[kT, (k+1)T)$ 上, 控制输入 u 在点 $t = kT + t_i$ ($i = 0, 2, \dots, r-1$) 非均匀地刷新 r 次, 从而非均匀零阶保持器的特性可表示为

$$u(t) = \begin{cases} u(kT), & kT \leq t < kT + t_1; \\ u(kT + t_1), & kT + t_1 \leq t < kT + t_2; \\ \vdots \\ u(kT + t_{r-1}), & kT + t_{r-1} \leq t < (k+1)T. \end{cases}$$

输出采样器的采样周期等于输入的框架周期, 即系统输出在点 $t = kT$ 处均匀周期采样, 而输入刷新以 $\{\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_r\}$ 不断周期地进行.

对于可测的输入输出数据 $u(kT + t_i)$ 和 $y(kT)$, 利用提升技术, 将 r 个输入放在一起, 构成一个提升输入向量 \mathbf{u} , 即可得到一个周期为 T 的时不变多输入系统, 下面推导其状态空间模型.

参考文献 [5,9] 的方法, 离散化系统 (1), 有

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(kT + T) &= \\ e^{\mathbf{A}_c T} \mathbf{x}(kT) &+ \int_{kT}^{(k+1)T} e^{\mathbf{A}_c((k+1)T-\tau)} \mathbf{B}_c u(\tau) d\tau = \\ e^{\mathbf{A}_c T} \mathbf{x}(kT) &+ \\ \sum_{i=1}^r e^{\mathbf{A}_c(T-t_i)} \int_0^{t_i} e^{\mathbf{A}_c t} dt \mathbf{B}_c u(kT + t_{i-1}) &=: \\ \mathbf{A} \mathbf{x}(kT) &+ \sum_{i=1}^r \mathbf{B}_i u(kT + t_{i-1}) =: \end{aligned}$$

$$\mathbf{A} \mathbf{x}(kT) + \mathbf{B} \mathbf{u}(kT), \quad (2)$$

系统的输出方程为

$$y(kT) = \mathbf{C} \mathbf{x}(kT) + D u(kT). \quad (3)$$

其中

$$\mathbf{A} := e^{\mathbf{A}_c T} \in \mathbf{R}^{n \times n},$$

$$\mathbf{B} := [\mathbf{B}_1, \mathbf{B}_2, \dots, \mathbf{B}_r] \in \mathbf{R}^{n \times r},$$

$$\mathbf{B}_i := e^{\mathbf{A}_c(T-t_i)} \int_0^{t_i} e^{\mathbf{A}_c t} dt \mathbf{B}_c,$$

$$\mathbf{u}(kT) := [u(kT), u(kT + t_1), \dots, u(kT + t_{r-1})]^T.$$

引入后移算子 z^{-1} 或前移算子 z [$z^{-1}u(kT + t_i) = u(kT + t_i - T), z\mathbf{x}(kT) = \mathbf{x}(kT + T)$], 令 \mathbf{I}_n 是 n 阶单位矩阵. 系统 (2) 和 (3) 可等价

$$\begin{aligned} y(kT) &= \\ \mathbf{C}(z\mathbf{I}_n - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{B} \mathbf{u}(kT) &+ D u(kT) = \\ \frac{\mathbf{C} z^{-n} \text{adj}[z\mathbf{I}_n - \mathbf{A}] \mathbf{B}}{z^{-n} \det[z\mathbf{I}_n - \mathbf{A}]} \mathbf{u}(kT) &+ D u(kT) = \\ \sum_{i=1}^r \frac{\mathbf{C} z^{-n} \text{adj}[z\mathbf{I}_n - \mathbf{A}] \mathbf{B}_i}{z^{-n} \det[z\mathbf{I}_n - \mathbf{A}]} u(kT + t_{i-1}) &+ D u(kT). \end{aligned}$$

也可表示为一般形式

$$\alpha(z)y(kT) = \beta_1(z)u(kT) + \beta_2(z)u(kT + t_1) + \dots + \beta_r(z)u(kT + t_{r-1}). \quad (4)$$

其中: $\alpha(z)$ 是系统的特征多项式, $\alpha(z)$ 和 $\beta_i(z)$ 定义为

$$\begin{aligned} \alpha(z) &:= z^{-n} \det[z\mathbf{I}_n - \mathbf{A}] = \\ 1 + \alpha_1 z^{-1} + \alpha_2 z^{-2} + \dots + \alpha_n z^{-n}, \\ \beta_1(z) &:= \\ \mathbf{C} z^{-n} \text{adj}[z\mathbf{I}_n - \mathbf{A}] \mathbf{B}_1 + D z^{-n} \det[z\mathbf{I}_n - \mathbf{A}] &= \\ \beta_{10} + \beta_{11} z^{-1} + \beta_{12} z^{-2} + \dots + \beta_{1n} z^{-n}, \\ \beta_{10} &= D, \\ \beta_i(z) &:= \mathbf{C} z^{-n} \text{adj}[z\mathbf{I}_n - \mathbf{A}] \mathbf{B}_i = \\ \beta_{i1} z^{-1} + \beta_{i2} z^{-2} + \dots + \beta_{in} z^{-n}, & i = 2, 3, \dots, r. \end{aligned}$$

不失一般性, 引进随机白噪声 $v(kT)$, 式 (4) 可写为

$$\alpha(z)y(kT) = \beta_1(z)u(kT) + \beta_2(z)u(kT + t_1) + \dots + \beta_r(z)u(kT + t_{r-1}) + v(kT). \quad (5)$$

本文的目标是: 基于系统的可测数据 $\{y(kT), u(kT + t_i); i = 0, 1, \dots, r-1\}$, 提出辨识非均匀采样系统传递函数模型 (5) 中参数 α_i 和 β_{ij} 的多新息随机梯度算法, 并进行收敛性分析和仿真比较研究.

3 多新息随机梯度辨识算法

定义信息向量 $\varphi(kT)$ 和参数向量 θ 如下:

$$\begin{aligned} \varphi(kT) &:= \\ [-y(kT - T), -y(kT - 2T), \dots, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -y(kT - nT), u(kT), u(kT - T), \dots, \\
& u(kT - nT), u(kT - T + t_1), \\
& u(kT - 2T + t_1), \dots, u(kT - nT + t_1), \dots, \\
& u(kT - T + t_{r-1}), u(kT - 2T + t_{r-1}), \dots, \\
& u(kT - nT + t_{r-1})]^T \in \mathbf{R}^{n_0}, \\
& n_0 := rn + n + 1, \\
& \boldsymbol{\theta} := [\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n, \beta_{10}, \beta_{11}, \dots, \beta_{1n}, \beta_{21}, \\
& \beta_{22}, \dots, \beta_{2n}, \dots, \beta_{r1}, \beta_{r2}, \dots, \beta_{rn}]^T \in \mathbf{R}^{n_0}.
\end{aligned}$$

式(5)可写成如下形式:

$$y(kT) = \boldsymbol{\varphi}^T(kT)\boldsymbol{\theta} + v(kT). \quad (6)$$

观察辨识模型(6), 随机梯度(SG)算法可以辨识出参数向量 $\boldsymbol{\theta}$ 的估计^[13], 即

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}(kT) = \hat{\boldsymbol{\theta}}(kT - T) + \frac{\boldsymbol{\varphi}(kT)}{r(kT)}e(kT), \quad (7)$$

$$e(kT) := y(kT) - \boldsymbol{\varphi}^T(kT)\hat{\boldsymbol{\theta}}(kT - T), \quad (8)$$

$$r(kT) = r(kT - T) + \|\boldsymbol{\varphi}(kT)\|^2, \quad r(0) = 1. \quad (9)$$

其中: $\hat{\boldsymbol{\theta}}(kT)$ 为 $\boldsymbol{\theta}$ 在采样时刻 kT 的估计值, $1/r(kT)$ 为收敛因子, $\|\cdot\|^2$ 为向量范数, $e(kT)$ 即为新息. 众所周知, 随机梯度算法计算量小, 但收敛速率慢. 为了改善随机算法的辨识精度, 采用多新息理论^[14], 利用系统历史新息构成新息向量. 定义信息矩阵 $\boldsymbol{\Phi}(p, kT)$ 和堆积输出向量 $\mathbf{Y}(p, kT)$ 为

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{\Phi}(p, kT) & := [\boldsymbol{\varphi}(kT), \boldsymbol{\varphi}(kT - T), \dots, \\
& \boldsymbol{\varphi}(kT - pT + T)] \in \mathbf{R}^{n_0 \times p},
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{Y}(p, kT) & := [y(kT), y(kT - T), \dots, \\
& y(kT - pT + T)]^T \in \mathbf{R}^p,
\end{aligned}$$

则可得新息向量

$$\mathbf{E}(p, kT) := \mathbf{Y}(p, kT) - \boldsymbol{\Phi}^T(p, kT)\hat{\boldsymbol{\theta}}(kT - T) \in \mathbf{R}^p.$$

根据多新息辨识理论^[14-15], 可得辨识式(6)中参数向量 $\boldsymbol{\theta}$ 的多新息随机梯度辨识算法(MISG)

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}(kT) = \hat{\boldsymbol{\theta}}(kT - T) + \frac{\boldsymbol{\Phi}(p, kT)}{r(kT)}\mathbf{E}(p, kT), \quad (10)$$

$$\mathbf{E}(p, kT) = \mathbf{Y}(p, kT) - \boldsymbol{\Phi}^T(p, kT)\hat{\boldsymbol{\theta}}(kT - T), \quad (11)$$

$$r(kT) = r(kT - T) + \|\boldsymbol{\Phi}(p, kT)\|^2. \quad (12)$$

新息向量包含过去信息量, 加快了算法的收敛速率.

4 算法性能分析

首先介绍准备知识: $\lambda_{\max}[\mathbf{X}]$ 和 $\lambda_{\min}[\mathbf{X}]$ 分别为对称矩阵 \mathbf{X} 的最大和最小特征值. 对于 $g(k) \geq 0$, 采用 $f(k) \sim g(k)$ 表示 $\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{f(k)}{g(k)} = 1$. 为了分析多新息随机梯度算法的收敛性能, 下列引理是必要的.

引理 1 设 $\{x(k)\}$, $\{a_k\}$ 和 $\{b_k\}$ 为非负实序列, 且满足

$$x(k+1) \leq (1 - a_k)x(k) + b_k, \quad k \geq 0,$$

其中 $a_k \in [0, 1)$ 且 $x(0) < \infty$. 则

$$\lim_{k \rightarrow \infty} x(k) \leq \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{b_k}{a_k},$$

假设相关极限存在^[16]. 证明略.

引理 2^[14] 对于系统(6)以及随机梯度算法(7)~(9), 如果信息向量 $\boldsymbol{\varphi}(kT)$ 持续激励, 也就是说, 存在常数 $0 < \alpha \leq \beta < \infty$ 和正整数 $N \geq n$, 使得下述持续激励条件成立:

$$\begin{aligned}
(\text{A1}) \quad \alpha \mathbf{I} & \leq \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} \boldsymbol{\varphi}(kT + iT)\boldsymbol{\varphi}^T(kT + iT) \leq \beta \mathbf{I}, \\
& \text{a.s. } t > 0,
\end{aligned}$$

则式(9)中的 $r(kT)$ 满足

$$n\alpha(k - N + 1) + 1 \leq r(kT) \leq n\beta(k + N - 1) + 1, \text{ a.s.}$$

引理 2 的证明可参考文献[14]中的引理 2 的证明, 此略.

定理 1 对于系统(6)以及多新息随机梯度算法(10)~(12), 假设条件(A1)成立, 且 $\{v(kT)\}$ 为满足条件:

$$\begin{aligned}
(\text{A2}) \quad \mathbf{E}[v(kT)] & = 0; \mathbf{E}[v(kT)v(iT)] = 0, \quad k \neq i; \\
\mathbf{E}[v^2(kT)] & = \sigma^2 < \infty
\end{aligned}$$

的白噪声. $\tilde{\boldsymbol{\theta}}(0)$ 和 $\{v(kT)\}$ 不相关, 且 $\mathbf{E}[\|\tilde{\boldsymbol{\theta}}(0)\|^2] < \infty$, 则多新息随机梯度的参数估计误差满足

$$\begin{aligned}
\lim_{k \rightarrow \infty} \mathbf{E}[\|\tilde{\boldsymbol{\theta}}(kT)\|^2] & \leq \\
\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{N\beta\sigma^2[n\beta(k + N - 1) + 1]}{\alpha[n\alpha(k - N + 1) + 1]^2} & = 0.
\end{aligned}$$

为简化证明, 假设新息长度 $p = N$.

证明 根据文献[14]的研究成果, 将线性回归模型的理论推广至非均匀采样系统, 定义噪声向量

$$\begin{aligned}
\mathbf{V}(p, kT) & := [v(kT), v(kT - T), \dots, \\
& v(kT - pT + T)] \in \mathbf{R}^p.
\end{aligned}$$

定义 $\tilde{\boldsymbol{\theta}}(kT) := \hat{\boldsymbol{\theta}}(kT) - \boldsymbol{\theta}$, 式(10)两边减去 $\boldsymbol{\theta}$, 有

$$\begin{aligned}
\tilde{\boldsymbol{\theta}}(kT) & = \tilde{\boldsymbol{\theta}}(kT - T) + \frac{\boldsymbol{\Phi}(p, kT)}{r(kT)} \times \\
& [-\boldsymbol{\Phi}^T(p, kT)\tilde{\boldsymbol{\theta}}(kT - T) + \mathbf{V}(p, kT)] = \\
& \left[\mathbf{I} - \frac{\boldsymbol{\Phi}(p, kT)\boldsymbol{\Phi}^T(p, kT)}{r(kT)} \right] \tilde{\boldsymbol{\theta}}(kT - T) + \\
& \frac{\boldsymbol{\Phi}(p, kT)\mathbf{V}(p, kT)}{r(kT)}.
\end{aligned}$$

两边取范数得

$$\begin{aligned}
\|\tilde{\boldsymbol{\theta}}(kT)\|^2 & \leq \\
\left\| \left[\mathbf{I} - \frac{\boldsymbol{\Phi}(p, kT)\boldsymbol{\Phi}^T(p, kT)}{r(kT)} \right] \tilde{\boldsymbol{\theta}}(kT - 1) \right\|^2 & + \\
2\tilde{\boldsymbol{\theta}}^T(kT - T) \left[\mathbf{I} - \frac{\boldsymbol{\Phi}(p, kT)\boldsymbol{\Phi}^T(p, kT)}{r(kT)} \right] \times
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{\Phi(p, kT)\mathbf{V}(p, kT)}{r(kT)} + \left\| \frac{\Phi(p, kT)\mathbf{V}(p, kT)}{r(kT)} \right\|^2 \leq \\ & \lambda_{\max} \left[\mathbf{I} - \frac{\Phi(p, kT)\Phi^T(p, kT)}{r(kT)} \right] \|\tilde{\theta}(kT - T)\|^2 + \\ & 2\tilde{\theta}^T(kT - T) \left[\mathbf{I} - \frac{\Phi(p, kT)\Phi^T(p, kT)}{r(kT)} \right] \times \\ & \frac{\Phi(p, kT)\mathbf{V}(p, kT)}{r(kT)} + \frac{\|\Phi(p, kT)\mathbf{V}(p, kT)\|^2}{r^2(kT)}. \end{aligned} \quad (13)$$

这里 $p = N$, 由引理 1 和条件 (A1), 得到

$$\begin{aligned} & \mathbf{I} - \frac{\Phi(p, kT)\Phi^T(p, kT)}{r(kT)} \leq \\ & \left[1 - \frac{N\alpha}{n\beta(k + N - 1) + 1} \right] \mathbf{I}, \text{ a.s.}, \\ & \mathbb{E}[\|\Phi(p, kT)\mathbf{V}(p, kT)\|^2] \leq \\ & \mathbb{E}\{\lambda_{\max}[\Phi(p, kT)\Phi^T(p, kT)]\|\mathbf{V}(p, kT)\|^2\} \leq \\ & p\beta\mathbb{E}[\|\mathbf{V}(p, kT)\|^2] = p^2\beta\sigma^2 = N^2\beta\sigma^2. \end{aligned}$$

两边取式 (13) 的期望, 并由条件 (A2) 得到

$$\begin{aligned} & \mathbb{E}[\|\tilde{\theta}(kT)\|^2] \leq \\ & \left[1 - \frac{N\alpha}{n\beta(k + N - 1) + 1} \right] \mathbb{E}[\|\tilde{\theta}(kT - T)\|^2] + \\ & 2 \times \mathbb{E} \left\{ \tilde{\theta}^T(kT - T) \left[\mathbf{I} - \frac{\Phi(p, kT)\Phi^T(p, kT)}{r(kT)} \right] \times \right. \\ & \left. \frac{\Phi(p, kT)\mathbf{V}(p, kT)}{r(kT)} \right\} + \frac{\mathbb{E}[\|\Phi(p, kT)\mathbf{V}(p, kT)\|^2]}{[n\alpha(k - N + 1) + 1]^2} \leq \\ & \left[1 - \frac{N\alpha}{n\beta(k + N - 1) + 1} \right] \mathbb{E}[\|\tilde{\theta}(kT - T)\|^2] + \\ & \frac{N^2\beta\sigma^2}{[n\alpha(k - N + 1) + 1]^2}. \end{aligned}$$

应用引理 1, 有

$$\begin{aligned} & \lim_{k \rightarrow \infty} \mathbb{E}[\|\tilde{\theta}(kT)\|^2] \leq \\ & \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{N^2\beta\sigma^2}{[n\alpha(k - N + 1) + 1]^2} \frac{n\beta(k + N - 1) + 1}{N\alpha} \leq \\ & \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{N\beta\sigma^2[n\beta(k + N - 1) + 1]}{\alpha[n\alpha(k - N + 1) + 1]^2} \sim \frac{N\beta^2\sigma^2}{n\alpha^3} \frac{1}{k} =: C_0 \frac{1}{k}, \end{aligned}$$

其中 $C_0 := \frac{N\beta^2\sigma^2}{n\alpha^3}$. \square

5 仿真例子

考虑如下仿真对象:

$$S_c(s) = \frac{1}{5s^2 + s + 1},$$

取 $r = 2, \tau_1 = 1 \text{ s}, \tau_2 = 1.5 \text{ s}$, 则 $t_1 = \tau_1, t_2 = \tau_1 + \tau_2 = T = 2.5 \text{ s}$. 对应的提升状态空间模型为

$$\begin{cases} \mathbf{x}(kT + T) = \begin{bmatrix} 0.20200 & -0.31680 \\ 1.58400 & 0.51880 \end{bmatrix} \mathbf{x}(kT) + \\ \begin{bmatrix} 0.38290 & 1.20100 \\ 1.42300 & 0.98350 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u(kT) \\ u(kT + \tau_1) \end{bmatrix}, \\ y(kT) = [0, 0.2000] \mathbf{x}(kT). \end{cases}$$

对应提升系统的传递函数模型为

$$\begin{aligned} y(kT) = & \frac{0.28450z^{-1} + 0.06382z^{-2}}{1 - 0.72070z^{-1} + 0.60650z^{-2}} u(kT) + \\ & \frac{0.19670z^{-1} + 0.34070z^{-2}}{1 - 0.72070z^{-1} + 0.60650z^{-2}} u(kT + \tau_1). \end{aligned}$$

进行仿真时, 输入 $\{u(kT + t_i), i = 0, 1, \dots, r - 1\}$ 采用零均值、单位方差不相关的随机序列, $\{v(kT)\}$ 采用零均值、方差为 $\sigma^2 = 0.10^2$ 的白噪声序列, 分别用 SG 算法和 MISG 算法估计下列传递函数模型的参数:

$$\begin{aligned} & (1 + \alpha_1 z^{-1} + \alpha_2 z^{-2})y(kT) = \\ & (\beta_{11} z^{-1} + \beta_{12} z^{-2})u(kT) + \\ & (\beta_{21} z^{-1} + \beta_{22} z^{-2})u(kT + \tau_1) + v(kT), \end{aligned}$$

两种算法下参数估计及其误差如表 1 和表 2 所示. 参数估计相对误差 $\delta := \|\hat{\theta}(kT) - \theta\|/\|\theta\|$ 随数据长度 k 变化曲线如图 2 所示.

表 1 随机梯度算法的参数估计及其误差 (MISG, $p = 1$)

k	α_1	α_2	β_{11}	β_{12}	β_{21}	β_{22}	$\delta/\%$
100	-0.27852	0.22859	0.07861	0.22632	0.10759	0.33076	60.69411
200	-0.28973	0.23681	0.10157	0.21976	0.12399	0.33484	58.48591
500	-0.30581	0.25040	0.13725	0.21084	0.13516	0.34497	55.41125
1000	-0.31842	0.26170	0.15653	0.20713	0.14458	0.35445	53.32980
2000	-0.32950	0.27149	0.17378	0.20299	0.15178	0.36098	51.53493
3000	-0.33753	0.27803	0.18278	0.20011	0.15462	0.36584	50.37805
4000	-0.34187	0.28236	0.18842	0.19889	0.15789	0.36745	49.68996
5000	-0.34622	0.28632	0.19221	0.19784	0.15960	0.37000	49.07778
真值	-0.72070	0.60650	0.28450	0.06382	0.19670	0.34070	

表 2 多新息随机梯度算法的参数估计及其误差 ($p = 10$)

k	α_1	α_2	β_{11}	β_{12}	β_{21}	β_{22}	$\delta/\%$
100	-0.65780	0.55712	0.26494	0.10338	0.19905	0.33686	8.61401
200	-0.67424	0.56822	0.27665	0.08023	0.19035	0.33545	5.97400
500	-0.69144	0.57488	0.28126	0.06168	0.19062	0.34449	4.12989
1000	-0.69854	0.58183	0.28172	0.06585	0.19770	0.34300	3.14902
2000	-0.70007	0.59148	0.28387	0.06780	0.19532	0.34950	2.57424
3000	-0.70730	0.59289	0.28427	0.06779	0.19546	0.34628	1.91479
4000	-0.70687	0.59618	0.28480	0.06574	0.19744	0.34413	1.66902
5000	-0.70907	0.59853	0.28468	0.06678	0.19807	0.34409	1.40045
真值	-0.72070	0.60650	0.28450	0.06382	0.19670	0.34070	

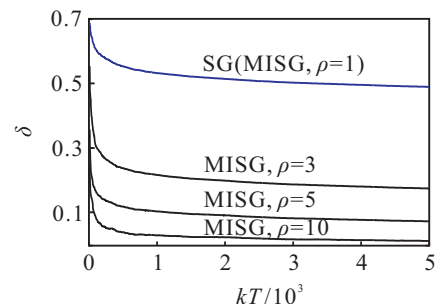


图 2 不同新息长度下参数估计误差 δ 随 k 变化曲线

由表 1, 表 2 和图 2 可以看出, 参数估计误差 δ 随

着新息长度 p 的增加而减小,这说明采用所提出的多新息随机梯度算法估计非均匀采样系统的参数,具有较高的辨识精度。

6 结 论

多新息随机梯度算法通过扩展新息长度,充分利用历史新息,能改善算法的收敛性能.该算法是针对含有白噪声干扰的非均匀采样系统提出的,但其思想可以推广到含有有色噪声干扰的非均匀采样系统。

参考文献(References)

- [1] Mo S, Chen X, Zhao J, et al. A two-stage method for identification of dual-rate systems with fast input and very slow output[J]. *Industrial and Engineering Chemistry Research*, 2008, 48(4): 1980-1988.
- [2] Ding F, Liu P X, Yang H Z. Parameter identification and intersample output estimation for dual-rate systems[J]. *IEEE Trans on Systems, Man, and Cybernetics, Part A: Systems and Humans*, 2008, 38(4): 966-975.
- [3] Liu X, Marquez H J, Lin Y. Input-to-state stabilization for nonlinear dual-rate sampled-data systems via approximate discrete-time model[J]. *Automatica*, 2008, 44(12): 3157-3161.
- [4] Stoica P, Sandgren N. Spectral analysis of irregularly-sampled data: Paralleling the regularly-sampled data approaches[J]. *Digital Signal Processing*, 2006, 16(6): 712-734.
- [5] 丁锋,陈通文,萧德云.非均匀周期采样多率系统的一种辨识方法[J].*电子学报*, 2004, 32(9): 1414-1420.
(Ding F, Chen T, Xiao D Y. Hierarchical identification of non-uniformly periodically sampled multirate systems[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2004, 32(9): 1414-1420.)
- [6] Raghavan H, Tangirala A, Gopaluni R B, et al. Identification of chemical process with irregular output sampling[J]. *Control Engineering Practice*, 2006, 14(5): 467-480.
- [7] Li W, Han Z, Shah S L. Subspace identification for FDI in systems with non-uniformly sampled multirate data[J]. *Automatica*, 2006, 42(4): 619-627.
- [8] Li W, Shah S L, Xiao D Y. Kalman filters in non-uniformly sampled multirate systems: For FDI and beyond[J]. *Automatica*, 2008, 44(1): 199-208.
- [9] Ding F, Qiu L, Chen T. Reconstruction of continuous-time systems from their non-uniformly sampled discrete-time systems[J]. *Automatica*, 2009, 45(2): 324-332.
- [10] Zhu Y, Telkamp H, Wang J, et al. System identification using slow and irregular output samples[J]. *J of Process Control*, 2009, 19(1): 58-67.
- [11] 于丽,丁锋,张佳波.多新息随机梯度辨识方法的收敛性研究[J].*科学技术与工程*, 2007, 7(21): 5474-5478.
(Yu L, Ding F, Zhang J B. Convergence of multi-innovation stochastic gradient identification methods[J]. *Science Technology and Engineering*, 2007, 7(21): 5474-5478.)
- [12] Liu Y J, Xie L, Ding F. An auxiliary model based recursive least squares parameter estimation algorithm for non-uniformly sampled multirate systems[J]. *J of Systems and Control Engineering*, 2009, 223(4): 445-454.
- [13] Ljung L. *System identification: Theory for the user*[M]. 2nd ed. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1999.
- [14] Ding F, Chen T. Performance analysis of multi-innovation gradient type identification methods[J]. *Automatica*, 2007, 43(1): 1-14.
- [15] 王冬青,丁锋.基于辅助模型的多新息广义增广随机梯度算法[J].*控制与决策*, 2008, 23(9): 999-1003.
(Wang D Q, Ding F. Auxiliary model based multi-innovation generalized extended stochastic gradient algorithms for Box-Jenkins models[J]. *Control and Decision*, 2008, 23(9): 999-1003.)
- [16] 郭雷.时变随机系统——稳定性、估计与控制[M].长春:吉林科学技术出版社,1993.
(Guo L. *Time-varying stochastic systems — Stability, estimation and control*[M]. Changchun: Jilin Science and Technology Press, 1993.)

(上接第1337页)

- [7] Bosman P, Thierens D. Expanding from discrete to continuous estimation of distribution algorithms: The IDEA[C]. *Parallel Problem Solving from Nature -PPSN VI*. Paris: Springer-Verlag, 2000: 767-776.
- [8] Dong W, Yao X. Unified eigen analysis on multivariate gaussian based estimation of distribution algorithms[J]. *Information Sciences*, 2008, 178(15): 3000-3023.
- [9] Wang L, Zeng J, Hong Y. Estimation of distribution algorithm based on copula theory[C]. *IEEE CEC 2009*. Trondheim, 2009: 1057-1063.
- [10] Nelsen R. *An introduction to copulas*[M]. 2nd ed. New York: Springer, 2006.
- [11] Strelan J, Nassaj F. Analysis and generation of random vectors with copulas[C]. *Proc of the 2007 Winter Simulation Conference(WSC2007)*. Washington, 2007: 488-496.