文章编号: 1001-0920 (2011) 06-0925-04

一类切换广义时滞系统的时滞相关稳定性准则

高在瑞, 纪志成
(江南大学 电气自动化研究所，江苏 无锡 214122)

摘 要: 针对一类切换广义时滞系统的稳定性问题进行了研究. 提出了一种新的研究切换广义时滞系统的多 Lyapunov 泛函, 利用 Lyapunov 稳定性理论和线性矩阵不等式工具, 通过引入适当的自由权矩阵, 在设定的切换律下, 得到了基于严格线性矩阵不等式表示的切换广义时滞系统的时滞相关稳定性条件. 进一步通过建立一个具有线性矩阵不等式约束的凸优化问题, 得到了保证切换广义时滞系统渐近稳定的最大可允许时滞上界. 最后的数值算例表明了该方法的有效性.

关键词: 广义系统；切换系统；时滞相关；线性矩阵不等式；鲁棒稳定
中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

Delay-dependent stability criteria for a class of switched singular systems with time-delay

GAO Zai-rui, JI Zhi-cheng
(Institute of Electrical Automation，Jiangnan University，Wuxi 214122，China．Correspondent：GAO Zai-rui, E-mail：gaozairui_110@163.com)

Abstract: The problem of stability for a class of switched singular systems with time-delay is considered. A new multiple Lyapunov functional is constructed for discussing switched singular systems with time-delay. By applying the Lyapunov stability theory and the linear matrix inequality(LMI) tools and introducing some proper free-weighting matrices, some delay-dependent stability criteria for switched singular systems with time-delay are derived under an appropriate switching law in terms of strict LMIs. Furthermore, a convex optimization problem with LMIs constraints is formulated, such that the maximum upper bound on the admissible delay can be determined by using the LMI toolbox in Matlab. Numerical examples show the effectiveness of the proposed method.

Key words: singular system；switched system；delay-dependent；LMI；robust stability

1 引 言

广义系统又称为奇异系统, 对其的研究始于 20 世纪 70 年代, 因为广义系统是一类更一般化、有着较强应用背景的动力系统, 比正常系统能更好地描述实际的动态系统, 且在电路、经济、机械、工业等领域有着广泛的应用, 所以备受关注[1-3]. 与广义系统蓬勃发展相类似的是切换系统的研究, 作为一类特殊的混杂系统, 切换系统模型存在于很多生产实践领域, 具有广泛的工程背景. 切换系统一般由一族子系统及描述它们之间关系的切换规则组成, 通过在子系统间的切换来实现控制目的. 如通过设计适当的切换规则, 使得即使所有的子系统均不稳定, 系统整体也可以保持稳定[4]. 由于切换系统在改善系统性能方面的作用, 为了满足智能控制飞速发展的需要, 近年来对切换系统的研究引起了人们极大的兴趣[5-8].

由于时滞现象大量存在于各种实际的系统中, 且往往是导致系统不稳定的一个重要原因, 对其稳定性研究具有重要的理论意义与应用价值[9]. 在实际的控制系统中, 广义系统的切换现象普遍存在, 因此研究切换广义系统具有重要的理论意义和实际意义, 并且已取得了一些研究成果. 文献 [10] 应用共同 Lyapunov 函数方法研究了切换线性广义系统的稳定性问题. [11] 利用凸组合技术和共同 Lyapunov 函数方法, 研究了一类由任意有限多个不确定子系统组成的切换奇异系统的动态输出反馈 H_∞ 控制问题. [12] 利用共同 Lyapunov 函数方法研究了不确定切换广义系

收稿日期: 2010-04-21；**修回日期:** 2010-07-14.
基金项目: 国家自然科学基金项目(60774030).
作者简介: 高在瑞(1982−), 男, 博士生, 从事鲁棒控制、切换系统等研究；纪志成(1959−), 男, 教授, 博士生导师, 从事风力发电控制系统、高精度运动控制系统等研究.

统的保性能控制问题. 但若[10-12]所研究的切换系统不存在共同的Lyapunov函数, 则它们所应用的共同Lyapunov函数方法具有很大的保守性. [13]利用多Lyapunov函数研究了一类带有时滞的不确定切换广义系统的稳定性问题, 但结论中含有等式约束, 不便于应用.

本文利用Lyapunov稳定性理论和线性矩阵不等式工具, 通过提出一种新的多Lyapunov泛函, 结合自由权矩阵方法和积分方法, 讨论了切换广义时滞系统在设计的切换规则下的稳定性问题, 得到了一个由严格线性矩阵不等式表示的时滞相关稳定性条件. 所得结果不仅保守性较低, 而且应用方便.

2 问题描述和准备知识

考虑如下标称切换广义时滞系统:

$$\begin{cases} E_\sigma \dot{x}(t) = A_\sigma x(t) + B_\sigma x(t-h), \\ x(t) = \phi(t),\ t \in [-h, 0]. \end{cases} \tag{1}$$

其中: $x(t) \in \boldsymbol{R}^n$ 为系统状态; 切换律 $\sigma(t) : [0, +\infty) \to \{1, 2, \cdots, m\}$ 为分段常值切换信号, $\sigma(t) = i$ 表示在时刻 t 时系统的第 i 个子系统被激活; E_i, A_i, B_i 为具有适当维数的常数矩阵, 一般地, E_i 为满足 $\mathrm{rank}E_i = r_i < n$ 的奇异矩阵; $h > 0$ 为系统时滞; $\phi(t)$ 为 $[-h, 0]$ 上的连续可微向量值初始函数.

本文不仅讨论标称系统(1)的稳定性, 而且还考虑具有时变结构不确定性的切换广义时滞系统的鲁棒稳定性. 设定

$$\begin{cases} E_\sigma \dot{x}(t) = \hat{A}_\sigma x(t) + \hat{B}_\sigma x(t-h), \\ x(t) = \phi(t),\ t \in [-h, 0]. \end{cases} \tag{2}$$

其中

$$\hat{A}_i = A_i + \Delta A_i(t),\ \hat{B}_i = B_i + \Delta B_i(t),$$
$$i = 1, 2, \cdots, m.$$

时变结构不确定性具有如下形式:

$$[\Delta A_i(t), \Delta B_i(t)] = D_i F_i(t)[H_{ia}, H_{ib}]. \tag{3}$$

其中: D_i, H_{ia}, H_{ib} 是具有适当维数的常数矩阵; $F_i(t)$ 是具有Lesbesgue可测元的不确定矩阵, 满足

$$F_i^{\mathrm{T}}(t)F_i(t) \leqslant I,\ \forall t.$$

本文提出如下一类新的Lyapunov泛函:

$$V_\sigma(x_t) = V_{1\sigma}(x_t) + V_{2\sigma}(x_t) + V_{3\sigma}(x_t), \tag{4}$$

其中(为了方便记 $V_{i\sigma}(x_t) = V_{i\sigma}, i = 1, 2, 3$)

$$V_{1\sigma} = x^{\mathrm{T}}(t)E_\sigma^{\mathrm{T}} P_\sigma E_\sigma x(t),$$
$$V_{2\sigma} = \int_{t-\delta h}^{t} x^{\mathrm{T}}(s)Q_1 x(s)\mathrm{d}s + \int_{t-h}^{t-\delta h} x^{\mathrm{T}}(s)Q_2 x(s)\mathrm{d}s,$$
$$V_{3\sigma} = \int_{-\delta h}^{0}\int_{t+\alpha}^{t} \dot{x}^{\mathrm{T}}(s)E_\sigma^{\mathrm{T}} Z_1 E_\sigma \dot{x}(s)\mathrm{d}s\mathrm{d}\alpha + \int_{-h}^{-\delta h}\int_{t+\alpha}^{t} \dot{x}^{\mathrm{T}}(s)E_\sigma^{\mathrm{T}} Z_2 E_\sigma \dot{x}(s)\mathrm{d}s\mathrm{d}\alpha,$$

$P_\sigma > 0, Q_1 > 0, Q_2 > 0, Z_1 > 0, Z_2 > 0$ 为待定矩阵, $0 < \delta < 1$ 为已知常数.

注 1 假设本文所讨论的系统状态在切换瞬时不发生跳变, 系统在任何有限时间区间 $[T_1, T_2]$ 内仅发生有限次切换.

定义 1[1] E, A 同为 n 阶方阵, 对于标量 s, 若行列式 $\det(sE - A)$ 不恒等于零, 则称 (E, A) 是正则的.

引理 1[3] 若 (E, A) 是正则的, 则广义时滞系统

$$\begin{cases} E\dot{x}(t) = Ax(t) + Bx(t-h), \\ x(t) = \phi(t),\ t \in [-h, 0] \end{cases}$$

满足相容初始函数 $\phi(t)$ 的解存在唯一.

引理 2[14] 给定适当维数的矩阵 $\varSigma, T, L$, 其中 $\varSigma$ 为对称矩阵, 则 $\varSigma + TF^{\mathrm{T}}(t)L + L^{\mathrm{T}}F(t)T^{\mathrm{T}} < 0$, 对于所有满足 $F^{\mathrm{T}}(t)F(t) \leqslant I$ 的矩阵 $F(t)$ 均成立, 当且仅当存在常数 $\epsilon > 0$, 使得 $\varSigma + \epsilon L^{\mathrm{T}}L + \epsilon^{-1}TT^{\mathrm{T}} < 0$.

3 主要结果

首先考虑切换广义时滞系统(1)的稳定性问题, 有如下定理.

定理 1 给定标量 $h > 0, 0 < \delta < 1$, 若存在矩阵 $P_i > 0, Q_1 > 0, Q_2 > 0, Z_1 > 0, Z_2 > 0$, 适当维数的矩阵 $M_i = [M_{i1}^{\mathrm{T}}\ \ M_{i2}^{\mathrm{T}}\ \ M_{i3}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}, N_i = [N_{i1}^{\mathrm{T}}\ \ N_{i2}^{\mathrm{T}}\ \ N_{i3}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$, 正常数 $\alpha_{ij} (i = 1, 2, \cdots, m)$, 使得如下线性矩阵不等式成立:

$$A_i^{\mathrm{T}} P_i + P_i A_i < 0, \tag{5}$$

$$\begin{bmatrix} \varXi_i & M_i & N_i & L_i^{\mathrm{T}} Z_1 & L_i^{\mathrm{T}} Z_2 \\ * & -r_1 Z_1 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & -r_2 Z_2 & 0 & 0 \\ * & * & * & -r_1 Z_1 & 0 \\ * & * & * & * & -r_2 Z_2 \end{bmatrix} < 0. \tag{6}$$

其中

$$\varXi_i = \varXi_{1i} + \varXi_{2i} + \varXi_{2i}^{\mathrm{T}},\ i = 1, 2, \cdots, m,$$

$$\varXi_{1i} = \begin{bmatrix} T_i & 0 & E_i^{\mathrm{T}} P_i B_i \\ * & -Q_1 + Q_2 & 0 \\ * & * & -Q_2 \end{bmatrix},$$

$$\varXi_{2i} = [M_i\ \ -M_i + N_i\ \ -N_i]E_i,$$
$$L_i = [A_i\ \ 0\ \ B_i],$$
$$T_i = E_i^{\mathrm{T}} P_i A_i + A_i^{\mathrm{T}} P_i E_i + Q_1 + G_{ij},$$
$$r_1 = \delta^{-1}\rho,\ r_2 = (1-\delta)^{-1}\rho,\ \rho = h^{-1},$$
$$G_{ij} = \sum_{j=1}^{m} \alpha_{ij}(E_j^{\mathrm{T}} P_j E_j - E_i^{\mathrm{T}} P_i E_i).$$

则切换广义时滞系统(1)是渐近稳定的. 这里的切换

律设计为

$$\sigma(t)=\arg\min_{i=1,2,\cdots,m}(x^{\rm T}(t)E_i^{\rm T}P_iE_ix(t)). \tag{7}$$

证明　由不等式 (5) 可知, A_i 是非奇异的, 令 s 充分小, 则 $\det(sE_i-A_i)\neq 0$. 由定义 1 可知, 切换系统 (1) 是正则的, 再由引理 1, 系统 (1) 满足相容初始函数 $\phi(t)$ 的解存在唯一. 下面证明系统 (1) 的渐近稳定性.

选取形如式 (4) 的 Lyapunov 泛函, 由牛顿-莱布尼茨公式 $\int_{t-h}^{t}\dot{x}(s){\rm d}s=x(t)-x(t-h)$, 对于任意适当维数的矩阵 M_i 和 N_i, 有

$$2\zeta^{\rm T}(t)M_iE_i\Big[x(t)-x(t-\delta h)-\int_{t-\delta h}^{t}\dot{x}(s){\rm d}s\Big]=0, \tag{8}$$

$$2\zeta^{\rm T}(t)N_iE_i\Big[x(t-\delta h)-x(t-h)-\int_{t-h}^{t-\delta h}\dot{x}(s){\rm d}s\Big]=0, \tag{9}$$

其中 $\zeta(t)=[x^{\rm T}(t)\ \ x^{\rm T}(t-\delta h)\ \ x^{\rm T}(t-h)]^{\rm T}$.

计算 $V_i(x_t)$ 沿切换广义系统 (1) 解轨线的导数为

$$\dot{V}_{1i}=2x^{\rm T}(t)E_i^{\rm T}P_i[A_ix(t)+B_ix(t-h)], \tag{10}$$

$$\begin{aligned}\dot{V}_{2i}=\,&x^{\rm T}(t)Q_1x(t)-x^{\rm T}(t-\delta h)Q_1x(t-\delta h)+\\&x^{\rm T}(t-\delta h)Q_2x(t-\delta h)-\\&x^{\rm T}(t-h)Q_2x(t-h),\end{aligned} \tag{11}$$

$$\begin{aligned}\dot{V}_{3i}=\,&r_1^{-1}\dot{x}^{\rm T}(t)E_i^{\rm T}Z_1E_i\dot{x}(t)+r_2^{-1}\dot{x}^{\rm T}(t)E_i^{\rm T}Z_2E_i\dot{x}(t)-\\&\int_{t-\delta h}^{t}\dot{x}^{\rm T}(s)E_i^{\rm T}Z_1E_i\dot{x}(s){\rm d}s-\\&\int_{t-h}^{t-\delta h}\dot{x}^{\rm T}(s)E_i^{\rm T}Z_2E_i\dot{x}(s){\rm d}s.\end{aligned} \tag{12}$$

由式 (8)~(12), 有

$$\begin{aligned}&\dot{V}_i=\\&\dot{V}_{1i}+\dot{V}_{2i}+\dot{V}_{3i}+\\&2\zeta^{\rm T}(t)M_iE_i\Big[x(t)-x(t-\delta h)-\int_{t-\delta h}^{t}\dot{x}(s){\rm d}s\Big]+\\&2\zeta^{\rm T}(t)N_iE_i\Big[x(t-\delta h)-x(t-h)-\int_{t-h}^{t-\delta h}\dot{x}(s){\rm d}s\Big]=\\&\zeta^{\rm T}(t)[\varXi_i+r_1^{-1}L_i^{\rm T}Z_1L_i+r_2^{-1}L_i^{\rm T}Z_2L_i+\\&r_1^{-1}M_iZ_1^{-1}M_i^{\rm T}+r_2^{-1}N_iZ_2^{-1}N_i^{\rm T}]\zeta(t)-\\&\sum_{j=1}^{m}\alpha_{ij}x^{\rm T}(t)(E_j^{\rm T}P_jE_j-E_i^{\rm T}P_iE_i)x(t)-\\&\int_{t-\delta h}^{t}[\zeta^{\rm T}(t)M_i+(E_i\dot{x}(s))^{\rm T}Z_1]Z_1^{-1}[M_i^{\rm T}\zeta(t)+\\&Z_1E_i\dot{x}(s)]{\rm d}s-\int_{t-h}^{t-\delta h}[\zeta^{\rm T}(t)N_i+(E_i\dot{x}(s))^{\rm T}Z_2]\times\\&Z_2^{-1}[N_i^{\rm T}\zeta(t)+Z_2E_i\dot{x}(s)]{\rm d}s.\end{aligned} \tag{13}$$

由于 $Z_1>0$, $Z_2>0$, 式 (13) 最后两项均小于零. 利用 Schur 补引理, 由不等式 (6) 及切换律 (7) 可得

$$\begin{aligned}&\zeta^{\rm T}(t)\{\varXi_i+r_1^{-1}L_i^{\rm T}Z_1L_i+r_2^{-1}L_i^{\rm T}Z_2L_i+\\&r_1^{-1}M_iZ_1^{-1}M_i^{\rm T}+r_2^{-1}N_iZ_2^{-1}N_i^{\rm T}\}\zeta(t)<0,\end{aligned}$$

即 $\dot{V}_i(x_t)<0$. 根据 Lyapunov 稳定性理论可知, 切换广义时滞系统 (1) 是渐近稳定的. □

注 2　定理 1 的证明过程中并没有进行模型变换, 也没有对产生的交叉项进行放缩, 这在一定程度上降低了所得结果的保守性.

注 3　本文在构造 Lyapunov 泛函的过程中, 采用时滞区间分割的思想, 有效降低了所得结果的保守性. 分成的子区间越多, 所得结果的保守性就越小, 但是引入的变量矩阵就会越多, 这样会增加计算的难度. 定理 1 中只考虑时滞区间分成两个子区间的情况.

注 4　对切换广义系统而言, 文献 [10-12] 采用的共同 Lyapunov 函数不一定存在, 故本文采用多 Lyapunov 函数较文献 [10-12] 适用范围更广.

下面考虑具有时变结构不确定性 (3) 的广义时滞系统 (2), 用 $A_i+D_iF_i(t)H_{ia}$ 和 $B_i+D_iF_i(t)H_{ib}$ 分别替换式 (5) 和 (6) 中的 A_i 和 B_i, 并利用引理 2 和 Schur 引理, 得到如下定理.

定理 2　给定标量 $h>0, 0<\delta<1$, 若存在矩阵 $P_i>0, Q_1>0, Q_2>0, Z_1>0, Z_2>0$, 适当维数的矩阵 $M_i=[M_{i1}^{\rm T}\ \ M_{i2}^{\rm T}\ \ M_{i3}^{\rm T}]^{\rm T}$, $N_i=[N_{i1}^{\rm T}\ \ N_{i2}^{\rm T}\ \ N_{i3}^{\rm T}]^{\rm T}$, 正常数 α_{ij}, 标量 $\epsilon_{i1}>0, \epsilon_{i2}>0 (i=1,2,\cdots,m)$, 使得如下线性矩阵不等式成立:

$$\begin{bmatrix}A_i^{\rm T}P_i+P_iA_i+\epsilon_{i1}H_{ia}^{\rm T}H_{ia} & P_iD_i\\ * & -\epsilon_{i1}I\end{bmatrix}<0, \tag{14}$$

$$\begin{bmatrix}\varPsi_i & \epsilon_{i2}U_i^{\rm T} & V_i^{\rm T}\\ * & -\epsilon_{i2}I & 0\\ & * & -\epsilon_{i2}I\end{bmatrix}<0. \tag{15}$$

则在切换律 (7) 下, 具有时变结构不确定性 (3) 的切换广义时滞系统 (2) 是鲁棒渐近稳定的. 其中

$$\varPsi_i=\begin{bmatrix}\varXi_i & M_i & N_i & L_i^{\rm T}Z_1 & L_i^{\rm T}Z_2\\ * & -r_1Z_1 & 0 & 0 & 0\\ * & * & -r_2Z_2 & 0 & 0\\ * & * & * & -r_1Z_1 & 0\\ * & * & * & * & -r_2Z_2\end{bmatrix},$$

$$U_i=[H_{ia}\ \ 0\ \ H_{ib}\ \ 0\ \ 0\ \ 0\ \ 0],$$

$$V_i=[D_i^{\rm T}P_iE_i\ \ 0\ \ 0\ \ 0\ \ 0\ \ r_1^{-1}D_i^{\rm T}Z_1\ \ r_2^{-1}D_i^{\rm T}Z_2].$$

进一步, 为了得到保证不确定切换广义时滞系统 (2) 鲁棒渐近稳定的最大时滞上界 h^*, 建立以下凸优化问题:

$$\begin{aligned}&\min\ \rho,\\&\text{s.t. LMI(14) 和 (15) 成立.}\end{aligned} \tag{16}$$

注 5　凸优化问题 (16) 的约束不等式为严格的线性矩阵不等式, 与文献 [12] 具有等式约束的凸优化问题比较, 求解更加方便.

4 数值算例

例 1 考虑不确定切换广义时滞系统 (2), 其中参数矩阵如下[12]:

$$E_1=\begin{bmatrix}1&0\\0&0\end{bmatrix},\ A_1=\begin{bmatrix}-2.0314&0.8632\\1.0321&-3.4602\end{bmatrix},$$

$$E_2=\begin{bmatrix}0&0\\0&1\end{bmatrix},\ A_2=\begin{bmatrix}-2.8321&-0.6034\\0.5025&-2.6318\end{bmatrix},$$

$$B_1=\begin{bmatrix}0.5601&0.4001\\0&0.6435\end{bmatrix},\ D_1=\begin{bmatrix}1&0\\0&1\end{bmatrix},$$

$$B_2=\begin{bmatrix}-1.0001&0.3040\\0.9019&0.3017\end{bmatrix},\ D_2=\begin{bmatrix}1&0\\0&1\end{bmatrix},$$

$$H_{1a}=\begin{bmatrix}0.0136&0.0122\\0.1120&0.0234\end{bmatrix},\ H_{2a}=\begin{bmatrix}0.1012&0.0415\\0.0534&0.0396\end{bmatrix},$$

$$H_{1b}=\begin{bmatrix}0.1217&0.3026\\0.6025&0.2123\end{bmatrix},\ H_{2b}=\begin{bmatrix}0.5121&0.3048\\0.1354&0.4113\end{bmatrix}.$$

取 $\alpha_{ij}=0.2(i,j=1,2),\delta=0.5$. 利用 Matlab 中的线性矩阵不等式工具箱解优化问题 (16), 得到保证不确定切换广义时滞系统 (2) 鲁棒渐近稳定的的最大允许时滞界 $h^*=8.2574\times10^4$, 切换律设计如下:

$$\sigma(t)=\begin{cases}1,\ x(t)\in S_1;\\2,\ x(t)\in S_2.\end{cases}$$

其中

$$S_1=\{(x_1,x_2)|0.0816x_1^2-0.0352x_2^2\leqslant 0\},$$

$$S_2=\{(x_1,x_2)|0.0816x_1^2-0.0352x_2^2>0\}.$$

显然, 与文献 [13] 的结果 $h^*=7.5663\times10^4$ 相比, 本文方法降低了所得结果的保守性.

5 结 论

在实际的控制系统中, 时滞现象是普遍存在的. 本文通过提出一种新型多 Lyapunov 泛函, 结合自由权矩阵方法和积分方法, 研究了切换广义时滞系统的鲁棒稳定性问题, 得到了一个由严格线性矩阵不等式表示的时滞相关稳定性结论. 通过建立一个凸优化问题, 得到保证系统鲁棒渐近稳定的最大时滞上界. 数值算例表明所得结果不仅保守性较低, 而且应用方便.

参考文献(References)

[1] Xu S Y, Paul V D, Stefan R, et al. Robust stability and stabilization for singular systems with state delay and parameter uncertainty[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2002, 47(7): 1122-1128.

[2] Du Z P, Zhang Q L, Liu L L. Delay-dependent robust stabilization for uncertain singular systems with multiple input delays[J]. Acta Automatica Sinica, 2009, 35(2): 162-167.

[3] Boukas E. Delay-dependent robust stabilizability of singular linear systems with delays[J]. Stochastic Analysis and Applications, 2009, 27(4): 637-655.

[4] Liberzon D, Morse A S. Basic problems in stability and design of switched systems[J]. IEEE Control System Magazine, 1999, 19(5): 59-70.

[5] Sun Z, Ge S S. Analysis and synthesis of switched linear control systems[J]. Automatica, 2005, 41(2): 181-195.

[6] Zhao J, David J H. On stability, L-2-gain and H_∞ control for switched systems[J]. Automatica, 2008, 44(5): 1220-1232.

[7] Zhang W A, Yu L. Stability analysis for discrete-time switched time-delay systems[J]. Automatica, 2009, 45(10): 2265-2271.

[8] Xu H L, Teo K L, Liu X Z. Robust stability analysis of guaranteed cost control for impulsive switched systems[J]. IEEE Trans on Systems Man and Cybernetics, 2008, 38(5): 1419-1422.

[9] Gu K Q, Kharitonov V L, Chen Jie. Stability of time-delay systems[M]. New York: Birkhauser Boston, 2003.

[10] 尹玉娟, 刘玉忠, 赵军. 一类切换线性广义系统的稳定性[J]. 控制与决策, 2006, 21(1): 24-27.
(Yin Y J, Liu Y Z, Zhao J. Stability of a class of switched linear singular systems[J]. Control and Decision, 2006, 21(1): 24-27.)

[11] 付主木, 费树岷. 一类不确定切换奇异系统的动态输出反馈 H_∞ 控制[J]. 自动化学报, 2008, 34(4): 482-487.
(Fu Z M, Fei S M. Robust H_∞ dynamic output feedback stabilization for a class of uncertain switched singular systems[J]. Acta Automatica Sinica, 2008, 34(4): 482-487.)

[12] Zhang X H, Zhang H Y, Bi S W. Guaranteed cost control for uncertain switched singular systems[C]. Proc of 2009 Chinese Control and Decision Conf. Guilin, 2009: 4569-4573.

[13] 王天成, 高在瑞. 一类带有时滞的不确定广义系统的切换渐近稳定性[J]. 自动化学报, 2008, 34(8): 1013-1016.
(Wang T C, Gao Z R. Asymptotic stability criterion for a class of switched uncertain descriptor systems with time-delay[J]. Acta Automatica Sinica, 2008, 34(8): 1013-1016.)

[14] Xie L H. Output feedback H_∞ control of systems with parameter uncertainty[J]. Int J of Control, 1996, 63(4): 741-750.