文章编号: 1001-0920 (2011) 06-0893-05

一种基于前景理论的不确定语言变量风险型多属性决策方法

刘培德

(山东经济学院 信息管理学院，济南 250014)

摘 要: 针对区间概率条件下属性值为不确定语言变量的风险型多属性决策问题, 提出了一种基于前景理论的决策方法. 首先建立了不确定语言变量的前景价值函数和区间概率权重函数, 计算了方案在各属性下的前景值; 然后通过属性权重得到各方案的加权前景值, 利用各方案加权前景值的期望值对方案进行排序; 最后通过应用案例说明了该方法的决策步骤和价值函数不同参数、不同决策参考点及不同权重函数对决策的影响. 结果表明了该方法的可行性.

关键词: 前景理论；区间概率；不确定语言变量；风险决策；多属性决策

中图分类号: F274；O223 **文献标识码:** A

Method for multi-attribute decision-making under risk with the uncertain linguistic variables based on prospect theory

LIU Pei-de

(Information Management School，Shandong Economic University，Ji'nan 250014，China．E-mail：peide.liu@gmail.com)

Abstract: For risk multi-attribute decision making problems with interval probability and uncertain linguistic variables, a decision making method based on prospect theory is proposed. Firstly, the prospect value function of the uncertain linguistic variables and the weight function of interval probability are constructed, and the prospect value of attribute for every alternative is calculated. Then the weighted prospect value of alternative is acquired by using weighted average method according to attribute weights, and all the alternatives are sorted according to the expected values of the weighted prospect values. Finally, an illustrate example is given to show the decision-making steps, the influence on decision making for different parameters of value function, different decision-making reference point and different weight function, and the feasibility of the method.

Key words: prospect theory；interval probability；uncertain linguistic variables；risk decision-making；multi-attribute decision-making

1 引 言

目前, 基于期望效用理论的多属性决策问题已取得了丰硕成果[1-4], 但由于其理论基于“完全理性”的假设, 并不适于实际决策中人们不是完全理性地进行决策的情况. Simon 提出了“有限理性”原则, 认为人们的决策只有有限的理性. Kahneman 等人[5]在此基础上, 通过调查和实验, 搜集了许多个体行为的研究成果, 发现不确定条件下判断和决策的实际行为偏离期望效用理论的预测, 于是提出了前景理论. 显然, 基于前景理论的决策更符合人们的实际决策行为. 基于前景理论的风险型多属性决策问题的研究, 在理论和应用方面均具有重要的意义.

将前景理论应用于风险型多属性决策的研究相对较少. 主要研究有: 文献 [6] 针对准则权重不完全确定且方案的准则值为梯形模糊数的多准则决策问题, 提出了一种基于前景理论的模糊多准则决策方法. 该方法根据前景理论及模糊数距离公式定义梯形模糊数的前景价值函数, 并以此构建方案综合前景值最大化的非线性规划模型, 求解模型得出最优权向量, 并最终确定出方案的排序. 该方法利用前景理论的思想, 将属性权重转化为前景理论的权重函数, 而决策问题本身不是风险型决策问题. [7] 针对风险决策问题, 提出了一种基于前景理论的多准则决策方法. 该方法给出准则的参考点, 根据价值函数和决策权重函数计算

收稿日期: 2010-02-22；**修回日期:** 2010-05-09.

基金项目: 教育部人文社会科学研究基金项目(10YJA630073, 09YJA630088)；山东省自然科学基金项目(ZR2009HL022).

作者简介: 刘培德(1966−), 男, 教授, 博士, 从事信息管理、决策支持等研究.

方案在每个准则下的前景值, 通过加权平均得到方案的前景值, 然后根据前景值的大小给每个方案排序并得到最优方案. 但该方法只适用于精确概率和属性值为实数的风险决策问题, 没有考虑区间概率及不确定语言变量的风险型多属性决策问题. [8] 针对风险决策问题, 提出了一种基于语言评价和前景理论的多准则决策方法. 该方法将基于语言信息的决策矩阵转化为基于区间数的决策矩阵, 并通过加权平均获得方案的前景值, 根据前景值的大小给每个方案排序并得到最优方案. 该方法仍然没有考虑区间概率及不确定语言变量的风险型多属性决策问题.

本文针对属性值为区间概率条件下的不确定语言变量的风险型多属性决策问题, 基于前景理论提出了一种多属性决策方法.

2 基本理论

2.1 区间概率

定义 1[9] 假设 n 个实数区间 $[L_i, U_i](i=1,2,\cdots,n)$ 满足 $0\leqslant L_i\leqslant U_i\leqslant 1(i=1,2,\cdots,n)$, 则其可以用来描述 Ω 中基本事件相应的概率, 称为 n 维概率区间, 简记为 $n-\mathrm{PRI}$. 为方便起见, 引入向量 $L=(L_1,L_2,\cdots,L_n)^{\mathrm{T}}, U=(U_1,U_2,\cdots,U_n)^{\mathrm{T}}$, 则 $n-\mathrm{PRI}$ 又可记为 $n-\mathrm{PRI}(L,U)$.

定义 2[9] 给定一个 $n-\mathrm{PRI}(L,U)$, 若存在一组正实数 $p_1,p_2,\cdots,p_n$, 且有 $\sum\limits_{i=1}^{n}p_i=1$ 和 $L_i\leqslant p_i\leqslant U_i(i=1,2,\cdots,n)$, 则称 $n-\mathrm{PRI}(L,U)$ 是合理的; 否则称 $n-\mathrm{PRI}(L,U)$ 是不合理的.

引理 1[10] 一个 $n-\mathrm{PRI}(L,U)$ 是合理的, 当且仅当 $\sum\limits_{i=1}^{n}L_i\leqslant 1\leqslant\sum\limits_{i=1}^{n}U_i$.

文献 [10] 指出, 如果 $n-\mathrm{PRI}(L,U)$ 是合理的, 则可以进一步将概率区间 $[L_i,U_i](i=1,2,\cdots,n)$ 精确化, 得到概率区间为 $[\overline{L_i},\overline{U_i}](i=1,2,\cdots,n)$. 其中

$$\overline{L_i}=\max\Big(L_i,1-\sum_{j=1,j\neq i}^{n}U_j\Big),$$
$$\overline{U_i}=\min\Big(U_i,1-\sum_{j=1,j\neq i}^{n}L_j\Big). \tag{1}$$

2.2 不确定语言变量描述

决策者在进行定性测度时, 一般需要事先设定适当的语言评估标度. 设语言标度为 $S=\{s_\alpha|\alpha=0,1,\cdots,L-1\}$. 其中: s_α 为语言变量, L 为奇数. 在实用中, L 一般取 3, 5, 7, 9 等. 当 $L=7$ 时, 有

$$S=(s_0,s_1,s_2,s_3,s_4,s_5,s_6)=$$
$$(\text{很差, 差, 中下, 中, 中上, 好, 很好}).$$

定义 3 设 $\widetilde{s}=[s_a,s_b]$. 其中 $s_a,s_b\in S$ 且 $a\leqslant b$, s_a 和 s_b 分别是 $\widetilde{s}$ 的下限和上限, 则称 $\widetilde{s}$ 为不确定语言变量.

定义 4 设 $\widetilde{s_1}=[s_{a_1},s_{b_1}]$, $\widetilde{s_2}=[s_{a_2},s_{b_2}]$ 是两个不确定语言变量, 则 $\widetilde{s_1},\widetilde{s_2}$ 之间的距离定义为

$$d(\widetilde{s_1}-\widetilde{s_2})=\Big|\frac{(a_1-a_2)+(b_1-b_2)}{2(L-1)}\Big|. \tag{2}$$

显然有 $0\leqslant d(\widetilde{s_1}-\widetilde{s_2})\leqslant 1$.

定义 5 设 $\widetilde{s_1}=[s_{a_1},s_{b_1}]$, $\widetilde{s_2}=[s_{a_2},s_{b_2}]$ 是两个不确定语言变量, 则有:

1) 若 $a_1\geqslant a_2, b_1\geqslant b_2$, 则 $\widetilde{s_1}\geqslant\widetilde{s_2}$.

2) 若 $a_1\geqslant a_2, b_1\geqslant b_2$ 条件不满足, 且 $(a_1+b_1)/2\geqslant(a_2+b_2)/2$, 则 $\widetilde{s_1}\geqslant\widetilde{s_2}$.

2.3 前景理论

前景理论将根据前景价值的大小选择行动方案. 前景价值是由价值函数和概率权重函数共同决定的[5], 即

$$V=\sum_{i=1}^{k}(w(p_i)v(\triangle x_i)). \tag{3}$$

其中: V 为前景价值; p_i 为 k 个状态中第 i 个状态的概率; $w(p)$ 为概率权重函数, 是概率评价性的单调增函数; $v(\triangle x)$ 为价值函数, 是决策者主观感受形成的价值; $\triangle x_i$ 为财富 x_i 偏离某一参考水平 x_0 的大小, x_0 为决策参考点, 若结果超过参考点, 则定义为收益, 若低于参考点, 则定义为损失. 当 x_i, x_0 为不确定语言变量时, $\triangle x_i$ 定义为

$$\triangle x_i=\begin{cases}d(x_i,x_0),\ x_i\geqslant x_0;\\-d(x_i,x_0),\ x_i<x_0.\end{cases} \tag{4}$$

2.3.1 价值函数

Tversky 等人[11]给出的价值函数为幂函数, 即

$$v(\triangle x)=\begin{cases}\triangle x^{\alpha},\ x\geqslant 0;\\-\theta(-\triangle x)^{\beta},\ x<0.\end{cases} \tag{5}$$

其中: $\triangle x$ 为表面价值的收益与损失, 即式 (4) 中的 $\triangle x_i$, 收益为正, 损失为负; α 和 β 分别为收益和损失区域价值幂函数的凹凸程度, $0<\alpha<1, 0<\beta<1$ 表示敏感性递减, α,β 越大表明决策者越倾向于冒险; θ 为损失区域比收益区域更陡的特征, $\theta>1$ 表示损失厌恶. 显然, $v(0)=0$.

Kahneman 等人通过研究表明, $\alpha=\beta=0.88$, $\theta=2.25$ 与经验数据较为一致, 其他研究者也得到了相近的数值[9]. 也有一些学者在实证研究中表明 β 的取值应该比 α 值大[9-10]. Abdellaoui 在实证分析中建议 α 和 β 的取值分别为 0.89 和 0.92. Tversky 等人[11]建议 θ 取值在 2.0 和 2.5 之间. 曾建敏[12]认为在中国情境下风险偏好系数是敏感性增强的, 即 $\alpha=1.21, \beta=1.02, \theta=2.25$.

2.3.2 概率权重函数

Tversky 等人[11]认为, 概率权重是决策者根据事件结果出现的概率 p 做出的某种主观判断. 它并不是概率, 也不是概率的线性函数, 而是概率对应的一个权重. 其概率权重函数为

$$w^+(p)=\frac{p^\tau}{(p^\tau+(1-p)^\tau)^{1/\tau}}, \tag{6}$$

$$w^-(p)=\frac{p^\delta}{(p^\delta+(1-p)^\delta)^{1/\delta}}. \tag{7}$$

Prelec[13]建议取如下的权重函数:

$$w(p)=\exp(-(-\ln(p))^\tau). \tag{8}$$

其中: $w^+(p)$ 和 $w^-(p)$ 分别为收益和损失的非线性权重函数, τ 为风险收益态度系数, δ 为风险损失态度系数. Tversky 等人[11]认为 $\tau=0.61$, $\delta=0.72$. wu等人认为 $\tau=0.74$, $\delta=0.74$. 曾建敏[12]认为中国情境下 $\tau=0.55$, $\delta=0.49$.

3 决策方法

3.1 决策问题描述

设区间概率风险型多属性决策问题有 m 个评价方案 $A=(a_1,a_2,\cdots,a_m)$; n 个评价指标 (或属性) $C=(c_1,c_2,\cdots,c_n)$, 属性 c_j 的权重为 w_j, 且满足 $0\leqslant w_j\leqslant 1,\sum\limits_{j=1}^{n}w_j=1$, 权重向量为 $w=(w_1,w_2,\cdots,w_n)$. 对于每个指标属性 c_j 有 l_j 种可能的状态 $\Theta_j=(\theta_1,\theta_2,\cdots,\theta_{l_j})$, 在指标属性 c_j 下状态 θ_t 发生的概率区间为 $[p_j^{Lt},p_j^{Ut}]$, 且满足

$$0\leqslant p_j^{Lt}\leqslant p_j^{Ut}\leqslant 1,\ \sum_{t=1}^{l_j}p_j^{Lt}\leqslant 1,\ \sum_{t=1}^{l_j}p_j^{Ut}\geqslant 1.$$

决策方案 a_i 在指标属性 c_j 及自然状态 θ_t 下的属性值为区间语言变量 $\widetilde{x}_{ij}^t=[x_{ij}^{Lt},x_{ij}^{Ut}]$, x_{ij}^{Lt} 和 x_{ij}^{Ut} 为预先定义好的语言 (或语言符号) 评价集 S 中的元素. 不同属性的决策参考点用不确定语言变量表示为 $\widetilde{x}_j^0=[x_j^{L0},x_j^{U0}]$. 该问题的决策矩阵为

$$D=[x_{ij}^L,x_{ij}^U]_{m\times n},$$
$$[x_{ij}^L,x_{ij}^U]=f([x_{ij}^{L1},x_{ij}^{U1}],[x_{ij}^{L2},x_{ij}^{U2}],\cdots,[x_{ij}^{Ll_j},x_{ij}^{Ul_j}]),$$
$$1\leqslant i\leqslant m,\ 1\leqslant j\leqslant n,$$

其中 $[x_{ij}^{Lt},x_{ij}^{Ut}](1\leqslant t\leqslant l_j)$ 表示当 c_j 在 t 状态下时方案 a_i 的属性值. 根据此条件, 对此风险型多属性决策方案进行综合评价.

3.2 决策方法

Step 1: 将区间概率转化为区间概率权重.

1) 将区间概率精确化. 根据式 (1) 将不同属性不同状态下的概率区间进一步精确化, 得到 $[\overline{p}_j^{L_1},\overline{p}_j^{U_1}][\overline{p}_j^{L_2},\overline{p}_j^{U_2}]\cdots[\overline{p}_j^{L_{1_j}},\overline{p}_j^{U_{1_j}}]$, $j=1,2,\cdots,n$.

2) 将区间概率转化为区间概率权重. 根据式 (6) 和 (7), 得到第 j 个属性 l_j 个状态的区间概率权重为

$$(w_j^1,w_j^2,\cdots,w_j^{l_j})=[w(\overline{p}_j^{L1}),w(\overline{p}_j^{U1})][w(\overline{p}_j^{L2}),w(\overline{p}_j^{U2})]\cdots[w(\overline{p}_j^{Ll_j}),w(\overline{p}_j^{Ul_j})],$$
$$j=1,2,\cdots,n.$$

Step 2: 决策参考点的选取. 决策参考点一般由决策者根据自己的风险偏好和心理状态来确定. 在传统的多属性决策中, 由于没有指定参考点, 可以采用以下几种方法指定决策参考点: 传统的 0 点、均值、不同方案属性值排序的中间值、最差点、最优点. 在有关语言变量的决策中, 可以选择语言集的中间点作为决策参考点, 即选择 $S_{(L-1)/2}$ 作为决策参考点.

Step 3: 不确定语言变量的前景价值函数. 第 i 个方案第 j 个属性的第 t 个状态值为不确定语言变量 $[x_{ij}^{Lt},x_{ij}^{Ut}]$, 则其前景价值函数为

$$z_{ij}^t=v(\triangle\widetilde{x}_{ij}^t). \tag{9}$$

其中: $v(x)$ 为式 (5) 定义的价值函数; $\triangle\widetilde{x}_{ij}^t$ 为式 (4) 定义的基于不确定语言变量的表面价值的收益与损失, 是 $\triangle\widetilde{x}_{ij}^t$ 相对于参考点的心理感受.

Step 4: 计算第 i 个方案第 j 个属性的前景函数为

$$z_{ij}=\sum_{t=1}^{l_j}(w_j^t z_{ij}^t)=[z_{ij}^L,z_{ij}^U]=$$
$$\Big[\sum_{t=1}^{l_j}(w(\overline{p}_j^{Lt})v(\triangle\widetilde{x}_{ij}^t)),\sum_{t=1}^{l_j}(w(\overline{p}_j^{Ut})v(\triangle\widetilde{x}_{ij}^t))\Big]. \tag{10}$$

Step 5: 计算第 i 个方案的加权前景函数值为

$$z_i=\sum_{j=1}^{n}(w_j\times z_{ij})=[z_i^L,z_i^U]=$$
$$\Big[\sum_{j=1}^{n}\Big(w_j\times\sum_{t=1}^{l_j}w(\overline{p}_j^{Lt})v(\triangle\widetilde{x}_{ij}^t)\Big),$$
$$\sum_{j=1}^{n}\Big(w_j\times\sum_{t=1}^{l_j}w(\overline{p}_j^{Ut})v(\triangle\widetilde{x}_{ij}^t)\Big)\Big]. \tag{11}$$

Step 6: 由于方案的加权函数值为区间数, 可以采用区间数的期望值 E_i 作为方案排序的依据, 即

$$E_i=\frac{z_i^L+z_i^U}{2}. \tag{12}$$

4 应用实例

某企业计划投资建设一座新工厂, 现有 3 个方案 (a_1,a_2,a_3). 考虑 4 个指标, 分别为直接效益 c_1, 间接效益 c_2, 社会效益 c_3 和污染损失 c_4. 指标权重为 $w=(0.26,0.32,0.21,0.21)$. 其中, 市场预测直接效益 c_1 和间接效益 c_2 有很好 (θ_1), 好 (θ_2), 一般 (θ_3) 和差 (θ_4) 4 种自然状态; 社会效益 c_3 和污染损失 c_4 有很好 (θ_1), 好 (θ_2) 和一般 (θ_3) 三种自然状态. 各自然状态发生的概率用区间概率表示, 各指标的属性值用不确定语言变量表示, 语言变量集为 $S=(s_0,s_1,s_2,s_3,s_4,s_5,$

表 1 应用实例风险型决策表

方案	c_1				c_2				c_3			c_4		
	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	θ_1	θ_2	θ_3	θ_1	θ_2	θ_3
	$[0.1, 0.2]$	$[0.2, 0.7]$	$[0.3, 0.4]$	$[0.1, 0.5]$	$[0.0, 0.2]$	$[0.2, 0.6]$	$[0.3, 0.6]$	$[0.2, 0.4]$	$[0.2, 0.5]$	$[0.3, 0.4]$	$[0.3, 0.5]$	$[0.3, 0.5]$	$[0.2, 0.4]$	$[0.4, 0.6]$
a_1	$[s_4, s_5]$	$[s_4, s_4]$	$[s_2, s_4]$	$[s_5, s_5]$	$[s_2, s_3]$	$[s_4, s_4]$	$[s_3, s_5]$	$[s_5, s_6]$	$[s_5, s_5]$	$[s_5, s_6]$	$[s_1, s_2]$	$[s_4, s_4]$	$[s_2, s_3]$	$[s_3, s_4]$
a_2	$[s_5, s_5]$	$[s_3, s_4]$	$[s_5, s_5]$	$[s_4, s_4]$	$[s_5, s_6]$	$[s_3, s_4]$	$[s_4, s_4]$	$[s_3, s_5]$	$[s_6, s_6]$	$[s_2, s_3]$	$[s_1, s_2]$	$[s_2, s_3]$	$[s_5, s_6]$	$[s_2, s_3]$
a_3	$[s_4, s_4]$	$[s_5, s_6]$	$[s_2, s_3]$	$[s_3, s_3]$	$[s_1, s_2]$	$[s_5, s_6]$	$[s_5, s_5]$	$[s_2, s_2]$	$[s_3, s_4]$	$[s_4, s_5]$	$[s_2, s_3]$	$[s_3, s_3]$	$[s_4, s_4]$	$[s_4, s_5]$

$s_6) =$(很差, 差, 中下, 中, 中上, 好, 很好). 各种指标的风险决策如表 1 所示.

根据表 1, 各指标的决策参考点选取为不确定语言变量 $[s_3, s_3]$, 求解最优方案的决策步骤如下:

Step 1: 将区间概率精确化, 有

$$[\overline{p}_1^{L_1}, \overline{p}_1^{U_1}] = [0.1, 0.2],\ [\overline{p}_1^{L_2}, \overline{p}_1^{U_2}] = [0.2, 0.5],$$
$$[\overline{p}_1^{L_3}, \overline{p}_1^{U_3}] = [0.3, 0.4],\ [\overline{p}_1^{L_4}, \overline{p}_1^{U_4}] = [0.1, 0.4],$$
$$[\overline{p}_2^{L_1}, \overline{p}_2^{U_1}] = [0.0, 0.2],\ [\overline{p}_2^{L_2}, \overline{p}_2^{U_2}] = [0.2, 0.5],$$
$$[\overline{p}_2^{L_3}, \overline{p}_2^{U_3}] = [0.3, 0.6],\ [\overline{p}_2^{L_4}, \overline{p}_2^{U_4}] = [0.2, 0.4],$$
$$[\overline{p}_3^{L_1}, \overline{p}_3^{U_1}] = [0.2, 0.4],\ [\overline{p}_3^{L_2}, \overline{p}_3^{U_2}] = [0.3, 0.4],$$
$$[\overline{p}_3^{L_3}, \overline{p}_3^{U_3}] = [0.3, 0.5],\ [\overline{p}_4^{L_1}, \overline{p}_4^{U_1}] = [0.3, 0.4],$$
$$[\overline{p}_4^{L_2}, \overline{p}_4^{U_2}] = [0.2, 0.3],\ [\overline{p}_4^{L_3}, \overline{p}_4^{U_3}] = [0.4, 0.5].$$

Step 2: 将区间概率转化为区间概率权重函数值. 权重函数选取 $\tau = 0.74, \delta = 0.74$, 这样得到区间概率权重函数值为

$$w_1^1 = [0.159, 0.251],\ w_1^2 = [0.251, 0.469],$$
$$w_1^3 = [0.329, 0.400],\ w_1^4 = [0.159, 0.400],$$
$$w_2^1 = [0.000, 0.251],\ w_2^2 = [0.251, 0.469],$$
$$w_2^3 = [0.329, 0.540],\ w_2^4 = [0.251, 0.400],$$
$$w_3^1 = [0.251, 0.400],\ w_3^2 = [0.329, 0.400],$$
$$w_3^3 = [0.329, 0.469],\ w_4^1 = [0.329, 0.400],$$
$$w_4^2 = [0.251, 0.329],\ w_4^3 = [0.400, 0.469].$$

Step 3: 计算第 i 个方案第 j 个属性的第 t 个状态梯形模糊数前景价值函数值 z_{ij}^t. 前景价值函数的参数选择 $\alpha = 0.89, \beta = 0.92, \theta = 2.25$, 所以有

$$z_{11}^1 = 0.291,\ z_{11}^2 = 0.203,\ z_{11}^3 = 0.000,\ z_{11}^4 = 0.376,$$
$$z_{21}^1 = 0.376,\ z_{21}^2 = 0.110,\ z_{21}^3 = 0.376,\ z_{21}^4 = 0.203,$$
$$z_{31}^1 = 0.203,\ z_{31}^2 = 0.459,\ z_{31}^3 = -0.229,\ z_{31}^4 = 0.000,$$
$$z_{12}^1 = -0.229,\ z_{12}^2 = 0.203,\ z_{12}^3 = 0.203,\ z_{12}^4 = 0.459,$$
$$z_{22}^1 = 0.459,\ z_{22}^2 = 0.110,\ z_{22}^3 = 0.203,\ z_{22}^4 = 0.203,$$
$$z_{32}^1 = -0.628,\ z_{32}^2 = 0.459,\ z_{32}^3 = 0.376,\ z_{32}^4 = 0.000,$$
$$z_{13}^1 = 0.376,\ z_{13}^2 = 0.459,\ z_{13}^3 = -0.628,\ z_{23}^1 = 0.540,$$
$$z_{23}^2 = -0.229,\ z_{23}^3 = -0.628,\ z_{33}^1 = 0.110,$$
$$z_{33}^2 = 0.291,\ z_{33}^3 = -0.229,\ z_{14}^1 = 0.203,$$
$$z_{14}^2 = -0.229,\ z_{14}^3 = 0.110,\ z_{24}^1 = -0.229,$$
$$z_{24}^2 = 0.459,\ z_{24}^3 = -0.229,\ z_{34}^1 = 0.000,$$
$$z_{34}^2 = 0.203,\ z_{34}^3 = 0.291.$$

Step 4: 计算第 i 个方案第 j 个属性的前景函数值 z_{ij} 分别为

$$z_{11} = [0.157, 0.319],\ z_{21} = [0.243, 0.378],$$
$$z_{31} = [0.056, 0.191],\ z_{12} = [0.133, 0.324],$$
$$z_{22} = [0.199, 0.329],\ z_{32} = [0.081, 0.266],$$
$$z_{13} = [-0.077, 0.103],\ z_{23} = [-0.273, -0.129],$$
$$z_{33} = [-0.001, 0.089],\ z_{14} = [-0.039, 0.037],$$
$$z_{24} = [-0.034, 0.104],\ z_{34} = [0.147, 0.212].$$

Step 5: 计算第 i 个方案的加权前景函数值 z_i 分别为

$$z_1 = [0.059, 0.216],\ z_2 = [0.062, 0.198],$$
$$z_3 = [0.071, 0.198].$$

Step 6: 计算第 i 个方案的加权前景函数值 z_i 的期望值 E_i 分别为

$$\mathrm{E}_1 = 0.1375,\ \mathrm{E}_2 = 0.1304,\ \mathrm{E}_3 = 0.1345.$$

Step 7: 根据期望值的大小, 各方案的排序为

$$a_1 \succ a_3 \succ a_2.$$

Step 8: 讨论. 为了进一步了解前景价值函数参数、决策参考点以及不同权重函数对决策的影响, 将其与期望效用理论的结果进行比较, 在不同权重函数下, 对不同参数和不同决策参考点进行组合并重新对方案进行排序, 决策结果见表 2, 其中 a_1, a_2, a_3 采用由大到小的顺序排列.

表 2 不同参数和不同决策参考点的组合对决策的影响

参考点	S_3		S_0		S_6	
期望 α	0.89	1.21	0.89	1.21	0.89	1.21
效用 β	0.92	1.02	0.92	1.02	0.92	1.02
文献 [11] 权重定义	a_1	a_3	a_2	a_2	a_3	a_3
	a_3	a_1	a_1	a_1	a_2	a_2
	a_2	a_2	a_3	a_3	a_1	a_1
文献 [13] 权重定义	a_1	a_3	a_1	a_2	a_3	a_3
	a_3	a_1	a_2	a_1	a_2	a_1
	a_2	a_2	a_3	a_3	a_1	a_2

由以上分析可见, 基于前景理论的排序结果与期望效用理论的决策结果不完全一致, 且不同参数、不同决策参考点及不同权重函数均会直接影响排序结果.

5 结　论

基于前景理论的决策更符合人们的实际决策行为. 本文针对属性值为区间概率条件下不确定语言变量的风险型多属性决策问题, 提出了一种基于前景理论的决策方法, 给出了决策步骤并分析了价值函数的不同参数、不同决策参考点以及不同权重函数对决策结果的影响. 该方法概念明确, 易于理解, 为解决风险型多属性决策问题提供了一种新思路.

参考文献(References)

[1] Ammar E E. On fuzzy random multiobjective quadratic programming[J]. European J of Operational Research, 2009, 193(2): 329-341.

[2] Xu Z S. Induced uncertain linguistic OWA operators applied to group decision making[J]. Information Fusion, 2006, 7(2): 231-238.

[3] Li D F. Multi-attribute group decision making method using extended linguistic variables[J]. Int J of Uncertainty, Fuzziness and Knowledge-Based Systems, 2009, 17(6): 793-806.

[4] 刘培德, 关忠良. 属性权重未知的连续风险型多属性决策研究[J]. 系统工程与电子技术, 2009, 31(9): 2133-2137.
(Liu P D, Guan Z L. Research on multiple attribute decision-making under risk with continuous random variable and weight unknown[J]. J of Systems Engineering and Electronics, 2009, 31(9): 2133-2137.)

[5] Kahneman D, Tversky A. Prospect theory: An analysis of decision under risk[J]. Econometrica, 1979, 47(2): 263-292.

[6] 王坚强, 孙腾, 陈晓红. 基于前景理论的信息不完全的模糊多准则决策方法[J]. 控制与决策, 2009, 24(8): 1198-1202.
(Wang J Q, Sun T, Chen X H. Multi-criteria fuzzy decision-making method based on prospect theory with incomplete information[J]. Control and Decision, 2009, 24(8): 1198-1202.)

[7] 胡军华, 周益文. 基于前景理论的多准则决策方法[C]. 2009年中国控制与决策会议论文集. 桂林, 2009: 2930-2935.
(Hu J H, Zhou Y W. Prospect theory based multi-criteria decision making method[C]. Proc of 2009 Chinese Control and Decision Conf. Guilin, 2009: 2930-2935.)

[8] 胡军华, 陈晓红, 刘咏梅. 基于语言评价和前景理论的多准则决策方法[J]. 控制与决策, 2009, 24(10): 1477-1482.
(Hu J H, Chen X H, Liu Y M. Multi-criteria decision making method based on linguistic evaluation and prospect theory[J]. Control and Decision, 2009, 24(10): 1477-1482.)

[9] 何大义. 区间概率信息条件下的风险型决策问题的解法探讨[J]. 运筹与管理, 2007, 16(6): 74-78.
(He D Y. Decision-making under the condition of probability interval by maximum entropy principle[J]. Operations research and management science, 2007, 16(6): 74-78.)

[10] Ronald R Yager, Vladik Kreinovich. Decision making under interval probabilities[J]. Int J of Approximate Reasoning, 1999, 22(3): 195-215.

[11] Tversky Amos, Daniel Kahneman. Advances in prospect theory: Cumulative representation of uncertainty[J]. J of Risk and Uncertainty, 1992, 5(4): 297-323.

[12] 曾建敏. 实验检验累积前景理论[J]. 暨南大学学报, 2007, 28(1): 44-47.
(Zeng J M. An experimental test on cumulative prospect theory[J]. J of Ji'nan University, 2007, 28(1): 44-47.)

[13] Prelec D. The probability weighting function[J]. Econometrica, 1998, 60: 497-528.

(上接第892页)

[8] Merwe R. Sigma-point Kalman filters for probabilistic inference in dynamic state-space models[D]. Portland: Oregon Health & Science University, 2004.

[9] Julier S, Uhlmann J, Durrant-whyte H F. A new approach for the nonlinear transformation of means and covariances in filters and estimators[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2000, 45(3): 477-482.

[10] Simon D. Optimal state estimation: Kalman, H_∞ and nonlinear approaches[M]. New Jersey: John Wiley & Sons, 2006.