

文章编号: 1001-0920(2011)05-0743-05

一种基于区间灰色语言变量几何加权集成算子的 多属性群决策方法

刘培德, 张 新

(山东经济学院 信息管理学院, 济南 250014)

摘 要: 针对属性值和属性权重均为区间灰色语言变量的多属性群决策问题, 提出一种基于区间灰色语言变量的加权几何集成算子的多属性群决策方法. 首先, 给出区间灰色语言变量的定义和运算规则; 然后详细介绍了区间灰色语言变量加权几何集成算子、区间灰色语言变量有序加权几何集成算子、区间灰色语言变量混合加权几何集成算子, 以及利用这些算子进行群决策的方法; 最后, 通过实例说明了所提出方法的决策步骤, 并验证了方法的有效性.

关键词: 灰色模糊数; 区间灰色语言变量; 区间灰色语言变量混合加权几何集成算子; 多属性群决策

中图分类号: F274; O223

文献标识码: A

Multi-attribute group decision making method based on interval grey linguistic variables weighted geometric aggregation operator

LIU Pei-de, ZHANG Xin

(School of Information Management, Shandong Economic University, Ji'nan 250014, China. Correspondent: LIU Pei-de, E-mail: peide.liu@gmail.com)

Abstract: A method based on the interval grey linguistic variables weighted geometric aggregation operator is presented to solve the multiple attribute group decision making problems, in which the attribute values and the weights take the form of the interval grey linguistic variables(IGLV). Firstly, some properties are defined, such as the concept and the relational calculation rules of IGLV. Then, some operators are defined, such as interval grey linguistic weighted geometric aggregation operator, interval grey linguistic ordered weighted geometric aggregation operator, and interval grey linguistic hybrid weighted geometric aggregation operator, which are utilized to solve the group decision making problems. Finally, an illustrate example shows the decision-making steps and the effectiveness of this method.

Key words: grey fuzzy number; interval grey linguistic variables; the interval grey linguistic variables hybrid weighted geometric aggregation operator; multi-attribute group decision making

1 引 言

多属性决策在社会、经济、管理、军事和工程技术领域有着广泛的应用, 如投资决策、项目评估、经济效益评价、人员考核等. 由于客观事物的复杂性、不确定性和人类思维的模糊性, 大部分多属性决策问题是不确定的、模糊的, 因此模糊性是实际决策中考虑的一个重要因素. 另外, 在处理由于信息不完全的问题而造成的贫信息时, 决策问题又表现出其灰色性. 因此, 实际决策问题往往既存在模糊性又存在灰色性, 这就是灰色模糊多属性决策问题. 关于灰色模糊决策问题的研究, 已取得了一些研究成果. 文献[1-4]针对

灰色模糊数的模部和灰部都为精确数的多属性决策问题进行了研究. [1]将灰色模糊数转化成区间数, 再利用区间数的排序方法对方案进行排序; [2-3]依据各方案到灰色模糊理想解的灰色模糊距离大小进行排序; [4]对灰色模糊决策问题使用熵权极大法确定属性权重, 最后将模糊信息和灰色信息的线性组合作为方案排序依据. 显然, 由于这些文献对灰色模糊数的模糊性即模部采用了精确数表示, 没有体现出决策问题的模糊性, 而客观事物的复杂性和人们思维的模糊性, 又使决策信息很难用精确数表示. [5]尝试用区间数来表示模部, 用精确数表示灰部, 建立了相应的评

收稿日期: 2010-02-11; 修回日期: 2010-05-18.

基金项目: 教育部人文社会科学研究基金项目(10YJA630073, 09YJA630088); 山东省自然科学基金项目(ZR2009HL022).

作者简介: 刘培德(1966-), 男, 教授, 博士, 从事信息管理、决策支持等研究; 张新(1967-), 男, 教授, 博士, 从事信息管理与智能决策的研究.

判模型; [6-7] 进一步扩展为用区间数表示灰色模糊决策问题的模糊性和灰色性, 即用区间数表示灰色模糊数的模部和灰部. [6] 建立了风险偏好的区间值灰色模糊综合评判的数学模型, 给出了它在方案优选中的应用; [7] 建立了基于 OWA 算子的排序方法. 显然, [6-7] 用区间数表示灰色模糊数的模部和灰部, 具有较好的适用性.

由于语言变量更易表达模糊信息, 本文将灰色模糊数的模部采用语言变量, 灰部采用区间数, 提出了区间灰色语言变量的概念, 并研究了区间灰色语言变量的运算规则以及基于区间灰色语言变量的多属性群决策方法.

2 区间灰色语言变量

2.1 语言评价集及其扩展

语言评价集 $S = (s_0, s_1, \dots, s_{l-1})$ 由奇数个元素组成, 即 l 应为奇数. 在实用中 l 一般取 3, 5, 7, 9 等. 本文取 $l = 7$, 则 $S = (s_0, s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6) = (\text{很差}, \text{差}, \text{中下}, \text{中}, \text{中上}, \text{好}, \text{很好})$.

对于任意语言标度 $S = (s_0, s_1, \dots, s_{l-1})$, 元素 s_i 与其下标 i 之间存在严格单调递增关系^[9-10], 因此, 可以定义函数 $f: s_i = f(i)$. 显然, 函数 $f(i)$ 是属于下标 i 的严格单调递增函数. 为了尽量减少丢失语言决策信息, 把原有的离散型语言标度 $S = (s_0, s_1, \dots, s_{l-1})$ 拓展成连续型语言标度 $s = \{s_\alpha | \alpha \in R\}$, 拓展后的连续型语言标度仍然满足上面的严格单调递增关系. 语言变量的运算规则见文献[11].

定义 1 设 s_α, s_β 是两个语言变量, 则 s_α, s_β 之间的距离定义为

$$d(s_\alpha, s_\beta) = |\alpha - \beta| / (l - 1), \quad (1)$$

显然, $0 \leq d(s_\alpha, s_\beta) \leq 1$.

2.2 区间灰色语言变量的定义

定义 2^[8] 设 \tilde{A} 是空间 $X = \{x\}$ 上的模糊子集, 若 x 对于 \tilde{A} 的隶属度 $\mu_A(x)$ 为 $[0, 1]$ 上的一个灰度, 其点灰度为 $\nu_A(x)$, 则称 \tilde{A} 为 X 上的灰色模糊集合, 记作

$$\tilde{A} = \{(x, \mu_A(x), \nu_A(x)) | x \in X\}, \quad (2)$$

用集偶表示成 $\tilde{A} = (\tilde{A}, A)$. 其中: $\tilde{A} = \{(x, \mu_A(x)) | x \in X\}$ 称为 \tilde{A} 的模糊部分 (简称模部), $A = \{(x, \nu_A(x)) | x \in X\}$ 称为 \tilde{A} 的灰色部分 (简称灰部). 所以, 可将灰色模糊集合看作是对模糊集合和灰色集合的综合和推广.

定义 3 设 $\tilde{A} = (\tilde{A}, A)$ 是一个灰色模糊数, 若它的模部 \tilde{A} 是一语言变量 $s_\alpha, s_\alpha \in S$, 它的灰部 A 为闭区间 $[g_A^L, g_A^U]$, 则称 \tilde{A} 为区间灰色语言变量.

区间灰色语言变量灰部的灰度越大, 所获得的信

息量越少, 即表示给出的值的可信度越低, 信息的利用价值越低. 当灰度大到一定程度, 说明获得的信息没有什么可利用的价值. 反之, 灰度越小, 所获得的信息的可信度越高, 得到的值越可靠, 此时获得的信息的利用价值越高.

2.3 区间灰色语言变量的运算

设有区间灰色语言变量 $\tilde{A} = (s_\alpha, [g_A^L, g_A^U])$, $\tilde{B} = (s_\beta, [g_B^L, g_B^U])$ 和 $\tilde{C} = (s_\lambda, [g_C^L, g_C^U])$. 根据区间灰色语言变量的定义, 语言变量的运算规则及扩张原理, 区间灰色语言变量的运算规则如下:

- 1) $\tilde{A} + \tilde{B} = (s_{\alpha+\beta}, [\max(g_A^L, g_B^L), \max(g_A^U, g_B^U)])$,
- 2) $\tilde{A} - \tilde{B} = (s_{\alpha-\beta}, [\max(g_A^L, g_B^L), \max(g_A^U, g_B^U)])$,
- 3) $\tilde{A} \times \tilde{B} = (s_{\alpha \times \beta}, [\max(g_A^L, g_B^L), \max(g_A^U, g_B^U)])$,
- 4) $\tilde{A} \div \tilde{B} = (s_{\alpha \div \beta}, [\max(g_A^L, g_B^L), \max(g_A^U, g_B^U)])$,
- 5) $k\tilde{A} = (s_{k \times \alpha}, [g_A^L, g_A^U])$,
- 6) $(\tilde{A})^k = (s_{\alpha^k}, [g_A^L, g_A^U])$.

2.4 区间灰色语言变量之间的距离

定义 4 设 $\tilde{A}, \tilde{B}, \tilde{C}$ 为区间灰色语言变量, \tilde{Z} 为区间灰色语言变量的集合, f 是一个映射, $f: \tilde{Z} \times \tilde{Z} \rightarrow R$. 如果 $d(\tilde{A}, \tilde{B})$ 满足:

- 1) $0 \leq d(\tilde{A}, \tilde{B}) \leq 1, d(\tilde{A}, \tilde{A}) = 0$;
- 2) $d(\tilde{A}, \tilde{B}) = d(\tilde{B}, \tilde{A})$;
- 3) $d(\tilde{A}, \tilde{B}) + d(\tilde{B}, \tilde{C}) \geq d(\tilde{A}, \tilde{C})$, 则称 $d(\tilde{A}, \tilde{B})$ 为区间灰色语言变量 $d(\tilde{A}$ 和 $\tilde{B})$ 之间的距离.

定义 5 设两个区间灰色语言变量 $\tilde{A} = (s_\alpha, [g_A^L, g_A^U])$, $\tilde{B} = (s_\beta, [g_B^L, g_B^U])$, 则区间灰色语言变量 \tilde{A} 和 \tilde{B} 的海明距离 $d(\tilde{A}, \tilde{B})$ 为

$$d(\tilde{A}, \tilde{B}) = \frac{1}{2(l-1)} (|\alpha(1-g_A^L) - \beta(1-g_B^L)| + |\alpha(1-g_A^U) - \beta(1-g_B^U)|). \quad (3)$$

容易证明式 (3) 满足定义 4 的 3 个条件. 特别地, 当 $g_A^L = g_B^L = g_A^U = g_B^U = 0$ 时, 区间灰色语言变量退化成为语言变量, 此时式 (3) 变成了式 (1). 即式 (1) 是式 (3) 的特例.

2.5 区间灰色语言变量大小的比较

2.5.1 C-OWA 集成算子

定义 6^[12] 设 $[a, b]$ 为区间数, 且

$$f_\rho([a, b]) = \int_0^1 \frac{d\rho(y)}{dy} (b - y(b-a)) dy, \quad (4)$$

则称 f 为连续区间数 OWA 算子, 即 C-OWA 算子. 其中 ρ 为基本的单位区间单调函数, 即 BUM 函数. 如果 $\rho(y) = y^\delta (\delta \geq 0)$, 则有 $f_\rho([a, b]) = (b + \delta a) / (\delta + 1)$.

2.5.2 区间灰色语言变量大小的比较

设 $\tilde{A} = (s_\alpha, [g_A^L, g_A^U])$, $\tilde{B} = (s_\beta, [g_B^L, g_B^U])$ 为区间灰色语言变量, 利用 C-OWA 算子对 \tilde{A} 和 \tilde{B} 的灰部

进行集结,将区间灰色语言变量的灰部区间数转化为实数,然后再将灰部和模部整合,即比较 $s_\alpha \times f_\rho([(1-g_A^U), (1-g_A^L)])$ 和 $s_\beta \times f_\rho([(1-g_B^U), (1-g_B^L)])$ 的大小关系.如果 $\alpha f_\rho([(1-g_A^U), (1-g_A^L)]) \geq \beta f_\rho([(1-g_B^U), (1-g_B^L)])$, 则有 $\tilde{A} \geq \tilde{B}$; 反之亦然.

2.6 区间灰色语言变量混合加权几何集成算子

定义7 设 $\tilde{A}_j (\tilde{A}_j = (s_{\alpha_j}, [g_j^L, g_j^U]))$ 为一组区间灰色语言变量,且设 IGLWGA: $\Omega^n \rightarrow \Omega$, 如果

$$\text{IGLWGA}_W(\tilde{A}_1, \tilde{A}_2, \dots, \tilde{A}_n) = \prod_{j=1}^n (\tilde{A}_j^{w_j}) = \left(s_{\prod_{j=1}^n (\alpha_j^{w_j})}, [\max_j (g_j^L, w_j^L), \max_j (g_j^U, w_j^U)] \right), \quad (5)$$

则称 IGLWGA 为区间灰色语言变量加权几何集成算子. 其中: Ω 为全体区间灰色语言变量的集合, $W = (w_1, w_2, \dots, w_n)$ 为 $\tilde{A}_j (j = 1, 2, \dots, n)$ 的权重向量,且满足 $\sum_{j=1}^n w_j = 1$.

定义8 设 $\tilde{A}_j (\tilde{A}_j = (s_{\alpha_j}, [g_j^L, w_j^U]))$ 为一组区间灰色语言变量,且设 IGLOWGA: $\Omega^n \rightarrow \Omega$, 如果

$$\text{IGLOWGA}_\omega(\tilde{A}_1, \tilde{A}_2, \dots, \tilde{A}_n) = \prod_{j=1}^n (\tilde{A}_{\sigma_j}^{\omega_j}) = \left(s_{\prod_{j=1}^n (\alpha_{\sigma_j}^{\omega_j})}, [\max_j (g_j^L, w_j^L), \max_j (g_j^U, w_j^U)] \right), \quad (6)$$

则称 IGLOWGA 为区间灰色语言变量有序加权几何集成算子. 其中: Ω 为全体区间灰色语言变量的集合; $\omega = (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n)$ 为与函数 IGLOWGA 相关联的加权向量,且 $\sum_{j=1}^n \omega_j = 1$; $(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n)$ 是 $(1, 2, \dots, n)$ 的任一置换,使得对于任意 j , 有 $\tilde{A}_{\sigma_{j-1}} \geq \tilde{A}_{\sigma_j}$. IGLOWGA 算子的特点是对区间灰色语言变量 $\tilde{A}_j (j = 1, 2, \dots, n)$ 按从大到小的顺序重新排序后的加权集成,而且 \tilde{A}_j 与 w_j 没有任何联系, w_j 只与集成过程中的第 j 个位置有关,因此也称 ω 为位置加权向量.

ω 位置加权向量可以根据实际需要确定,或根据以下方式确定:

1) 采用文献[13]的定义,即

$$w_1 = \frac{1-\alpha}{n} + \alpha, w_j = \frac{1-\alpha}{n}, j \neq 1, \alpha \in [0, 1]. \quad (7)$$

2) ω 位置加权向量可由组合数确定,计算公式如下[13]:

$$w_{i+1} = \frac{C_{n-1}^i}{2^{n-1}}, i = 0, 1, \dots, n-1. \quad (8)$$

由于 IGLWGA 算子仅考虑了每个区间灰色语言变量自身的重要性程度,而 IGLOWGA 算子仅对每个区间灰色语言变量所在位置进行赋权,二者均有一定的片面性.为克服两者的缺点,下面给出区间灰色语言变量的混合几何集成算子.

定义9 设 \tilde{A}_j 为一组区间灰色语言变量, $\tilde{A}_j = (s_{\alpha_j}, [g_j^L, g_j^U])$, 且设 IGLHWGA: $\Omega^n \rightarrow \Omega$, 如果

$$\text{IGLHWGA}_{\omega, \tilde{w}}(\tilde{A}_1, \tilde{A}_2, \dots, \tilde{A}_n) = \prod_{j=1}^n (\tilde{B}_{\sigma_j}^{\omega_j}), \quad (9)$$

则称 IGLHWGA 为区间灰色语言变量的混合加权几何集成算子. 其中: Ω 为全体区间灰色语言变量的集合; $\omega = (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n)$ 为与函数 IGLHWGA 相关联的加权向量,且 $\sum_{j=1}^n \omega_j = 1$; $\tilde{W} = (\tilde{W}_1, \tilde{W}_2, \dots, \tilde{W}_n)$ 为 $\tilde{A}_j (j = 1, 2, \dots, n)$ 的权重向量; \tilde{W}_j 用区间灰色语言变量表示为 $\tilde{W}_j = (s_{w_j}, [w_j^L, w_j^U])$. 令 $\tilde{B}_j = \tilde{A}_j^k \tilde{W}_j^k$ 为调节因子,可取 $k = 1/(l-1)$, l 为语言变量集中语言变量的个数. 设 $(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n)$ 是 $(1, 2, \dots, n)$ 的任一置换,使得对任意 j , 有 $\tilde{B}_{\sigma_{j-1}} \geq \tilde{B}_{\sigma_j}$.

显然, IGLHWGA 算子同时扩展了 IGLWGA 算子和 IGLHOWGA 算子,它既体现了区间灰色语言变量自身的重要性,又反映了区间灰色语言变量所在位置的重要性.

3 基于区间灰色语言变量混合加权几何集成算子的多属性群决策方法

3.1 基于区间灰色语言变量的多属性群决策问题描述

设 $E = \{e_1, e_2, \dots, e_p\}$ 为群决策中的专家集, $A = \{A_1, A_2, \dots, A_m\}$ 为决策方案集, $C = \{C_1, C_2, \dots, C_n\}$ 为方案对应的属性集. 假设专家 e_k 对决策方案 A_i 在属性集 C_j 下的评价用区间灰色语言变量表示为 $\tilde{A}_{ij}^k = (t_{ij}^k, [g_{ij}^L, g_{ij}^U])$, 即决策者 e_k 给出的决策矩阵为 $\tilde{A}^k = [\tilde{A}_{ij}^k]_{m \times n}$, 给出的指标权重为 $\tilde{W}^k = (\tilde{W}_1^k, \tilde{W}_2^k, \dots, \tilde{W}_n^k)$, $\tilde{W}_j^k = (\eta_{jk}, [w_{jk}^L, w_{jk}^U])$. 其中: $t_{ij}^k, \eta_{jk} \in S$, S 为给定的语言标度集. 设专家权重为 $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_p)$, 且 $\sum_{k=1}^p \lambda_k = 1$. 利用上述信息,即可确定方案的优劣排序.

3.2 决策步骤

1) 不同专家评价数据的合成. 根据不同专家给出的不同方案在不同属性下的属性值及属性权重,整合成群体决策意见,得到群体的不同方案在不同属性下的属性值及属性权重. 利用区间灰色语言变量加权几何集成算子 IGLWGA 进行集成,得到群体的决策矩阵 $\tilde{X} = [\tilde{X}_{ij}]_{m \times n}$, $\tilde{X}_{ij} = (t_{ij}, [g_{ij}^L, g_{ij}^U])$. 群体决策的权重向量 $\tilde{W} = (\tilde{W}_1, \tilde{W}_2, \dots, \tilde{W}_n)$, $\tilde{W}_j = (\eta_j, [w_j^L, w_j^U])$, 则有

$$\tilde{X}_{ij} = \text{IGLWGA}_\lambda(\tilde{A}_{ij}^1, \tilde{A}_{ij}^2, \dots, \tilde{A}_{ij}^p),$$

$$\tilde{W}_j = \text{IGLWGA}_\lambda(\tilde{W}_j^1, \tilde{W}_j^2, \dots, \tilde{W}_j^p).$$

2) 计算方案的综合评价. 利用区间灰色语言变量混合加权几何集成算子计算方案的综合评价

$$\tilde{Z}_i = (c_i, [z_i^L, z_i^U]) = \text{IGLHWGA}_{\omega, \tilde{W}}(\tilde{X}_{i1}, \tilde{X}_{i2}, \dots, \tilde{X}_{in}) = \prod_{j=1}^n (\tilde{B}_{i\sigma_j}^{\omega_j}).$$

其中: $\omega = (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n)$ 是与函数 IGLHWGA 相关的加权向量, 且 $\sum_{j=1}^n \omega_j = 1$; $\tilde{W} = (\tilde{W}_1, \tilde{W}_2, \dots, \tilde{W}_n)$ 为 $\tilde{X}_{ij} (j = 1, 2, \dots, n)$ 的权重向量; $\tilde{B}_{ij} = \tilde{X}_{ij}^{\frac{1}{i-1}} \tilde{W}_j$. 设 $(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n)$ 是 $(1, 2, \dots, n)$ 的任一置换, 使得对任意 j , 有 $\tilde{B}_{i\sigma_{j-1}} \geq \tilde{B}_{i\sigma_j}$.

3) 方案排序

由于 \tilde{Z}_i 是区间灰色语言变量, 按 2.5 节所述的排序方法可得排序值 $Q_i = c_i f_{\rho}([(1 - z_i^U), (1 - z_i^L)])$. Q_i 越大, 方案越优.

4 仿真算例

现有 4 个备选企业(方案) (A_1, A_2, A_3, A_4) , 从企业技术创新能力角度对企业进行评价, 首先制定了项目的评价指标, 包括: 创新资源投入能力 (C_1) , 创新管理能力 (C_2) , 创新倾向 (C_3) 和研究开发能力 (C_4) . 现由 3 位专家 $\{e_1, e_2, e_3\}$ 对各企业按上述 4 项指标进行评估, 假设 3 位专家的权重为 $\lambda = (0.4, 0.32, 0.28)$, 各专家采用区间灰色语言变量给出的各方案的评价值见表 1~表 3, 给出的指标权重评价值见表 4. 专家采用

表 1 专家 e_1 给出的 4 个企业不同指标的评价值

企业	指 标			
	C_1	C_2	C_3	C_4
A_1	$(s_5, [0.2, 0.3])$	$(s_2, [0.4, 0.4])$	$(s_5, [0.5, 0.5])$	$(s_3, [0.2, 0.4])$
A_2	$(s_4, [0.4, 0.4])$	$(s_5, [0.4, 0.5])$	$(s_3, [0.1, 0.2])$	$(s_4, [0.5, 0.5])$
A_3	$(s_3, [0.2, 0.3])$	$(s_4, [0.2, 0.3])$	$(s_4, [0.3, 0.3])$	$(s_5, [0.2, 0.3])$
A_4	$(s_6, [0.5, 0.6])$	$(s_2, [0.2, 0.2])$	$(s_3, [0.2, 0.4])$	$(s_3, [0.3, 0.4])$

表 2 专家 e_2 给出的 4 个企业不同指标的评价值

企业	指 标			
	C_1	C_2	C_3	C_4
A_1	$(s_4, [0.1, 0.3])$	$(s_3, [0.2, 0.3])$	$(s_3, [0.2, 0.2])$	$(s_6, [0.4, 0.5])$
A_2	$(s_5, [0.4, 0.5])$	$(s_3, [0.3, 0.4])$	$(s_4, [0.2, 0.4])$	$(s_3, [0.2, 0.3])$
A_3	$(s_4, [0.2, 0.4])$	$(s_4, [0.2, 0.3])$	$(s_2, [0.4, 0.4])$	$(s_3, [0.3, 0.3])$
A_4	$(s_5, [0.3, 0.4])$	$(s_4, [0.4, 0.5])$	$(s_2, [0.3, 0.4])$	$(s_4, [0.2, 0.4])$

表 3 专家 e_3 给出的 4 个企业不同指标的评价值

企业	指 标			
	C_1	C_2	C_3	C_4
A_1	$(s_5, [0.2, 0.4])$	$(s_3, [0.3, 0.3])$	$(s_4, [0.4, 0.5])$	$(s_4, [0.2, 0.3])$
A_2	$(s_4, [0.3, 0.3])$	$(s_5, [0.3, 0.4])$	$(s_2, [0.1, 0.2])$	$(s_3, [0.1, 0.2])$
A_3	$(s_4, [0.2, 0.3])$	$(s_5, [0.3, 0.4])$	$(s_1, [0.1, 0.2])$	$(s_4, [0.2, 0.3])$
A_4	$(s_3, [0.2, 0.3])$	$(s_3, [0.1, 0.3])$	$(s_4, [0.3, 0.4])$	$(s_5, [0.4, 0.5])$

表 4 专家给出的指标权重评价值

企业	指 标			
	C_1	C_2	C_3	C_4
e_1	$4(s_5, [0.2, 0.3])$	$4(s_3, [0.1, 0.2])$	$4(s_2, [0.3, 0.4])$	$4(s_3, [0.2, 0.3])$
e_2	$4(s_3, [0.2, 0.3])$	$4(s_4, [0.2, 0.4])$	$4(s_3, [0.1, 0.2])$	$4(s_3, [0.1, 0.2])$
e_3	$4(s_4, [0.2, 0.2])$	$4(s_3, [0.1, 0.2])$	$4(s_2, [0.1, 0.2])$	$4(s_3, [0.2, 0.3])$

的语言评价集为 $S = (s_0, s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6)$. 需给出 4 家企业的技术创新能力的排序.

决策步骤如下:

1) 根据式 (5), 将专家 e_1, e_2, e_3 给出的评价数据(表 1~表 4)进行集成, 得到群体决策矩阵 \tilde{X} 和属性权重向量 \tilde{W} .

$$\tilde{X} = \begin{bmatrix} (s_{4.66}, [0.20, 0.40]) & (s_{2.55}, [0.40, 0.40]) \\ (s_{4.30}, [0.40, 0.50]) & (s_{4.25}, [0.40, 0.50]) \\ (s_{3.57}, [0.20, 0.40]) & (s_{4.26}, [0.30, 0.40]) \\ (s_{4.66}, [0.50, 0.60]) & (s_{2.80}, [0.40, 0.50]) \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} (s_{3.99}, [0.50, 0.50]) & (s_{4.06}, [0.40, 0.50]) \\ (s_{2.94}, [0.20, 0.40]) & (s_{3.37}, [0.50, 0.50]) \\ (s_{2.17}, [0.40, 0.40]) & (s_{3.99}, [0.30, 0.30]) \\ (s_{2.86}, [0.30, 0.40]) & (s_{3.80}, [0.40, 0.50]) \end{bmatrix},$$

$$\tilde{W} = ((s_{3.99}, [0.20, 0.30]), (s_{3.29}, [0.20, 0.40]), (s_{2.28}, [0.30, 0.40]), (s_{3.00}, [0.20, 0.30])).$$

2) 计算

$$\tilde{B}_{ij} = \tilde{X}_{ij}^{\frac{1}{i-1}} \tilde{W}_j, \tilde{B} = \begin{bmatrix} (s_{2.780}, [0.20, 0.40]) & (s_{1.671}, [0.40, 0.40]) \\ (s_{2.636}, [0.40, 0.50]) & (s_{2.209}, [0.40, 0.50]) \\ (s_{2.328}, [0.20, 0.40]) & (s_{2.213}, [0.30, 0.40]) \\ (s_{2.783}, [0.50, 0.60]) & (s_{1.757}, [0.40, 0.50]) \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} (s_{1.691}, [0.50, 0.50]) & (s_{2.015}, [0.40, 0.50]) \\ (s_{1.505}, [0.30, 0.40]) & (s_{1.835}, [0.50, 0.50]) \\ (s_{1.343}, [0.40, 0.40]) & (s_{1.997}, [0.30, 0.30]) \\ (s_{1.489}, [0.30, 0.40]) & (s_{1.948}, [0.40, 0.50]) \end{bmatrix}.$$

3) 计算方案的综合评价. 设 BUM 函数 $\rho(y) = y^2$, 则 $f_{\rho}([a, b]) = (b + 2a)/3$. ω 位置加权向量采用式 (8) 的组合数确定, $\omega = (1/8, 3/8, 3/8, 1/8)$. 根据式 (9) 可得到方案的综合评价值为

$$\tilde{Z} = \begin{bmatrix} s_{1.913}, [0.50, 0.50] \\ s_{1.911}, [0.50, 0.50] \\ s_{2.013}, [0.40, 0.40] \\ s_{1.818}, [0.50, 0.60] \end{bmatrix}.$$

4) 方案排序. 仍用 BUM 函数 $\rho(y) = y^2$, 将灰部和模部整合, 得到

$$Q = (s_{0.956}, s_{0.955}, s_{1.208}, s_{0.788})^T.$$

由此得到4个备选企业(A_1, A_2, A_3, A_4)的企业技术创新能力排序为 $A_3 \succ A_1 \succ A_2 \succ A_4$.

如果位置加权向量改为 $\omega = (1/4, 1/4, 1/4, 1/4)$, 则得到 $Q = (s_{0.997}, s_{1.001}, s_{1.157}, s_{0.841})^T$, 4个备选企业(A_1, A_2, A_3, A_4)的企业技术创新能力排序为 $A_3 \succ A_2 \succ A_1 \succ A_4$. 位置向量会对排序结果产生影响, 位置向量应根据实际需求选择.

5 结 论

实际决策问题不仅存在模糊性, 而且还存在灰色性, 所以对灰色模糊多属性决策问题的研究具有重要的意义. 由于语言变量更易表达模糊信息, 本文针对属性值和属性权重都为区间灰色语言变量的多属性群决策问题, 提出了基于混合加权几何集成算子的群决策方法, 并给出了该方法的决策步骤. 该方法概念明确, 易于理解, 是对灰色模糊多属性决策理论与方法的丰富和发展, 为解决灰色模糊多属性决策问题提供了一种新思路.

参考文献(References)

- [1] 卜广志, 张宇文. 基于灰色模糊关系的灰色模糊综合评判[J]. 系统工程理论与实践, 2002, 22(4): 141-144.
(Bu G Z, Zhang Y W. Grey fuzzy comprehensive evaluation based on the theory of grey fuzzy relation[J]. Systems Engineering Theory and Practice, 2002, 22(4): 141-144.)
- [2] 靳娜, 娄寿春. 一种基于灰色模糊关系的多属性决策模型研究[J]. 情报指挥控制系统与仿真技术, 2003(7): 44-47.
(Jin N, Lou S C. The model study on multi-attribute decision making based on gray fuzzy relation[J]. Intelligence Command Control and Simulation Technigues, 2003(7): 44-47.)
- [3] 靳娜, 娄寿春. 一种灰色模糊多属性决策模型[J]. 火力与指挥控制, 2004, 29(4): 26-28.
(Jin N, Lou S C. A grey fuzzy multi-attribute decision making method[J]. Fire Control Command Control, 2004, 29(4): 26-28.)
- [4] 罗党, 刘思峰. 一类灰色模糊决策问题的熵权分析方法[J]. 中国工程科学, 2004, 6(10): 48-51.
(Luo D, Liu S F. Analytic method to a kind of grey fuzzy decision making based on entropy[J]. Engineering Science, 2004, 6(10): 48-51.)
- [5] 朱绍强, 孟科, 张恒喜. 区间数灰色模糊综合评判及其应用[J]. 电光与控制, 2006, 13(3): 36-37.
(Zhu S Q, Meng K, Zhang H X. Interval numbers grey fuzzy comprehensive evaluation and its application[J]. Electronics Optics and Control, 2006, 13(3): 36-37.)
- [6] 孟科, 李云祥, 王朝军, 等. 风险偏好的区间值灰色模糊综合评判及其应用[J]. 火力与指挥控制, 2007, 32(4): 109-111.
(Meng K, Li Y X, Wang C J, et al. Interval-value grey fuzzy comprehensive evaluation based on the preference of the risk and its application[J]. Fire Control and Command Control, 2007, 32(4): 109-111.)
- [7] 王坚强, 王君. 一种区间灰色模糊多准则决策方法[J]. 系统工程与电子技术, 2008, 30(12): 2409-2411.
(Wang J Q, Wang J. Interval grey fuzzy multi-criteria decision making approach[J]. Systems Engineering and Electronics, 2008, 30(12): 2409-2411.)
- [8] 陈大为. 灰色模糊集合引论[M]. 哈尔滨: 黑龙江科学技术出版社, 1994.
(Chen D W. Introduction to the gray fuzzy sets[M]. Harbin: Heilongjiang Science and Technology Press, 1994.)
- [9] Herrera F, Herrera-Viedma E. Linguistic decision analysis: Steps for solving decision problems under linguistic information[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2000, 115(1): 67-82.
- [10] Xu Z S. A note on linguistic hybrid arithmetic averaging operator in multiple attribute group decision making with linguistic information[J]. Group Decision and Negotiation, 2006, 15(6): 593-604.
- [11] Xu Zeshui. Goal programming models for multiple attribute decision making under linguistic setting[J]. J of Management Sciences in China, 2006, 9(2): 9-17.
- [12] Yager R R. OWA aggregation over a continuous interval argument with applications to decision making[J]. IEEE Trans on Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics, 2004, 34(5): 1952-1963.
- [13] 王煜, 徐泽水. OWA算子赋权新方法[J]. 数学的实践与认识, 2008, 38(3): 51-61.
(Wang Y, Xu Z S. A new method of giving OWA weights[J]. Mathematics in Practice and Theory, 2008, 38(3): 51-61.)